

## Задачи для любознательных по радиофизике

С. П. Вятчанин

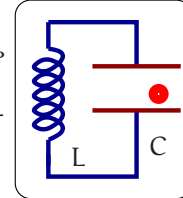
№1 “Электрон”

Дано:  $L, C, d, m, e$

1). Найти, чему равен сдвиг собственной частоты контура, если в емкость “вложен” свободный электрон.

2). То же самое, если электрон “на пружинке” (частота его свободных колебаний равна  $\omega_e$ ).

*Совет:* использовать подход через функцию Лагранжа.



№2 “Резонансная кривая”

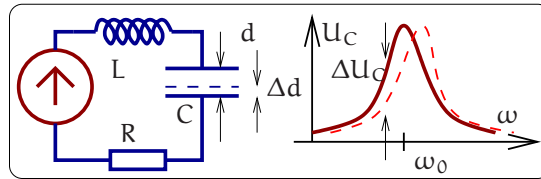
С какой максимальной скоростью  $\frac{d\omega_g}{dt}$  можно менять частоту генератора  $\omega_g$ , чтобы “прописать” (измерить) резонансную кривую резонатора с заданной точностью (например, 3%). Параметры резонатора считать известными.

№3 “Емкостной датчик”

Доказать формулу для емкостного датчика

$$\Delta U_C \simeq \frac{1}{2} Q U_C \frac{\Delta d}{d}.$$

Пусть  $\Delta d = d_0 \cos \Omega t$ . Каковы ограничения на  $d_0$  и  $\Omega$ ? Как выбирается частота генератора?



№4 “Вынужденные колебания”

В последовательном колебательном контуре ( $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ,  $\delta = r/(2L)$ ,  $\omega_0 \gg \delta$ ) в момент времени  $t = 0$  включается генератор, напряжение  $U_g(t)$  которого меняется по закону:

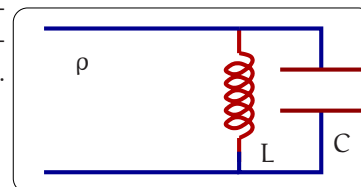
$$U_g(t) = \begin{cases} U_0 \cos(\omega_0 - \Delta)t & 0 \leq t, \\ 0 & t < 0, \end{cases}$$

Найти зависимость от времени напряжения на конденсаторе  $U_C(t)$  и построить графики для случаев: а)  $\Delta = 0$ , б)  $\Delta = \delta$ , в)  $\Delta = 5\delta$ .

№5 “Задержка”

LC контур с резонансной частотой  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  включен в линию с волновым сопротивлением  $\rho$ . На него падает волна напряжения, меняющаяся по закону  $U_{ВХ}(t) = u_0 e^{-(t/\tau_{\text{имп}})^2} \cos \omega_0 t$ . Показать, что отраженную волну можно представить в виде

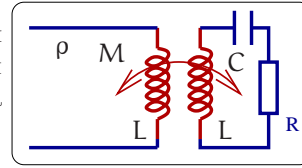
$$U_{ВЫХ}(t) = u_0 e^{-(t-\tau_3)^2/\tau_{\text{имп}}^2} \cos(\omega_0 t + \phi).$$



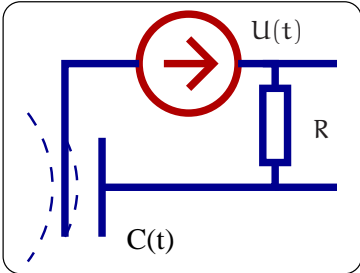
Найти время задержки  $\tau_3$ . Принять, что  $\tau_{\text{имп}} \gg \tau^* \gg 1/\omega_0$ , где  $\tau^* = \rho C$  — время “нагруженной” релаксации контура (“собственных” потерь в контуре нет).

**№6 “Согласование”**

При каких условиях *вся* мощность поглощается в сопротивлении R (т.е. нет отраженной волны)? Частота  $\omega$  источника напряжения близка с резонансной частотой  $\omega_0$  контура. Добротность контура  $Q \gg 1$ . Волновое сопротивление линии  $\rho$ .



**№7 “Микрофон”**



$$C(t) = C_0(1 + m \cos \Omega t), \quad U(t) = U_0 \cos \omega t$$

Подвижная мембрана. Принять  $m \ll 1, \Omega \ll \omega$ . Показать, что напряжение на сопротивлении R будет представлять сумму амплитудно-модулированного (АМ) и фазово-модулированного (ФМ) сигналов. Найти коэффициенты модуляции  $m_{AM}$  и  $m_{FM}$ .

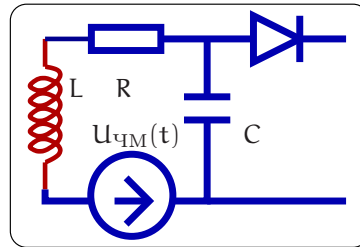
*Указание:* применить метод приближений, раскладывая решение в ряд по малому параметру  $m$  и учитывая частоты:  $\omega, \omega \pm \Omega$ . Упростить полученное решение, используя неравенство  $\Omega \ll \omega$ .

**№8 “ЧМ в АМ”**

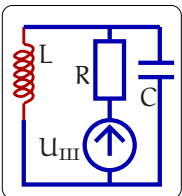
Сформулировать условия для преобразования ЧМ-сигнала в АМ-сигнал.

$$U_{ЧМ}(t) = U_0 \sin \left\{ \int_0^t (1 + m \cos \Omega t) \omega_0 dt \right\}$$

Как должны быть связаны величины  $\omega_0, \Omega$  и  $m$  с частотой  $\omega_{рез}$  и добротностью  $Q$  контура?



**№9 “Найквист”**



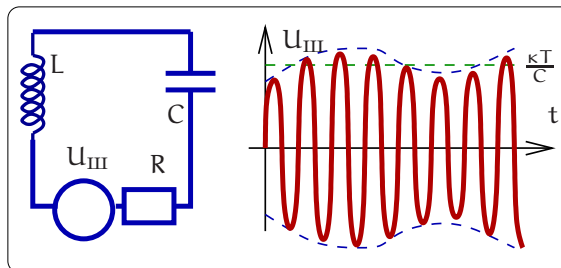
Считая спектральную плотность источника шума постоянной, доказать теорему Найквиста исходя из схемы. L и C – произвольные. Рассмотреть частные случаи  $C \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$ .

**№10 “Вариация шумовой амплитуды”**

Шумовое напряжение на конденсаторе изменяется по закону:

$$U_C(t) = U_{C0}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

$U_{C0}(t)$  и  $\varphi(t)$  – случайные медленные функции с характерным временем (временем корреляции)  $\tau^* = 2Q/\omega_0$ . Доказать, что при  $\tau \ll \tau^*$  вариация амплитуды напряжения на конденсаторе равна



$$\delta U_{C0} = \sqrt{\langle (U_{C0}(t + \tau) - U_{C0}(t))^2 \rangle} \approx \sqrt{\frac{kT}{C}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau^*}}$$