

Задачи для любознательных по радиофизике

С. П. Вятчанин

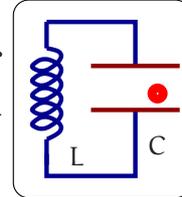
№1 “Электрон”

Дано: L, C, d, m, e

1). Найти, чему равен сдвиг собственной частоты контура, если в емкость “вложен” свободный электрон.

2). То же самое, если электрон “на пружинке” (частота его свободных колебаний равна ω_e).

Совет: использовать подход через функцию Лагранжа.



№2 “Резонансная кривая”

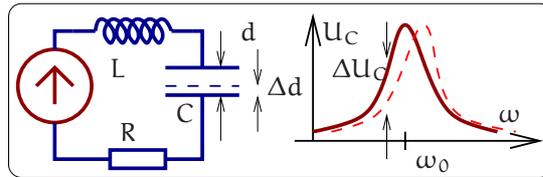
С какой максимальной скоростью $\frac{d\omega_g}{dt}$ можно менять частоту генератора ω_g , чтобы “прописать” (измерить) резонансную кривую резонатора с заданной точностью (например, 3%). Параметры резонатора считать известными.

№3 “Емкостной датчик”

Доказать формулу для емкостного датчика

$$\Delta U_C \simeq \frac{1}{2} Q U_C \frac{\Delta d}{d}.$$

Пусть $\Delta d = d_0 \cos \Omega t$. Каковы ограничения на d_0 и Ω ? Как выбирается частота генератора?



№4 “Вынужденные колебания”

В последовательном колебательном контуре ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $\delta = r/(2L)$, $\omega_0 \gg \delta$) в момент времени $t = 0$ включается генератор, напряжение $U_g(t)$ которого меняется по закону:

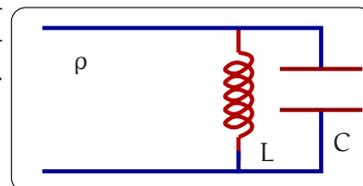
$$U_g(t) = \begin{cases} U_0 \cos(\omega_0 - \Delta)t & 0 \leq t, \\ 0 & t < 0, \end{cases}$$

Найти зависимость от времени напряжения на конденсаторе $U_C(t)$ и построить графики для случаев: а) $\Delta = 0$, б) $\Delta = \delta$, в) $\Delta = 5\delta$.

№5 “Задержка”

LC контур с резонансной частотой $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ включен в линию с волновым сопротивлением ρ . На него падает волна напряжения, меняющаяся по закону $U_{ВХ}(t) = u_0 e^{-(t/\tau_{\text{имп}})^2} \cos \omega_0 t$. Показать, что отраженную волну можно представить в виде

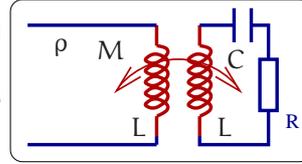
$$U_{ВЫХ}(t) = u_0 e^{-(t-\tau_3)^2/\tau_{\text{имп}}^2} \cos(\omega_0 t + \phi).$$



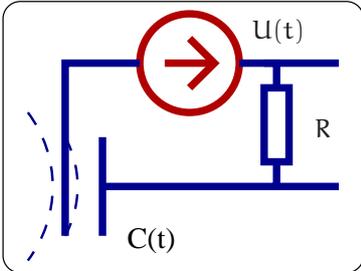
Найти время задержки τ_3 . Принять, что $\tau_{\text{имп}} \gg \tau^* \gg 1/\omega_0$, где $\tau^* = \rho C$ — время “нагруженной” релаксации контура (“собственных” потерь в контуре нет).

№6 “Согласование”

При каких условиях *вся* мощность поглощается в сопротивлении R (т.е. нет отраженной волны)? Частота ω источника напряжения близка с резонансной частотой ω_0 контура. Добротность контура $Q \gg 1$. Волновое сопротивление линии ρ .



№7 “Микрофон”



$$C(t) = C_0(1 + m \cos \Omega t), \quad U(t) = U_0 \cos \omega t$$

Подвижная мембрана. Принять $m \ll 1, \Omega \ll \omega$. Показать, что напряжение на сопротивлении R будет представлять сумму амплитудно-модулированного (АМ) и фазово-модулированного (ФМ) сигналов. Найти коэффициенты модуляции m_{AM} и m_{FM} .

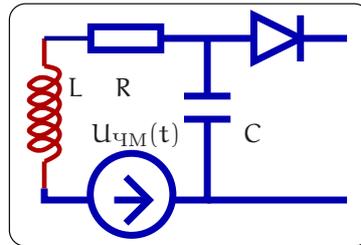
Указание: применить метод приближений, раскладывая решение в ряд по малому параметру m и учитывая частоты: $\omega, \omega \pm \Omega$. Упростить полученное решение, используя неравенство $\Omega \ll \omega$.

№8 “ЧМ в АМ”

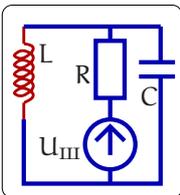
Сформулировать условия для преобразования ЧМ-сигнала в АМ-сигнал.

$$U_{ЧМ}(t) = U_0 \sin \left\{ \int_0^t (1 + m \cos \Omega t) \omega_0 dt \right\}$$

Как должны быть связаны величины ω_0, Ω и m с частотой $\omega_{рез}$ и добротностью Q контура?



№9 “Найквист”



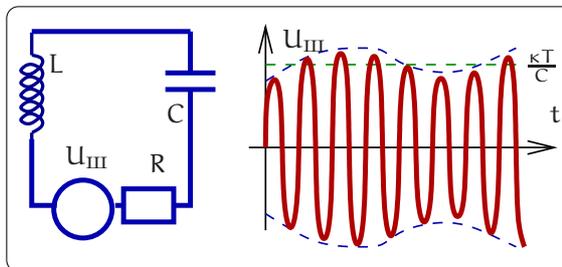
Считая спектральную плотность источника шума постоянной, доказать теорему Найквиста исходя из схемы. L и C – произвольные. Рассмотреть частные случаи $C \rightarrow 0$ и $L \rightarrow \infty$.

№10 “Вариация шумовой амплитуды”

Шумовое напряжение на конденсаторе изменяется по закону:

$$U_C(t) = U_{C0}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

$U_{C0}(t)$ и $\varphi(t)$ – случайные медленные функции с характерным временем (временем корреляции) $\tau^* = 2Q/\omega_0$. Доказать, что при $\tau \ll \tau^*$ вариация амплитуды напряжения на конденсаторе равна



$$\delta U_{C0} = \sqrt{\langle (U_{C0}(t + \tau) - U_{C0}(t))^2 \rangle} \approx \sqrt{\frac{kT}{C}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau^*}}$$