

Приготовление макроскопических осцилляторов в состоянии с минимальной неопределенностью

Ш.Л. Данилишин¹ H. Müller-Ebhardt² H. Rehbein² K. Somiya⁴
R. Schnabel² K. Danzmann² T. Corbitt⁵ C. Wipf⁵ N. Mavalvala⁵
Y. Chen⁴

¹МГУ, Физический факультет, Кафедра физики колебаний

²MPI für Gravitationsphysik (Albert-Einstein-Institut) and Leibniz Universität Hannover

⁴California Institute of Technology

⁵LIGO Laboratory, Massachusetts Institute of Technology

6-й Семинар памяти Д.Н. Клышко, 20-22 мая 2009 г., МГУ, Москва



План

- 1 Зачем и как готовить макроскопические объекты в заданных квантовых состояниях
- 2 Оптическое измерение и приготовление механической системы в квантовом состоянии
 - Приготовление измерением: условное состояние
 - Модель оптомеханического измерителя с Марковскими шумами
- 3 Приготовление состояния зеркала с помощью обратной связи: холодное демпфирование
 - Общий принцип холодного демпфирования
 - Холодное демпфирование с Марковскими шумами
- 4 Выводы



План

- 1 Зачем и как готовить макроскопические объекты в заданных квантовых состояниях
- 2 Оптическое измерение и приготовление механической системы в квантовом состоянии
 - Приготовление измерением: условное состояние
 - Модель оптомеханического измерителя с Марковскими шумами
- 3 Приготовление состояния зеркала с помощью обратной связи: холодное демпфирование
 - Общй принцип холодного демпфирования
 - Холодное демпфирование с Марковскими шумами
- 4 Выводы



Зачем?

- Почему в эксперименте не наблюдается квантовое поведение (e.g. ЭПР-парадокс, туннелирование, интерференция) макроскопических тел ($N \gtrsim 10^{15}$)?
- Нет ли фундаментального механизма декогерентизации квантового движения частиц тела, зависящего от их количества и/или массы [Leggett, 2002, Penrose, 1996, Ghirardi et al., 1986]?

НУЖЕН РЕШАЮЩИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ!

Требования к такому эксперименту:

- 1 Достаточно макроскопический пробный объект: $N \gtrsim 10^{15}$;
- 2 Уровень тепловых и прочих технических шумов ниже квантовых неопределенностей объекта;
- 3 Нелинейное измерение, нелинейная динамика либо негауссово состояние пробного объекта.



Ghirardi, G. C., Rimini, A., and Weber, T. (1986). *Phys. Rev. D* 34, 470–491.



Leggett, A. J. (2002). *Journal of Physics: Condensed Matter* 14, R415–R451.



Penrose, R. (1996). *Gen. Relativ. Grav.* 28, 581–600.



Зачем?

- Почему в эксперименте не наблюдается квантовое поведение (e.g. ЭПР-парадокс, туннелирование, интерференция) макроскопических тел ($N \gtrsim 10^{15}$)?
- Нет ли фундаментального механизма декогерентизации квантового движения частиц тела, зависящего от их количества и/или массы [Leggett, 2002, Penrose, 1996, Ghirardi et al., 1986]?

НУЖЕН РЕШАЮЩИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ!

Требования к такому эксперименту:

- 1 Достаточно макроскопический пробный объект: $N \gtrsim 10^{15}$;
- 2 Уровень тепловых и прочих технических шумов ниже квантовых неопределенностей объекта;
- 3 Нелинейное измерение, нелинейная динамика либо негауссово состояние пробного объекта.



Ghirardi, G. C., Rimini, A., and Weber, T. (1986). Phys. Rev. D 34, 470–491.



Leggett, A. J. (2002). Journal of Physics: Condensed Matter 14, R415–R451.



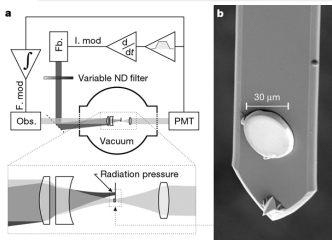
Penrose, R. (1996). Gen. Relativ. Grav. 28, 581–600.



Как?

Необходимое условие для макроскопического квантового эксперимента:

Квантовые флуктуации должны быть больше, чем флуктуации вызванные взаимодействием с окружением, то есть тепловыми и техническим шумами



Kleckner, D. and Bouwmeester, D. (2006). Nature 444, 75–78.

Как этого добиться?

Использовать:

- 1 Взаимодействие света с механическими степенями свободы зеркала как квантовый ресурс;
- 2 Экспериментальный опыт оптических измерений;
- 3 Экспериментальный опыт работы с высокочастотными низкошумящими механическими системами.

К счастью, современное состояние экспериментальной науки позволяет рассчитывать на прорыв в этом направлении в ближайшие годы



План

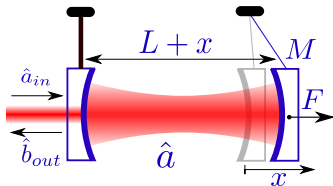
- 1 Зачем и как готовить макроскопические объекты в заданных квантовых состояниях
- 2 Оптическое измерение и приготовление механической системы в квантовом состоянии
 - Приготовление измерением: условное состояние
 - Модель оптомеханического измерителя с Марковскими шумами
- 3 Приготовление состояния зеркала с помощью обратной связи: холодное демпфирование
 - Общй принцип холодного демпфирования
 - Холодное демпфирование с Марковскими шумами
- 4 Выводы



Оптическое измерение как способ приготовления состояния зеркала

При отражении света с частотой ω_0 от зеркала импульс последнего изменяется за счёт светового давления ($\propto N$ числу фотонов), тогда как движение зеркала вызывает изменение фазы отраженной волны ϕ :

$$\delta p \sim \frac{2\hbar\omega_0 N}{c} \iff \delta\phi \sim \frac{2\omega_0 x}{c}$$



При этом:

- свет, отраженный от резонатора, и зеркало оказываются в перепутанном (entangled) состоянии;
- любое измерение параметров света вызывает изменение состояния зеркала \implies обратное влияние измерителя на объект измерения

Энергия взаимодействия:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{F}\hat{x} = -\frac{\hbar\omega_{\text{cav}}}{L}\hat{x}\hat{a}^\dagger\hat{a}$$

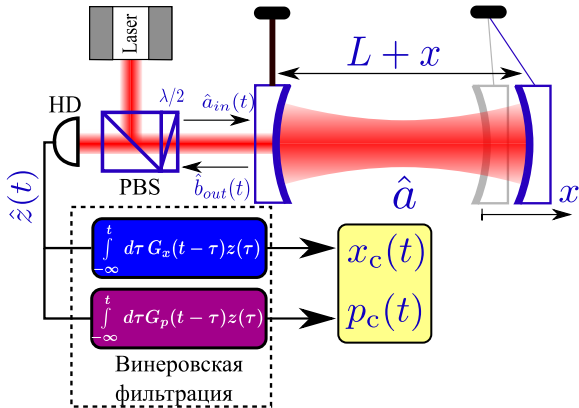
Чем точнее измеряется фаза (\propto смещению зеркала), тем сильнее возмущается импульс \implies есть оптимальная точность: Стандартный Квантовый Предел (СКП)



В. Б. Брагинский (1967). ЖЭТФ 53, 1435.



Оптическое измерение как способ приготовления состояния зеркала



Условное состояние

Непрерывно измеряя отраженный от резонатора свет, мы проецируем совместное состояние $\hat{\rho}$ света и зеркала в условное состояние зеркала $\hat{\rho}^{\text{cnd}}$, зависящее от результата измерения $z(t)$:

$$\hat{\rho}_{\{z(t'):t'<t\}}^{\text{cnd}} = \mathcal{P}_{z(t')} \hat{\rho} \mathcal{P}_{z(t')}^\dagger.$$

Это состояние будет Гауссовым с условными средними $\{x^c(t), p^c(t)\}$ и матрицей ковариаций \mathbb{V}_{cnd}

Распределение Вигнера для условного состояния зеркала в момент времени t :

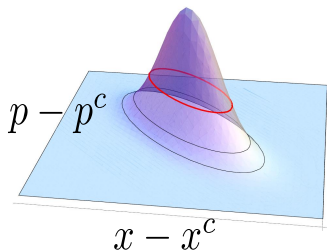
$$\hat{\rho}^{\text{cnd}}(t) : W^{\text{cnd}}(x, p, t) \propto \exp \left[\{x - x^c(t), p - p^c(t)\}^T \mathbb{V}_{\text{cnd}}^{-1} \{x - x^c(t), p - p^c(t)\} \right]$$



Wiseman, H. M. and Milburn, G. J. (1993). Phys. Rev. A 47, 642–662.



Оптическое измерение как способ приготовления состояния зеркала



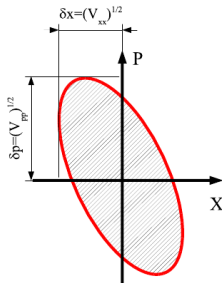
Матрица ковариаций

При заданных условных средних координате $x^c(t)$ и импульсе $p^c(t)$ зеркала, состояние системы описывается вторыми моментами, образующими матрицу ковариаций:

$$V_{\text{cnd}} = \begin{bmatrix} V_{xx}^c & V_{xp}^c \\ V_{xp}^c & V_{pp}^c \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle_{\text{sym}} & \langle xp \rangle_{\text{sym}} \\ \langle xp \rangle_{\text{sym}} & \langle p^2 \rangle_{\text{sym}} \end{bmatrix}.$$

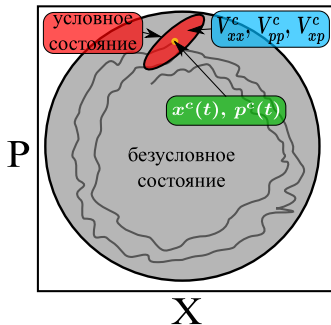
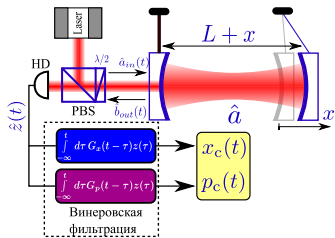
Матрица V_{cnd} также определяет, насколько **смешанным** является полученное условное состояние зеркала:

$$U \equiv \text{Tr}[\hat{\rho}_{\text{cnd}}^2]^{-1} = \frac{2}{\hbar} \sqrt{V_{xx}^c V_{pp}^c - (V_{xp}^c)^2}.$$



Величины V_{xx}^c , V_{pp}^c , V_{xp}^c зависят только от спектров шумов измерителя и технических шумов \Rightarrow не случайны и могут быть определены до начала эксперимента.

Оптическое измерение как способ приготовления состояния зеркала



Винеровский фильтр

Предполагая, что измерение началось в далеком прошлом ($t_0 \rightarrow -\infty$), в момент времени t условные средние $x^c(t)$, $p^c(t)$ определяются лишь данными измерений света $z(t')$: $t' < t$:

$$x^c(t) = \int_{-\infty}^t d\tau G_x(t-\tau) z(\tau),$$

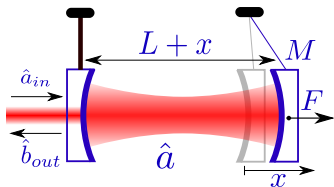
$$p^c(t) = \int_{-\infty}^t d\tau G_p(t-\tau) z(\tau),$$

где $G_x(t-\tau)$ и $G_p(t-\tau)$ — оптимальные фильтры, зависящие только от спектра шума измерителя и являющиеся решением уравнений Винера-Хопфа:

$$\begin{aligned} \langle [\hat{x}(t) - x^c(t)], z(t') \rangle &= 0, \quad t' < t, \\ \langle [\hat{p}(t) - p^c(t)], z(t') \rangle &= 0, \quad t' < t, \end{aligned}$$



Математическая модель оптомеханического измерителя



Модель оптического измерителя:

Пусть ширина полосы резонатора $\gamma \gg$ любых других характерных частот системы (Марковское приближение), тогда ур-я Гейзенберга для зеркала и для света:

$$m\ddot{\hat{x}} = \alpha\hat{a}_1(t) + \hat{F}_{\text{th}} + G,$$

$$\hat{b}_1(t) = \hat{a}_1(t),$$

$$\hat{b}_2(t) = \hat{a}_2(t) + (\alpha/\hbar) \left[x_G + \hat{x}_{\text{th}} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{M} \int_{-\infty}^t d\tau (t - \tau)(\alpha\hat{a}_1(\tau) + \hat{F}_{\text{th}}) \right]$$

где $\alpha = \sqrt{8\hbar\omega_0 P/c^2}$ — перенормированная мощность P , \hat{F}_{th} и \hat{x}_{th} — тепловые шумы, $\hat{a}_1 = \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{\sqrt{2}}$, $\hat{a}_2 = \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{i\sqrt{2}}$ — амплитудная и фазовая квадратуры в волне накачки

Фазовое измерение:

Измеряется фазовая квадратура отраженного света:

$$\hat{z}(t) = \frac{\hbar}{\alpha} \hat{b}_2(t) = \hat{x} + \hat{x}_\text{н}$$



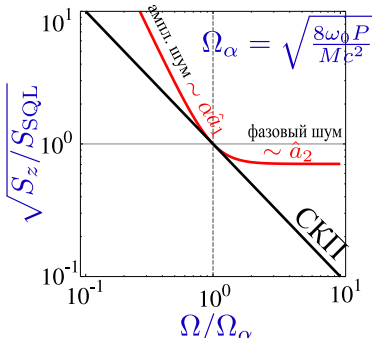
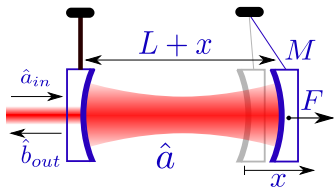
Математическая модель оптомеханического измерителя

В частотном представлении все еще проще:

$$-M\Omega^2 \tilde{x} = \alpha \tilde{a}_1 + \tilde{F}_{th} + \tilde{G}, \quad \tilde{b}_1 = \tilde{a}_1,$$

$$\tilde{b}_2 = \tilde{a}_2 + \frac{\alpha}{\hbar} \left[\tilde{x}_G + \tilde{x}_{th} - \frac{\alpha \tilde{a}_1 + \tilde{F}_{th}}{M\Omega^2} \right]$$

$$\tilde{z} = \underbrace{\left(\frac{\hbar}{\alpha} \tilde{a}_2 + \tilde{x}_{th} \right)}_{\tilde{x}_{fl}} - \frac{1}{M\Omega^2} \left[\tilde{G} + \underbrace{\alpha \tilde{a}_1 + \tilde{F}_{th}}_{\tilde{F}_{fl}} \right]$$



Квантовый шум \iff флуктуации амплитуды и фазы света:

$$S_z^{\text{quant}} = S_x^{\text{quant}} + \frac{S_F^{\text{quant}}}{M^2\Omega^4},$$

$$S_x^{\text{quant}} = \frac{\hbar}{M\Omega_\alpha^2} = \frac{\hbar c^2}{8\omega_0 P} \propto \frac{1}{P},$$

$$S_F^{\text{quant}} = \hbar M\Omega_\alpha^2 = \frac{8\hbar\omega_0 P}{c^2} \propto P$$

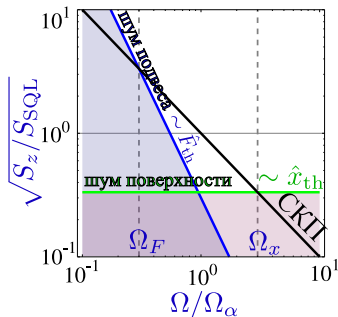
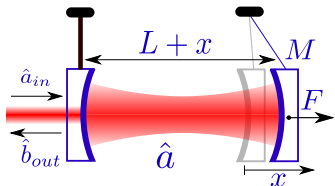


Математическая модель оптомеханического измерителя

Стандартный Квантовый Предел:

Оптимизируя $S_z^{\text{quant}}(\Omega)$ для фиксированной Ω по Ω_α (мощности P), получаем СКП для свободной массы:

$$S_z^{\text{quant}} = \frac{\hbar}{M\Omega^2} \left[\frac{\Omega^2}{\Omega_\alpha^2} + \frac{\Omega_\alpha^2}{\Omega^2} \right] \xrightarrow{\Omega_\alpha} \frac{2\hbar}{M\Omega^2}$$



Тепловые шумы \leftrightarrow флуктуации подвеса и поверхности зеркала:

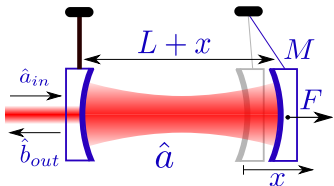
$$S_z^{\text{th}} = S_x^{\text{th}} + \frac{S_F^{\text{th}}}{M^2\Omega^4},$$

$$S_x^{\text{th}} = \frac{2\hbar}{M\Omega_x^2},$$

$$S_F^{\text{th}} = 2\hbar M\Omega_F^2$$

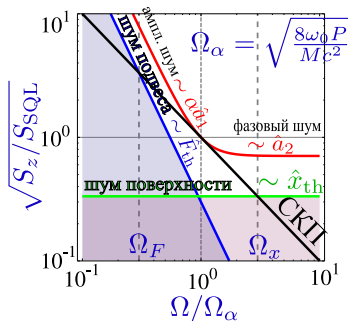


Математическая модель оптомеханического измерителя



Точность измерения оказывается напрямую связана с мерой смешанности получающегося условного состояния зеркала:

$$U^2 = \frac{S_x S_F - S_{xF}^2}{\hbar^2} = \frac{4}{\hbar^2} (V_{xx}^c V_{pp}^c - (V_{xp}^c)^2)$$



Суммарный шум полностью задается тремя частотами

- Ω_α — частота (мощность P), при которой фазовый и амплитудный шумы равны друг другу
 $\Rightarrow S_z^{\text{quant}}(\Omega_\alpha) = S_{\text{SQL}} = \frac{2\hbar}{M\Omega^2}$
- Ω_x — задаёт характерное время преобладания шума поверхности зеркала в выходном сигнале
- Ω_F — задаёт характерное время преобладания шума подвеса в выходном сигнале



Два способа иметь чувствительность измерения выше СКП

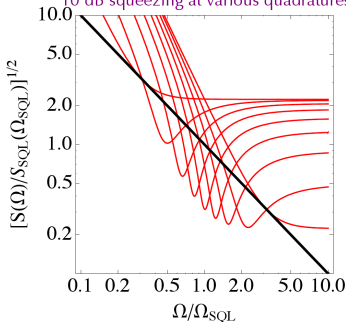
Для преодоления СКП используют корреляцию между квадратурами света:

$$\tilde{b}_1 = \tilde{a}_1, \quad \tilde{b}_2 = \tilde{a}_2 + \frac{\alpha}{\hbar} \left[\tilde{x}_G + \tilde{x}_{th} - \frac{\alpha \tilde{a}_1 + \tilde{F}_{th}}{M\Omega^2} \right]$$

$$\tilde{z} \approx \tilde{b}_1 \sin \zeta + \tilde{b}_2 \cos \zeta \quad \Rightarrow \quad S_z = S_x - \frac{2}{M\Omega^2} S_{xF} + \frac{S_F}{M^2\Omega^4}$$

input squeezing at non-phase quadrature

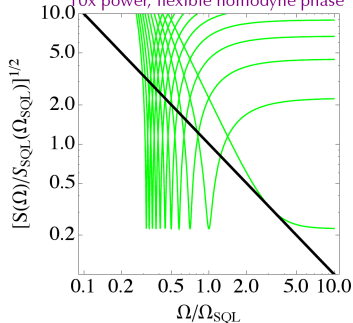
10 dB squeezing at various quadratures



$$S_{xF} = M\Omega_\alpha^2 S_{a_1 a_2}$$

homodyne detection at non-phase quadrature

10x power, flexible homodyne phase



$$S_{xF} = \hbar \tan \zeta$$



Обобщение изложенного:

- 1 В процессе отражения света от зеркала их состояния оказываются перепутаны за счет взаимодействия через световое давление;
- 2 Измерение параметров отражённого света приводит к непрерывному коллапсу состояния зеркала;
- 3 Линейность системы, а также стационарность и гауссовость шумов позволяют, **используя результаты измерения и спектры шумов измерителя**, знать состояние зеркала в любой момент времени, для которого есть запись $z(t') : t' < t$;
- 4 Меняя точность измерения (мощность) и регистрируемую квадратуру света, можно управлять **условным состоянием** объекта;
- 6 Шумы измерителя и технические шумы определяют, насколько чистым получится состояние.

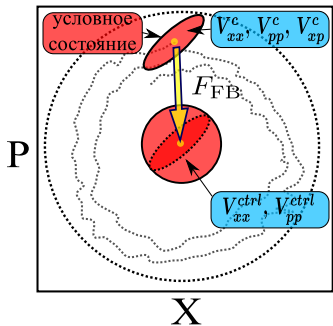
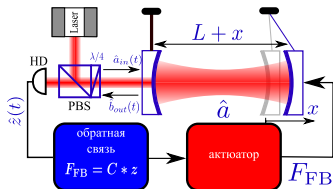


План

- 1 Зачем и как готовить макроскопические объекты в заданных квантовых состояниях
- 2 Оптическое измерение и приготовление механической системы в квантовом состоянии
 - Приготовление измерением: условное состояние
 - Модель оптомеханического измерителя с Марковскими шумами
- 3 Приготовление состояния зеркала с помощью обратной связи: холодное демпфирование
 - Общий принцип холодного демпфирования
 - Холодное демпфирование с Марковскими шумами
- 4 Выводы



Как это работает?



- 1 Начальное состояние ($t \rightarrow -\infty$) — тепловое: $\det \mathbb{V}_{\text{init}} \gg \hbar^2/4$
- 2 Используя знания о шумах прибора, вычисляем оптимальную передаточную функцию обратной связи $C(t)$ (вычисляется из фильтров $G_{x,p}(t)$), минимизирующую возмущения положения и импульса осциллятора;
- 3 Записанные данные $z(t)$ преобразуются цепью обратной связи в успокаивающую силу, которая стремится занулить $x^c(t)$ и $p^c(t)$:

$$F_{\text{FB}}(t) = \int_{-\infty}^t d\tau C(t - \tau)y(\tau),$$

- 4 Конечное состояние — является стационарным ($V_{xp}^{\text{ctrl}} = 0$) и близко к $|0\rangle$: $\det \mathbb{V}_{\text{ctrl}} \rightarrow \hbar^2/4$



Что оптимизируется?

Оптимальная обратная связь должна обеспечивать стационарное, максимально чистое Гауссово состояние осциллятора (зеркала):

$$\frac{\hbar}{2} U_{\text{ctrl}} = \sqrt{V_{xx}^{\text{ctrl}} V_{pp}^{\text{ctrl}}} \longrightarrow \sqrt{V_{xx}^c V_{pp}^c} + V_{xp}^c \geq \frac{\hbar}{2}$$

Эффективное число тепловых квантов N_{eff}

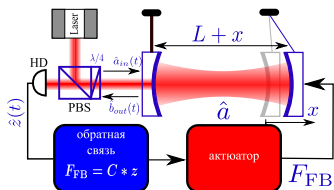
для стационарного состояния зеркала можно определить как среднее число тепловых квантов зеркала, помещенного в эффективный осцилляторный потенциал с частотой $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{V_{pp}^{\text{ctrl}} / (m^2 V_{xx}^{\text{ctrl}})}$:

$$N_{\text{eff}} = \left[\frac{\langle E \rangle}{\hbar \Omega_{\text{eff}}} - \frac{1}{2} \right] = \min_{\Omega_{\text{eff}}} \left[\frac{V_{pp}^{\text{ctrl}}}{2\hbar \Omega_{\text{eff}} M} + \frac{M \Omega_* V_{xx}^{\text{ctrl}}}{2\hbar} \right] - \frac{1}{2} = \frac{U_{\text{ctrl}}}{2} - \frac{1}{2}$$

что для слабой ОС ($\omega_m \simeq \Omega_{\text{eff}}$) соответствует реальному числу квантов.



Как это работает?



Математическая модель:

$$\tilde{z}(\Omega) = \tilde{x}^{\text{fl}}(\Omega) + \tilde{x}(\Omega)$$

$$[-M\Omega^2 - i\Omega\Gamma_m + M\omega_m^2]\tilde{x}(\Omega) = -\tilde{C}(\Omega)\tilde{z}(\Omega) + \tilde{F}^{\text{fl}}(\Omega)$$

$$\tilde{C}(\Omega) = K_{\text{FB}}(\Omega) - i\Omega\Gamma_{\text{FB}}(\Omega)$$

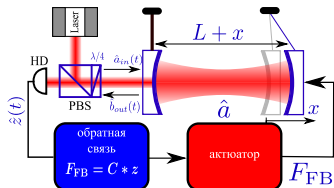
$$[-M\Omega^2 - i\Omega[\Gamma_m + \Gamma_{\text{FB}}] + K_{\text{eff}}]\tilde{x} = \tilde{F}_{\text{opt}}^{\text{fl}} + \tilde{C}\tilde{x}^{\text{fl}} \Rightarrow T_{\text{eff}} \simeq \frac{\Gamma_m}{\Gamma_{\text{FB}}}T_{\text{init}} + T_{\text{FB}}$$

Основные свойства $C(t)$

- 1 Вносит эффективное малозумящее трение $\Gamma_{\text{FB}} \gg \Gamma_m$
- 2 Вносит эффективную жесткость, меняя частоту колебаний осциллятора так, чтобы новая частота приходилась на минимум спектра шума
- 3 Меняет динамику системы, отсекая высокочастотные компоненты шума



Шум измерения и динамика системы с оптимальной ОС



Математическая модель:

$$\tilde{z}(\Omega) = \tilde{x}^{\text{fl}}(\Omega) + \tilde{x}(\Omega)$$

$$\underbrace{[-M\Omega^2 - i\Omega\Gamma_m + M\omega_m^2]}_{\chi_{\text{osc}}^{-1}(\Omega)} \tilde{x}(\Omega) = -\tilde{C}(\Omega)\tilde{z}(\Omega) + \tilde{F}^{\text{fl}}(\Omega)$$

$$\tilde{C}(\Omega) = K_{\text{FB}}(\Omega) - i\Omega\Gamma_{\text{FB}}(\Omega)$$

Спектральная плотность шума линейного измерения с “белыми” шумами измерителя:

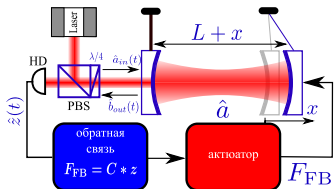
$$S_z(\Omega) \propto \frac{\Omega^4 - 2A\omega_m^2\Omega^2 + \omega_m^2 B^2}{\underbrace{|\underbrace{(\Omega - \omega_m + i\gamma_m)(\Omega + \omega_m + i\gamma_m)}_{1/|\chi_{\text{osc}}(\Omega)|^2}|^2}}$$

$$A \equiv 1 + \frac{1}{M\omega_m^2} \frac{S_{xF}}{S_x}, \quad B^2 \equiv 1 + \frac{2}{M\omega_m^2} \frac{S_{xF}}{S_x} + \frac{1}{M^2\omega_m^4} \frac{S_F}{S_x}$$

A и B определяют действительную и мнимую части нулей $S_z(\Omega)$, то есть, частоты, где шум минимален



Шум измерения и динамика системы с оптимальной ОС



Оптимальная обратная связь:

$$\tilde{C}(\Omega) = C_0 \frac{(\Omega - C_1)}{(\Omega - C_2)},$$

$$C_1 = (\Omega_3^2 + \omega_m^2 \Omega_4) / (\omega_m^2 + \Omega_4 \Omega_3),$$

$$C_0 = -M(\omega_m^2 + \Omega_4 \Omega_3), \quad C_2 = \Omega_4$$

Динамика системы с оптимальной ОС

$$\tilde{\chi}_{\text{osc}} = -\frac{1}{M[(\Omega - \tilde{\Omega}_m)(\Omega + \tilde{\Omega}_m^*)]} \implies \tilde{\chi}_{\text{FB}} = -\frac{(\Omega - \Omega_4)}{M[(\Omega - \Omega_1)(\Omega - \Omega_2)(\Omega - \Omega_3)]},$$

где Ω_i - новые характеристические частоты, определяющие динамику осциллятора и зависящие от шумов измерителя:

$$\Omega_{1,2} = \pm \omega_m \sqrt{(B+A)/2} - i \omega_m \sqrt{(B-A)/2}$$

$$\Omega_3 = -i\sqrt{B}\omega_m, \quad \Omega_4 = -i[\sqrt{B} + \sqrt{2(B-A)}]\omega_m.$$



Шум измерения и динамика системы с оптимальной ОС

Оптимальная обратная связь \tilde{C}

- представляет собой комбинацию ОС по координате и по скорости с дополнительным фильтром шумов на высоких частотах;
- обеспечивает создание максимально чистого состояния:

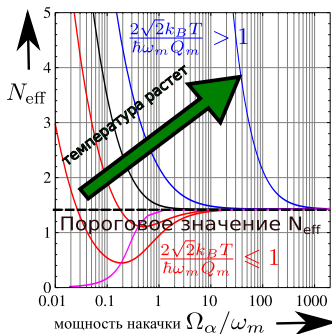
$$U_{\text{ctrl}}^{\text{opt}} = \frac{2}{\hbar} \sqrt{V_{xx}^{\text{ctrl}} V_{pp}^{\text{ctrl}}} = U_{\text{cnd}} \frac{\sqrt{1 - A/B} + \sqrt{2}}{\sqrt{1 + A/B}} \quad \text{где} \quad \frac{A}{B} \simeq \frac{S_{xF}}{\sqrt{S_x S_F}};$$

- из-за наличия (частотно независимой) ОС по координате вносит дополнительную жёсткость, меняющую частоту колебаний зеркала;
- обеспечивает высокую добротность эффективной динамической системы, так как для достижения $N_{\text{eff}} \rightarrow 0$ нужно, чтобы $A/B \rightarrow 1$:

$$Q_{\text{eff}} = \frac{|\Re[\Omega_{1,2}]|}{|\Im[\Omega_{1,2}]|} = \sqrt{\frac{1 + A/B}{1 - A/B}} \gg 1$$



Фазовый переход в системах с ОС



Если измеряется только фазовая квадратура, что соответствует отсутствию корреляции между шумами измерителя $S_{xF} = 0$, то **возможность достижения основного состояния зависит от начальной температуры охлаждаемой системы:**

- При $\frac{2\sqrt{2}k_B T}{\hbar\omega_m Q_m} > 1$ минимальное значение $N_{\text{eff}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$ при бесконечной мощности накачки ($\Omega_q \rightarrow \infty$)
- При $\frac{2\sqrt{2}k_B T}{\hbar\omega_m Q_m} \leq 1$ минимальное значение $N_{\text{eff}} \rightarrow 0$ при некоторой оптимальной мощности накачки

Для интерферометра LIGO:

$$T_{\text{cr}} = 17 \text{ mK} \times \left[\frac{Q_m}{10^8} \right] \times \left[\frac{\Omega_m}{2\pi \times 1 \text{ Hz}} \right]$$

Для микро- и наноосцилляторов:

$$T_{\text{cr}} = 170 \text{ K} \times \left[\frac{Q_m}{10^6} \right] \times \left[\frac{\Omega_m}{2\pi \times 1 \text{ MHz}} \right]$$

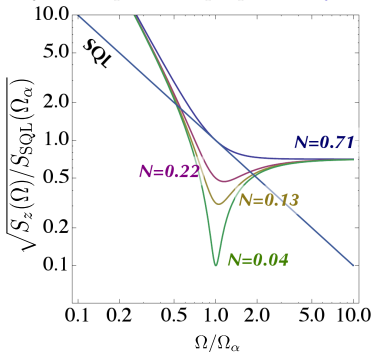


Оптимальное измерение и достижение $N_{\text{eff}} \ll 1$

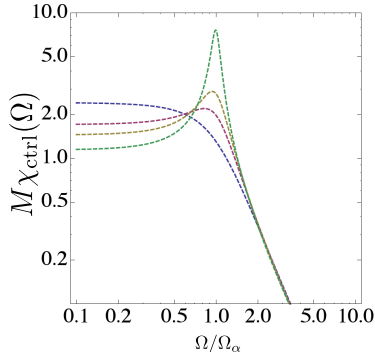
Измерение произвольной квадратуры поля:

Сильное измерение: $\Omega_\alpha = \sqrt{\frac{8\omega_0 P}{Mc^2}} \gg \omega_m \Rightarrow$ осциллятор \rightarrow св. массу:

Шум измерителя при разных ζ



Динамика зеркала при разных ζ



Для достижения $N_{\text{eff}} \ll 1$ необходимо, чтобы в некоторой области частот спектральные плотности тепловых и технических шумов были ниже СКП:
 $\Omega_x > \Omega_F$



План

- 1 Зачем и как готовить макроскопические объекты в заданных квантовых состояниях
- 2 Оптическое измерение и приготовление механической системы в квантовом состоянии
 - Приготовление измерением: условное состояние
 - Модель оптомеханического измерителя с Марковскими шумами
- 3 Приготовление состояния зеркала с помощью обратной связи: холодное демпфирование
 - Общй принцип холодного демпфирования
 - Холодное демпфирование с Марковскими шумами
- 4 Выводы



Выводы

Выводы:

- 1 Оптическое слежение за координатой позволяет готовить механическую степень свободы зеркала в Гауссовом состоянии с чистотой, определяемой только шумами измерения.
- 2 Априорное знание шумов измерителя позволяет рассчитать матрицу вторых моментов и сконструировать оптимальные Винеровские фильтры для получения условных средних значений $x^c(t)$ и $p^c(t)$ — координаты и импульса зеркала в любой момент времени на основе данных измерений $z(t)$, то есть приготовить **условное состояние** зеркала в момент времени t .
- 3 Для приготовления максимально чистого **стационарного** состояния зеркала можно использовать оптимальную обратную связь, непрерывно компенсирующую уход средних координаты и импульса от установленных значений и вносящую минимум дополнительных неопределённостей.
- 4 Достижение стационарного состояния с минимальной неопределённостью возможно при:
 - тепловых и технических шумах ниже СКП и
 - при выборе оптимальной мощности накачки и взаимной корреляции шумов измерителя.



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!!!