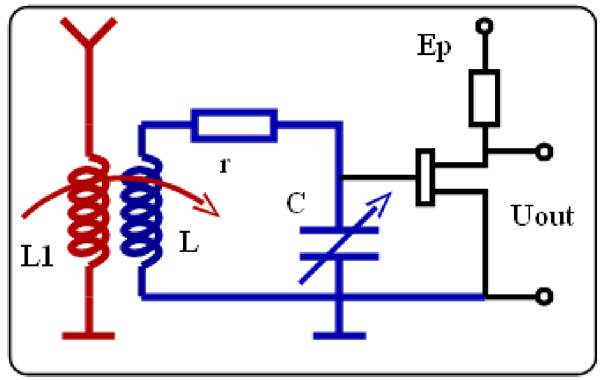
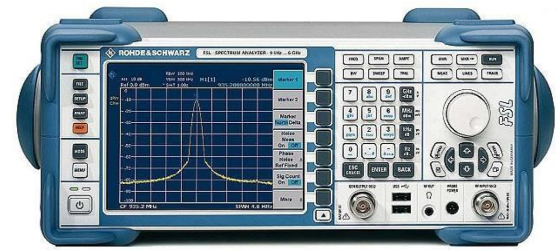
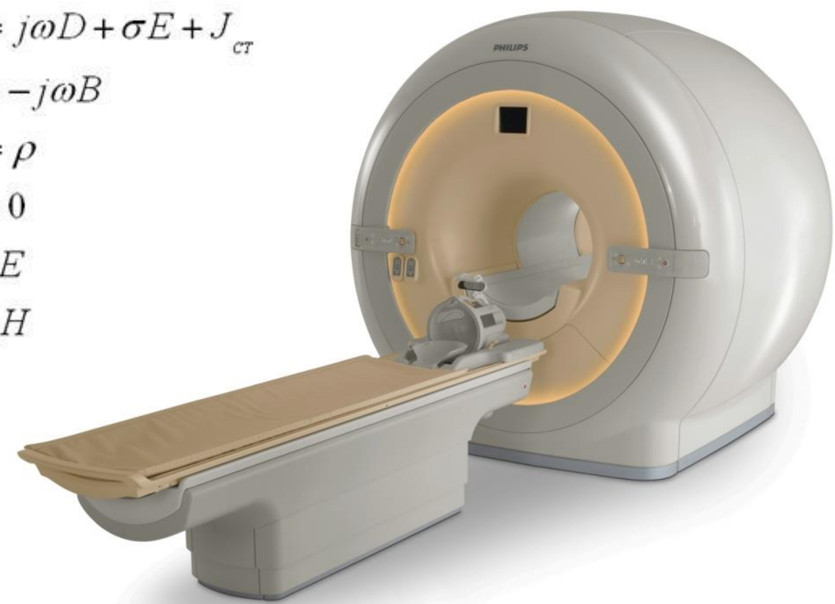
# РАДИОФИЗИКА

**Радио**физика**, radiare** (лат.) - излучать, испускать лучи.



$$rotH = j\omega D + \sigma E + J_{ст}$$
$$rotE = -j\omega B$$
$$divD = \rho$$
$$divB = 0$$
$$D = \varepsilon_a E$$
$$B = \mu_a H$$



# РАДИОФИЗИКА

**Предмет изучения** - процессы возбуждения, распространения, регистрации и преобразования электромагнитных сигналов, используемых для получения, транспортировки и обработки информации.

**Теория электромагнетизма**

Теория колебаний

Теория волн

**Теория измерений**

Оптика

РАДИОФИЗИКА

Информатика

Теория цепей

**Электродинамика**

Физика твердого тела

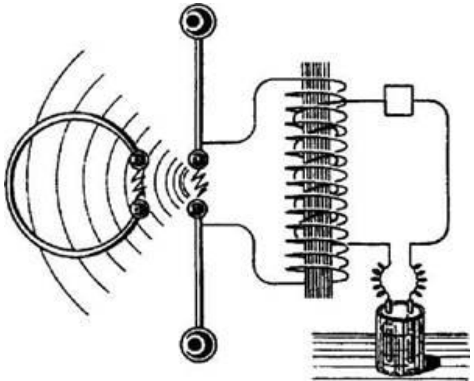
Радиоэлектроника

Квантовая механика

# Немного истории

- **1831 М. Фарадей :** закон электромагнитной индукции
- **1873 Дж. Максвелл :** “Трактат об электричестве

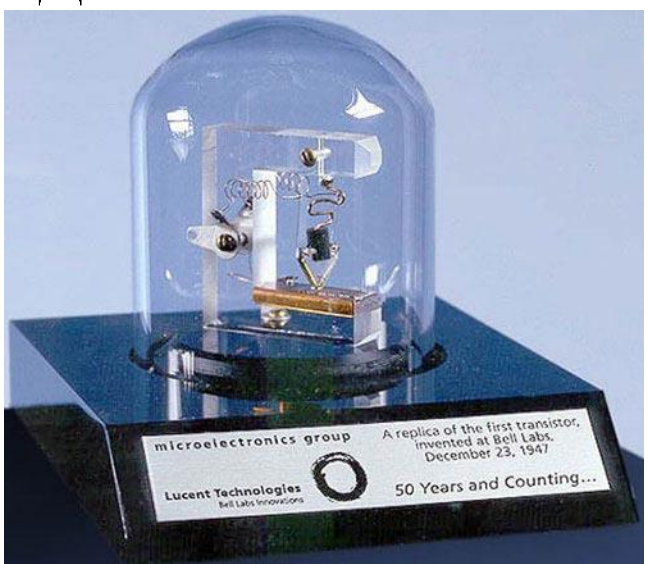
 и магнетизме”



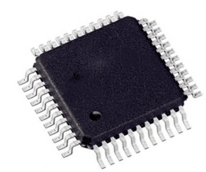
- **1887 Г. Герц :** вибратор Герца
- **1895 А. С. Попов :**  демонстрация передачи э.м. волн
- **1897 Г. Маркони :**  патент на способ передачи э.м. волн.
- **1905** первое испытание в военных целях (Цусима)
- **1906 Джон Флеминг :** вакуумный диод-детектор
- **1907 Ли де Форест :** аудин - вакуумный триод

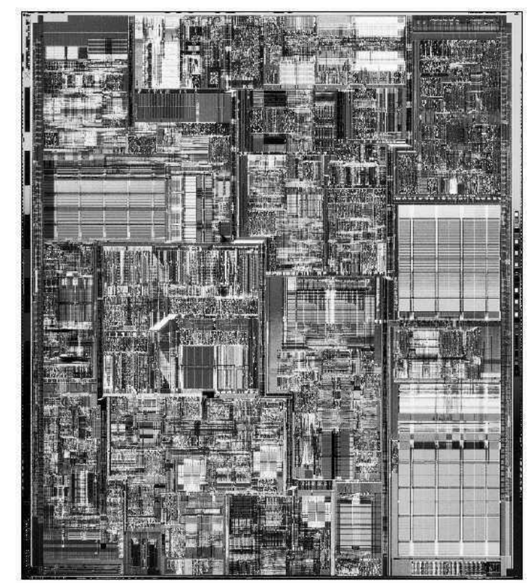
# Немного истории

- **1914 А. Мейснер:** ламповый генератор
- **1947 В. Шокли, Д. Бардин и У. Браттейн :** биполярный транзистор
- **1954 А.Басов, Н.Прохоров, Ч.Таунс :** мазер
- **1959 Д. С. Килби :** патент на создание интегральной схемы




**25 лет:**


Интегральная микросхема



# Немного истории

**Примеры крупных физических открытий, сделанных радиофизическими методами**

• Реликтовое излучение.

• Пульсары, рентгеновские звезды, всплески гамма излучения.

• ЭПР, ЯМР, ЯКР

**Нобелевские премии:**

Г. Маркони, Ч. Таунс, А. Живер, Н. Рамсей, К. Браун, Н. Басов, Б. Джозефсон, У. Шокли, А. Прохоров, А. Шавлов, Дж. Бардин, А. Кастлер, Н. Блумберген, Дж.Тайлор, У. Братейн, Л. Есаки, К. Сибган, Р. Халс…

# Основная литература:

• Введение в Радиофизику, И.А. Биленко, Ю.И.Воронцов , С.П. Вятчанин, МГУ 2016 г.

• Основы радиофизики. Под ред. А.С.Логгинова. М., 1996.

• Ю.И.Воронцов, И.А. Биленко, Краткое пособие по радиофизике (методы анализа, задачи и решения) КДУ, 2007

• С.И.Баскаков, Радиотехнические цепи и сигналы М.: 2000.

• И.С.Гоноровский, Радиотехнические цепи и сигналы М.: 1986.

*Биленко Игорь Антонович ком.2-20, тел 40-34, www.bilenko.ru*

*email: igorbilenko@phys.msu.ru*

# Организация занятий:

1. Семинары: 1 раз в две недели
2. Радиопрактикум: запись с 14 сентября ком 47Х
3. Самостоятельные занятия (подготовка к практикуму, домашние задания)
4. Консультации

# Правила приема экзаменов по курсу «Радиофизика»: бально-рейтинговая система.

2-е контрольные (в дополнительное время). За каждую
"отлично" - 3 балла, "хорошо" - 2 балла, "удовлетворительно" - 1 балл –
Максимум **6 баллов – Covid19 – возможны изменения!**
\+
Баллы от преподавателя, ведущего семинары (за домашнюю работу, за мелкие самостоятельные работы на семинарах и т.д.)
Максимум **3 балла**
\+
Экзамен: в билете:
2 вопроса теоретического минимума (ответ **необходим** для получения положительной оценки за экзамен, 2 балла максимум каждый)
Теоретический вопрос (2 балла максимум)
3 задачи: (по 2 балла максимум)
Максимум **12 баллов**

**Итого: максимум 21 балл**

# Правила приема экзаменов по курсу «Радиофизика»: бально-рейтинговая система.

**Максимум 21 балл**

при наборе 17 и более баллов выставляется оценка "**отлично**"

при наборе от 13 до 16 баллов - оценка "**хорошо**"

при наборе от 10 до 12 баллов - оценка «**удовлетворительно**»

*Возможны уточнения, смотрите на сайте: http://osc.phys.msu.ru*

# Линейные системы

**Сигнал:** изменяющаяся во времени физическая величина, с помощью которой можно передавать, сохранять и обрабатывать информацию.


**Радиофизическая система:** среда (устройство, цепь, область пространства) в которой существуют сигналы.

# Линейные системы

**Принцип суперпозиции**: при прохождении через **линейные системы** сигналы  не влияют друг на друга (отклик линейной системы на сумму воздействий равен сумме откликов на каждое, отдельно взятое воздействие).

Математика: линейный оператор:

$$\mathbf{U}(A+B)=\mathbf{U}A+\mathbf{U}B$$

Можно иначе: свойства линейных систем по отношению к сигналам под воздействием сигналов не меняются.

# Сосредоточенные цепи.

Пусть $L$ - размеры системы,

$c$ - скорость света,

$T$ - характерное время ($T = 1/\nu$).

$\lambda \gg L$

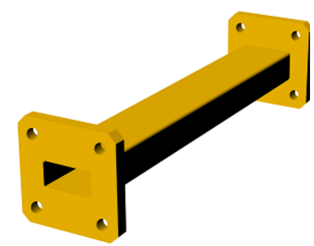
**Условие квазистационарности:**

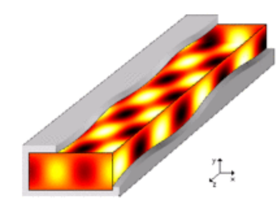
$$\boxed{\frac{L}{c} \ll T \quad \text{или} \quad \frac{L}{\lambda} \ll 1,} \qquad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

$L \geq \lambda$- распределённая система.

$\nu = 50$ Гц $\rightarrow$ $\lambda \cong 6\,000$ км (Москва $\sim 30$ км)

$\nu = 100$ МГц (FM диапазон) $\rightarrow$ $\lambda \sim 3$ м

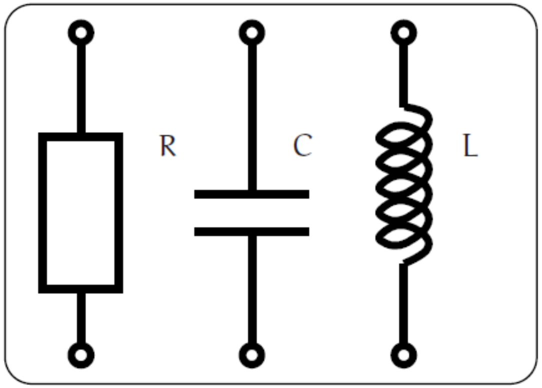




$\lambda \sim L$

# Линейные системы

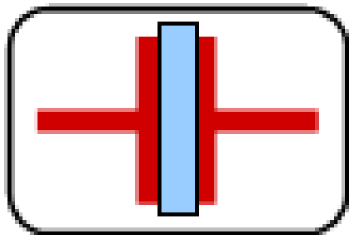
Пример идеальных сосредоточенных линейных элементов –R, C, L (если их размер много меньше, чем длина волны для рассматриваемых колебаний):




$$\frac{dU}{dI} = R = const, \quad \frac{d\Phi}{dI} = L = const, \quad \frac{dQ}{dU} = C = const.$$

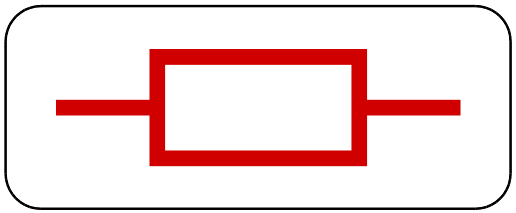
Обычно это справедливо при малых $I,\ U,\ Q,\ \Phi$

В каждом конкретном случае требуется анализ малости!

Пример:  $\varepsilon = f(U) \Rightarrow \dfrac{dQ}{dU} \neq const.$

# Элементы линейных систем (краткое напоминание)

## Сопротивление (активное сопротивление, резистор)



$U_R = I_R R$ $[R] =$ Ом [Ohm, Ω]

$G = 1/R$ [G] = См [S] (Сименс)

Энергия (уходит в тепло):

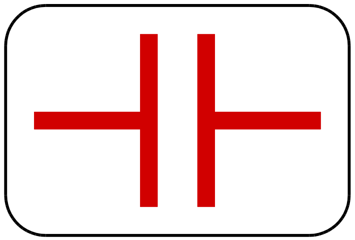
$$W_R = \int_0^t I_R^2 R\, dt = \int_0^t \frac{U_R^2}{R}\, dt = \int_0^t I_R U_R dt,$$

Мощность (постоянный ток):

$$P_R = I_R^2 R = \frac{U_R^2}{R} = U_R I_R$$

# Элементы линейных систем (краткое напоминание)

## Емкость (конденсатор)



$$Q_C = U_C C,\ [C] = \text{Ф [F] - Фарада}$$

$$I_C = \frac{dQ_C}{dt} = C\ \frac{dU_C}{dt}$$

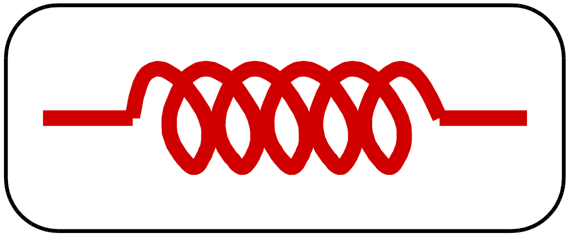
Напряжение: $$U_C = \int_0^t \frac{I_C(t)}{C}\, d\tau + U_C(0)$$

Изменение энергии:

$$W_C = W_C(t) - W_C(0) = \frac{CU_C^2(t)}{2} - \frac{CU_C^2(0)}{2}.$$

# Элементы линейных систем
# (краткое напоминание)

## **Индуктивность (катушка индуктивности)**



$\Phi_L = LI_L$, $[L]$ = Гн [H] - генри

Напряжение: $U_L = \dfrac{d\Phi_L}{dt} = L\,\dfrac{dI_L}{dt}$,

Ток: $I_L = \displaystyle\int_0^t \frac{U_L(t)}{L}\,d\tau + I_L(0)$,

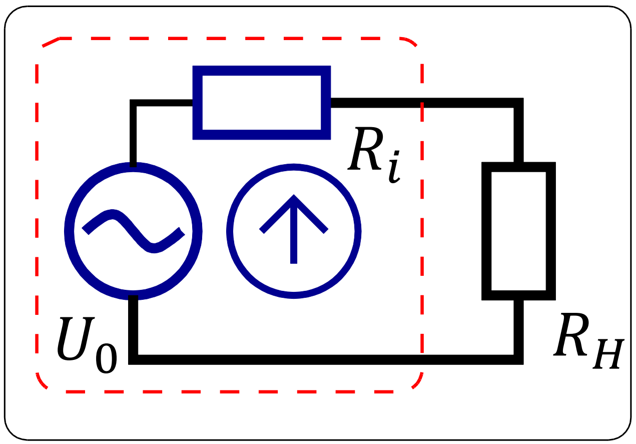
Изменение энергии:

$$W_L = W_L(t) - W_L(0) = \frac{LI_L^2(t)}{2} - \frac{LI_L^2(0)}{2}$$

# Элементы линейных систем (краткое напоминание)

## Источники сигнала

Генератор напряжения:




$$U_0 = I(R_i + R_H),$$

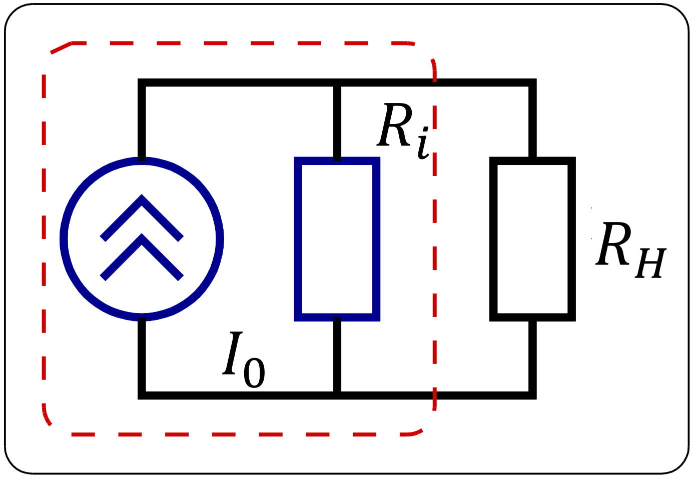
$$U_{R_H} = U_0 \frac{R_H}{R_i + R_H}$$

$$U_{R_H} \gg U_{R_i} \quad \text{если} \quad R_i \ll R_H$$

# Элементы линейных систем (краткое напоминание)

## Источники сигнала

Генератор тока:



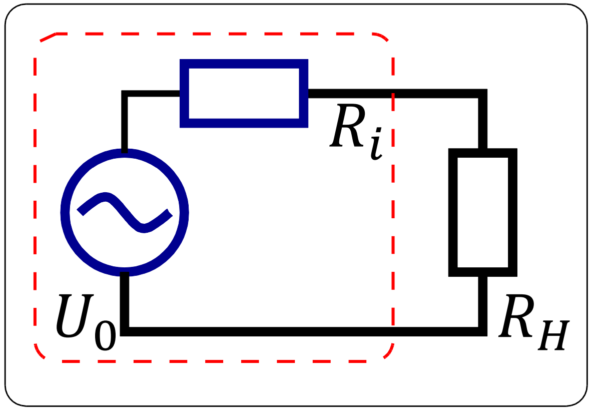

$$I_0 = I_{R_H} + I_{R_i},$$

$$I_{R_H} = \frac{I_0 R_i}{R_i + R_H},$$

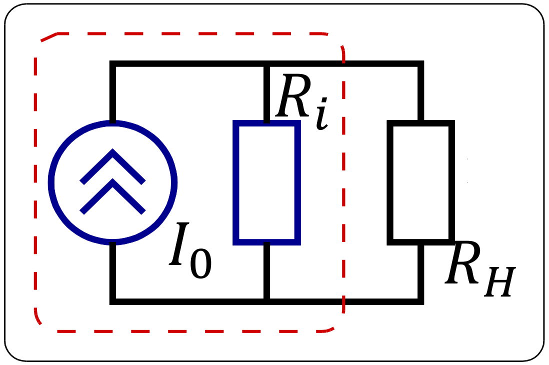
$$I_{R_i} = \frac{I_0 R_H}{R_i + R_H}$$

$I_{R_H} \gg I_{R_i}$ если $R_i \gg R_H$

## Сравним:



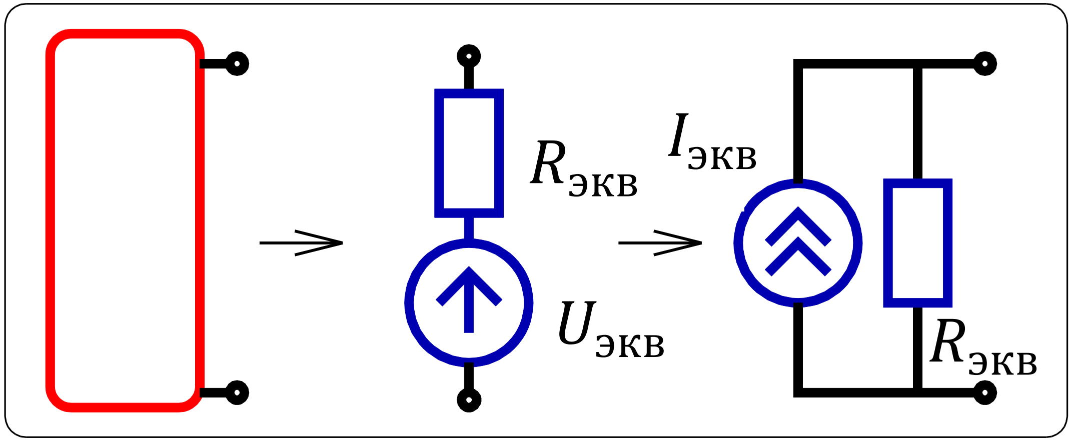

$$U_{R_H} = I_0 R_H = \frac{U_0 R_H}{R_i + R_H}$$




$$I_{R_H} = I_0 \frac{R_i R_H}{R_i + R_H} / R_H = \frac{I_0 R_i}{R_i + R_H},$$

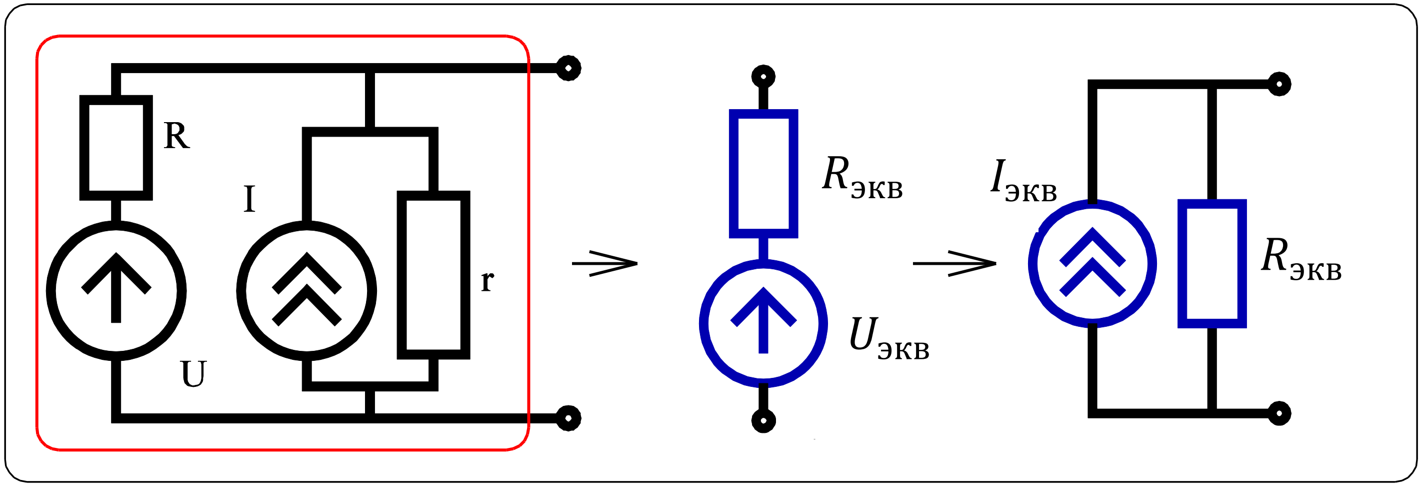
$$\Rightarrow U_{R_H} = I_0 R_i \frac{R_H}{R_i + R_H}$$

# Теорема об эквивалентном генераторе




$$U_{экв} = U_{хх}, \quad I_{экв} = I_{кз}\ , \quad R_{экв} = \frac{U_{хх}}{I_{кз}}$$

## Пример:




$$U_{экв} = U_{xx} \quad = U\frac{r}{r+R} + I\frac{rR}{r+R}, \qquad I_{экв} = I_{кз} = I + \frac{U}{R}$$

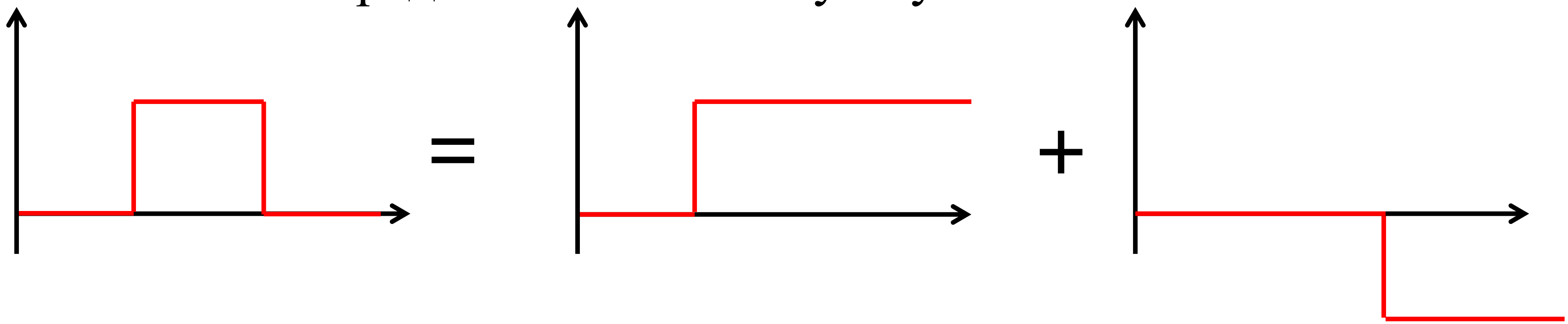
$$R_{экв} \quad = \frac{U_{xx}}{I_{кз}} = \frac{Rr}{R+r}$$

# Линейные системы: разложение сигналов

Разложение = представление в виде суммы

Выбор способа (базисных функций) для разложения:

А. Сигнал легко представить как их сумму:



Б. Отклик исследуемой системы на выбранные базисные функции легко найти

# Линейные системы:
# Использование спектрального анализа

Линейные операторы оставляют гармонические колебания гармоническими:

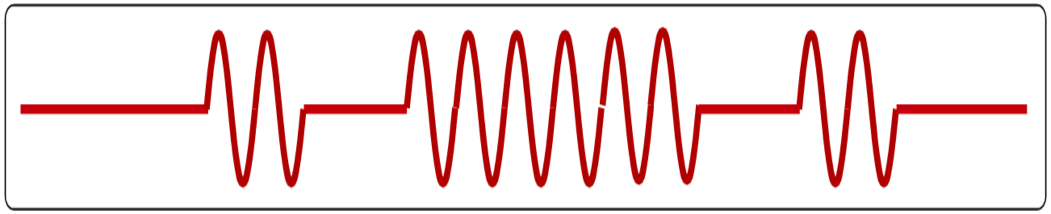
$$\frac{d}{dt}\sin(\omega t+\varphi)=\omega\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\int\sin(\omega t+\varphi)dt=-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)$$

- Разложение по гармоническим функциям удобно для анализа линейных цепей! (на самом деле не только линейных)
- область определения - $-\infty\ \dots+\infty$ гармонические колебания могут описывать реальный сигнал лишь приближенно
- Идеальный периодический процесс не несет информации! –

Нужен код (язык).

# Пример: азбука Морзе

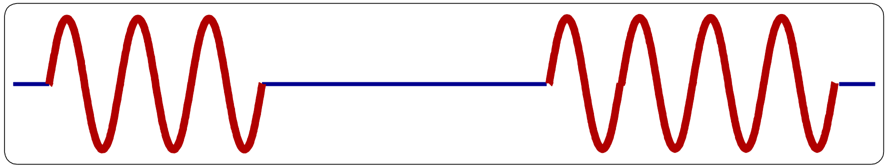


- азбука Морзе (буква «р»)

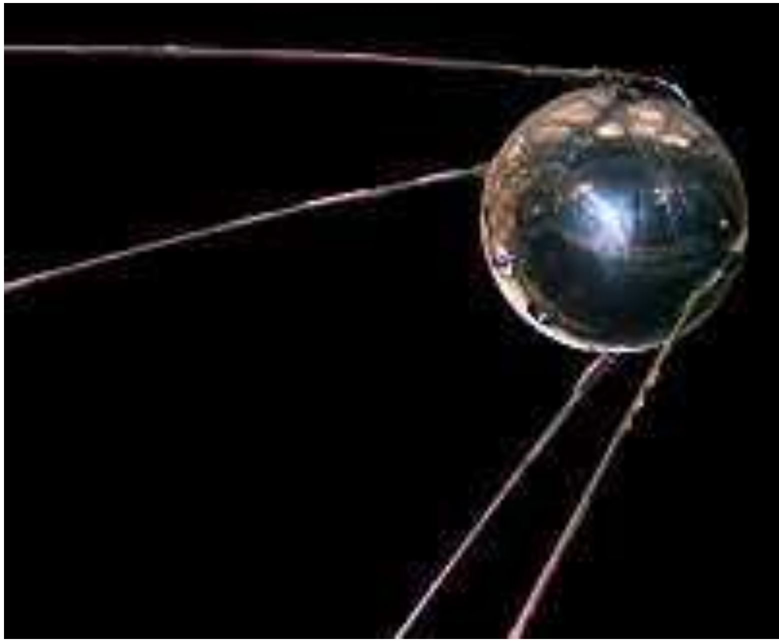
За единицу времени принимается длительность одной точки. Длительность тире равна трём точкам. Пауза между элементами одного знака - одна точка, между знаками в слове 3 точки, между словами 7 точек.

# Сигналы первого искусственного спутника Земли

**4 октября 1957 г.**



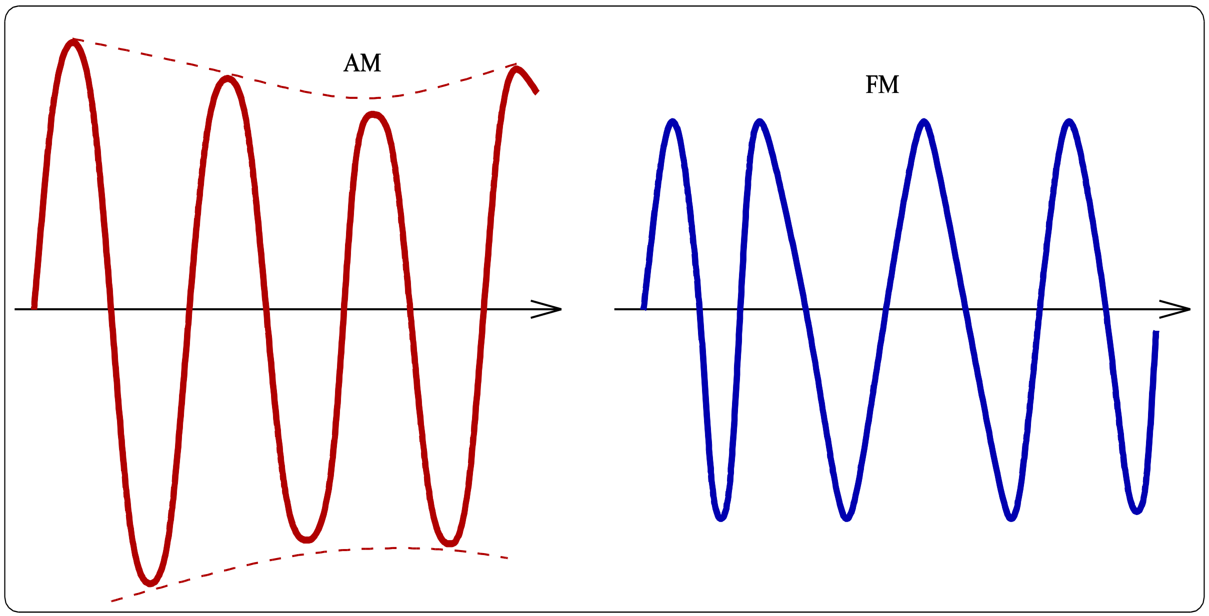
$\tau_1 \sim p$ (mm Hg) $\tau_2 \sim t^\circ\, C$



Передатчик, установленный на спутнике, периодически излучал сигналы длительностью 0,4 сек попеременно на длинах волн 7,5 и 15 м.

# Модуляция –
# способ кодирования информации

“Синусоидальная” несущая - можно записывать информацию в амплитуде, частоте или фазе (АМ, ЧМ, ФМ).



# Преобразование Фурье

Пусть *f(t)* – **периодическая** интегрируемая функция с периодом $T = 2\pi/\omega_0$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)),$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_0 t)\, dt, \qquad a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_0 t)\, dt.$$

Можно иначе: $$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} c_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n),$$

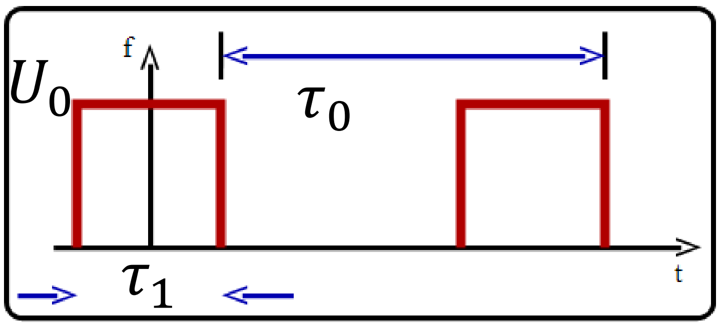
$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \qquad tg\, \phi_n = \frac{a_n}{b_n}.$$

# Преобразование Фурье в комплексном виде:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \tilde{C}_n e^{in\omega_0 t}, \qquad \tilde{C}_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-in\omega_0 t}\, dt.$$

(если $f(t)$ – вещественная, то $\tilde{C}_n = -\tilde{C}_n^*$)

**Пример**: бесконечная последовательность прямоугольных импульсов.



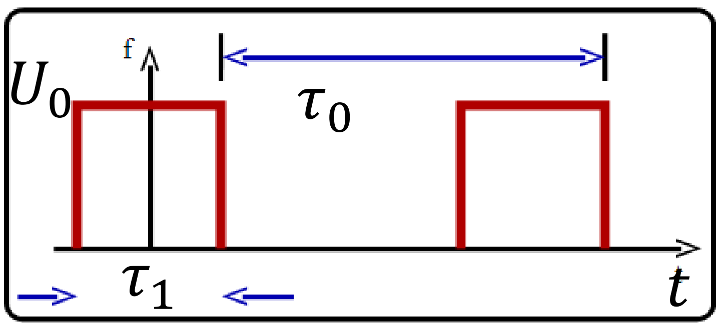

$$a_0 = \frac{2}{\tau_0}\int_{-\tau_1/2}^{\tau_1/2} U_0 dt = 2U_0 \frac{\tau_1}{\tau_0}$$

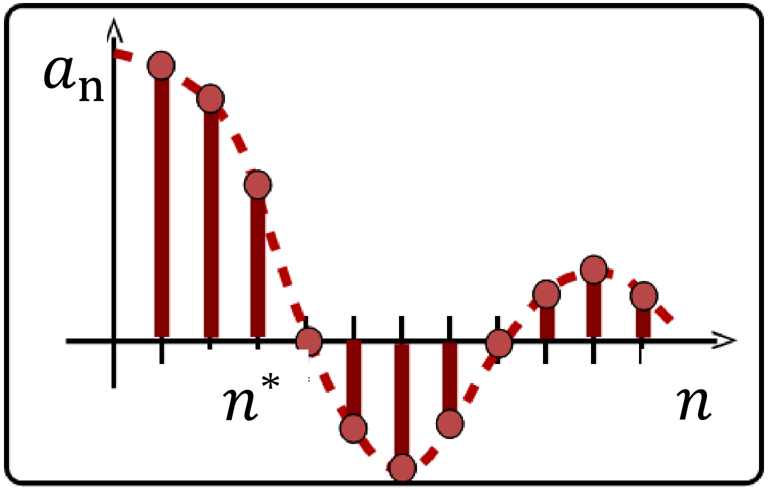
$$a_n = \frac{2}{\tau_0}\int_{-\tau_1/2}^{\tau_1/2} U_0 \cos\left(\frac{2\pi\, n\, t}{\tau_0}\right) dt = 2U_0 \left(\frac{\tau_1}{\tau_0}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi n \tau_1}{\tau_0}\right)}{\left(\frac{\pi n \tau_1}{\tau_0}\right)},$$

$$b_n = 0$$

**Пример**: бесконечная последовательность прямоугольных импульсов.

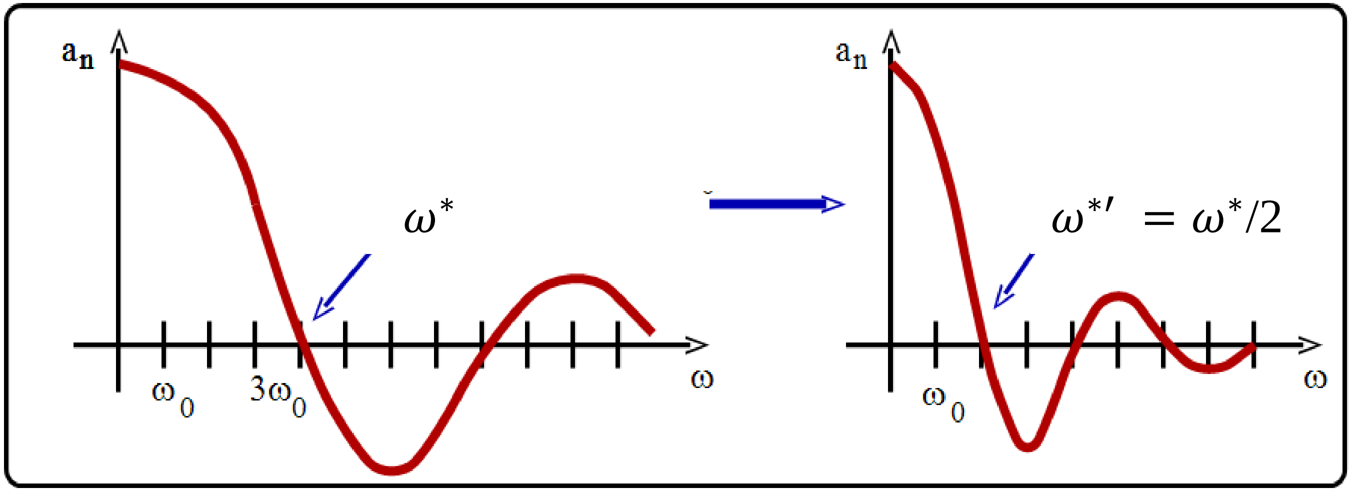
$$f(t) = U_0\frac{\tau_1}{\tau_0} + 2U_0\left(\frac{\tau_1}{\tau_0}\right)\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\sin\left(\frac{\pi n\tau_1}{\tau_0}\right)}{\left(\frac{\pi n\tau_1}{\tau_0}\right)}\cos(n\omega_0 t)$$




Линейчатый, дискретный эквидистантный спектр.

Характерные: частота $\omega^* \cong n^* \, 2\pi/\tau_0$ (и соответствующий номер $n^* \cong \tau_0/\tau_1$), расстояние между гармониками: $\Delta\omega$



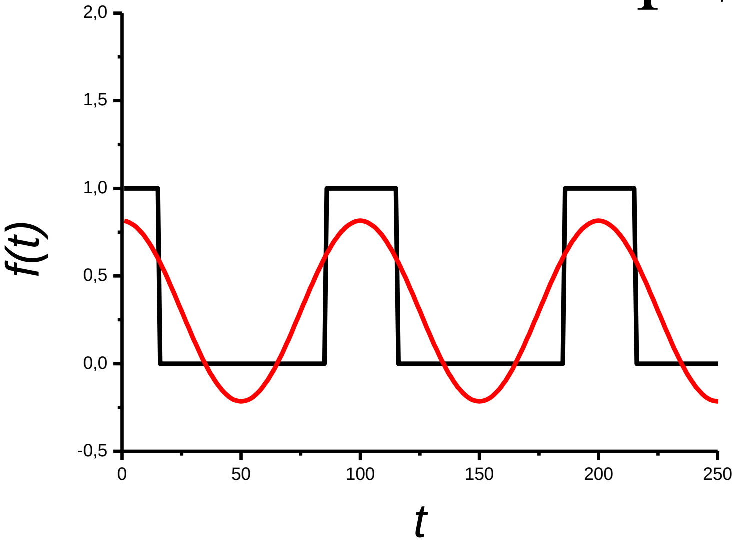

$$\frac{\pi n^* \tau_1}{\tau_0} = \pi \quad \rightarrow \quad n^* \cong \frac{\tau_0}{\tau_1},$$

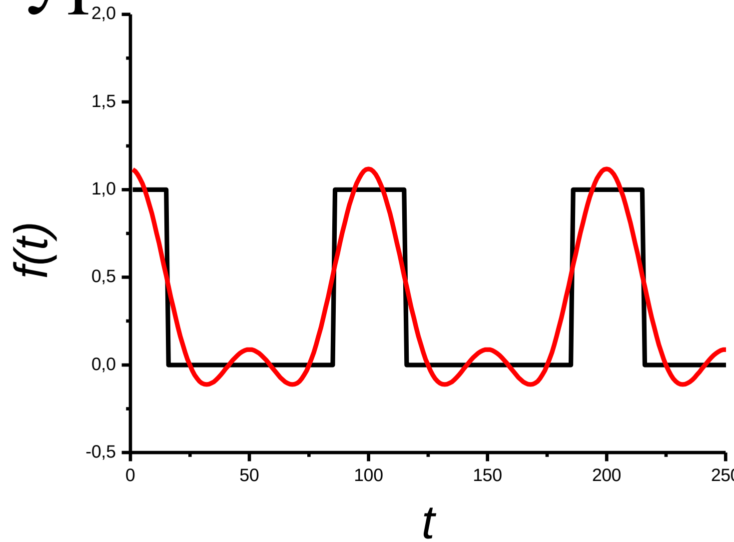
$$\omega^* = n^* \omega_0 = \frac{2\pi}{\tau_1}, \qquad \Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$$

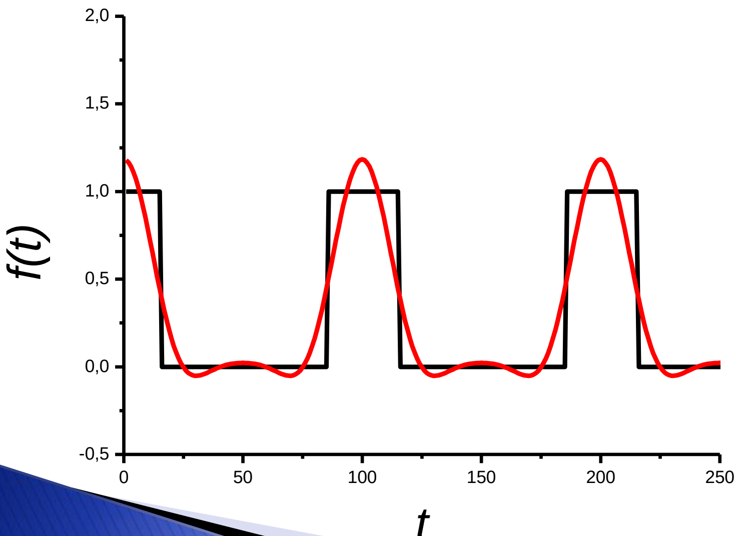
При увеличении $\tau_0$ (импульсы идут реже) - гармоники чаще ($\Delta\omega$ меньше). В пределе $n \to \infty$ получаем **интеграл** Фурье.

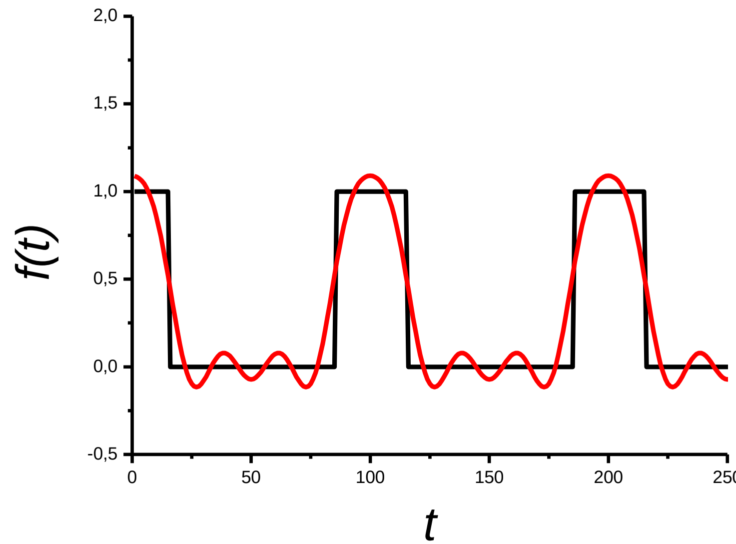
Заметим, что характерная частота $\omega^*$ не меняется.

# Последовательное приближение меандра рядом Фурье:

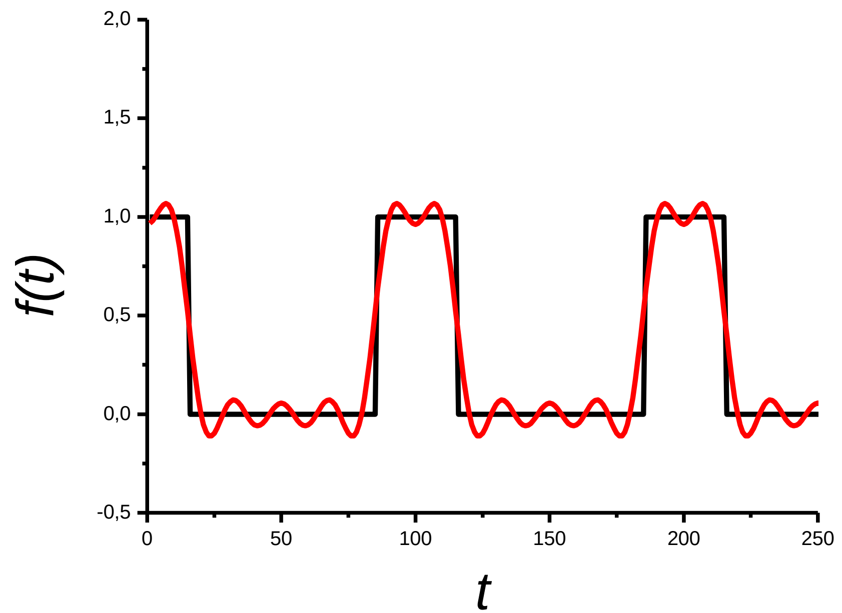


# Последовательное приближение меандра рядом Фурье:




$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\mathbf{5}} c_n \sin\left(n\frac{2\pi}{100}t + \pi\right)$$

Если $n^* \gg 1$ то $\sim 90\%$ энергии приходится на диапазон частот $0 \div \omega^*$:

$$\sum_{n=1}^{n=n^*} a_n^2 / \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n^2 \cong 0.9$$

# Непрерывное преобразование Фурье (интеграл Фурье)

$$f(t) \quad = \quad \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \tilde{C}_n e^{in\omega_0 t} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \qquad \Delta\omega = \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\lim_{T\to\infty} f(t) \quad = \lim_{T\to\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} T\tilde{C}_n e^{in\omega_0 t} \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$f(t) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi},$$

$$F(\omega) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t}\, dt.$$

# Свойства рядов и интегралов Фурье:

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) \quad \Leftrightarrow \quad F_1(\omega) + F_2(\omega) + F_3(\omega),$$

$$\alpha f(t) \Leftrightarrow \quad \alpha F(\omega), \qquad \alpha \ - const$$

$$\frac{df(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad i\omega \times F(\omega),$$

$$\int f(t)\,dt \quad \Leftrightarrow \quad \frac{F(\omega)}{i\omega}.$$

# Свойства рядов и интегралов Фурье:

$$f(\beta t) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\beta}\, F\left(\frac{\omega}{\beta}\right), \qquad \beta \ - const$$

$$f(t-\tau) \quad \Leftrightarrow \quad F(\omega)e^{-i\omega\tau}, \qquad \tau \ - const$$

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \, \frac{d\omega}{2\pi},$$

$$f(t) = g(t)\cos(\omega_0 t) \quad \Leftrightarrow \quad F(\omega) = \frac{G(\omega - \omega_0)}{2} + \frac{G(\omega + \omega_0)}{2}$$

Докажем: $$\frac{df(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad i\omega \times F(\omega),$$

$$\partial_t f(t) \quad = \quad \partial_t \int F(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega = \int [i\omega F(\omega)]\, e^{i\omega t}\, d\omega.$$

Докажем: $$f(\beta t) \quad \Leftrightarrow \quad F_\beta(\omega) = \frac{1}{\beta}\, F\left(\frac{\omega}{\beta}\right),$$

$$\beta \ \ - const$$

$$F_\beta(\omega) \quad = \quad \int f(\beta t)\, e^{-i\omega t}\, dt =$$

$$= \int f(\beta t)\, e^{-i(\omega/\beta)\,\beta t}\, \frac{d(\beta t)}{\beta} = \frac{1}{\beta}\, F\left(\frac{\omega}{\beta}\right),$$

Докажем: $f(t-\tau) \Leftrightarrow F(\omega)e^{-i\omega\tau}, \qquad \tau \; - const$

$$F_\tau(\omega) = \int f(t-\tau)\, e^{-i\omega t}\, dt = \int f(y)\, e^{-i\omega y}\, e^{-i\omega\tau} dy =$$

$$F(\omega)\, e^{-i\omega\tau}$$

Докажем:

$$f(t) = g(t)\cos(\omega_0 t) \Leftrightarrow F(\omega) = \frac{G(\omega-\omega_0)}{2} + \frac{G(\omega+\omega_0)}{2}$$

$$f(t) = g(t)\cos(\omega_0 t) \;\; F(\omega) = 2\int g(t)\left(e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}\right)e^{-i\omega t} dt(\omega)$$

$$= 2\int g(t)\left(e^{-i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t}\right)dt$$

$$= \frac{G(\omega-\omega_0)}{2} + \frac{G(\omega+\omega_0)}{2}$$

Докажем: $W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \, \frac{d\omega}{2\pi}$

(равенство Парсеваля)

$$W \quad = \quad \int\int\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)\, e^{i\omega t}\, F^*(\omega')\, e^{-i\omega' t}\, \frac{d\omega\, d\omega'}{(2\pi)^2}\, dt =$$

$$= \quad \int\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, F^*(\omega')\, 2\pi\, \delta(\omega - \omega')\, \frac{d\omega\, d\omega'}{(2\pi)^2} =$$

$$= \quad \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \, \frac{d\omega}{2\pi}.}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x}\, dx = 2\pi\, \delta(\alpha).$$

- Интегральное определение дельта-функции

Можно и по-другому:

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,dt \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2\,\frac{d\omega}{2\pi}$$

$$W \quad = \quad \int\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,F(\omega)\,e^{i\omega t}\,\frac{d\omega}{2\pi}\,dt$$

Учтем: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}\,dt = F^*(\omega),$

$$W \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\,F^*(\omega)\,\frac{d\omega}{2\pi} =$$

$$= \quad \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2\,\frac{d\omega}{2\pi}.}$$

# Метод комплексных амплитуд

Пусть в цепи действуют источники (напряжения или тока) на одной частоте $e_n = E_n\cos(\omega t + \phi_{En}), i_n = I_n\cos(\omega t + \phi_{In})$. Тогда *установившиеся* токи и напряжения будут иметь ту же частоту, но разные амплитуды и фазы.

Напоминание из ТФКП:

$$Z \quad = \quad a + ib = \sqrt{a^2 + b^2}\, e^{i\varphi},$$

$$\varphi = \arg(Z) = \mathrm{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$e^{ix} \quad = \quad \cos x + i\sin x$$ - Теорема Эйлера

# Метод комплексных амплитуд

Представим напряжение в виде:

$$U(t) = |A|\cos(\omega t + \phi) = \Re\left(|A|e^{i(\omega t+\phi)}\right) = \Re\left(|A|e^{i\phi}\, e^{i\omega t}\right) = \Re\left(\boldsymbol{A}\, e^{i\omega t}\right)$$

$\boldsymbol{A} = |A|e^{i\phi}$ - комплексная амплитуда

**Что бы найти отклик линейной системы на гармонический сигнал, достаточно найти, как изменяется его комплексная амплитуда!**

Будем считать: $A \equiv |A|e^{i\phi}$

Используем принцип суперпозиции:

$$f(t) = A\cos(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad f(t) = \Re\left(Ae^{i\omega t}\right), \qquad (A = |A|e^{i\phi})$$

$$\frac{df(t)}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \frac{df(t)}{dt} = \Re\left(i\omega Ae^{i\omega t}\right)$$

$$\int f(t)\,dt = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \int f(t)\,dt = \Re\left(\frac{A}{i\omega}e^{i\omega t}\right)$$

Любой сложный сигнал можно разложить по гармоническим (в спектр) ,найти изменение комплексной амплитуды каждой спектральной компоненты, а затем просуммировать:

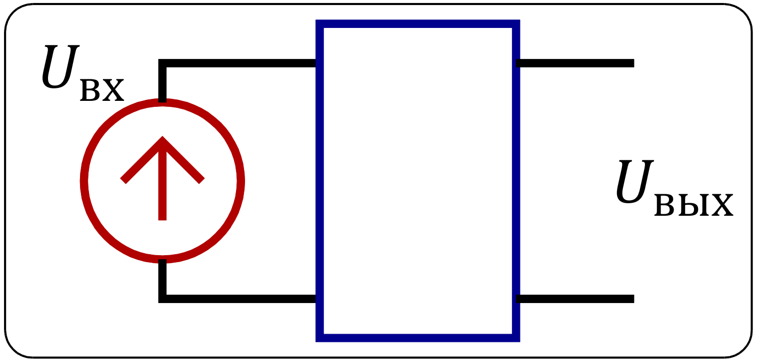
$$U_{\text{вх}}(t) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}_{\text{вх}}(\omega)\, e^{i\omega t}\, \frac{d\omega}{2\pi},$$

$$\widetilde{U}_{\text{вх}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{вх}}(t)\, e^{-i\omega t}\, dt$$

$$\widetilde{U}_{\text{вх}}(\omega) \to \widetilde{U}_{\text{вых}}(\omega)$$

$$U_{\text{вых}}(t) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}_{\text{вых}}(\omega)\, e^{i\omega t}\, \frac{d\omega}{2\pi}.$$

# Характеристики линейных цепей




Примем, что генератор напряжения $U_{\text{вх}}$ имеет **нулевое** внутреннее сопротивление.
Нас интересует связь между $U_{\text{вх}}$ и $U_{\text{вых}}$.

# Разложение по гармоническим составляющим

Представим: $$U_{\text{вх}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}_{\text{вх}}(\omega) e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi},$$

$$U_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}_{\text{вых}}(\omega)\, e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}$$

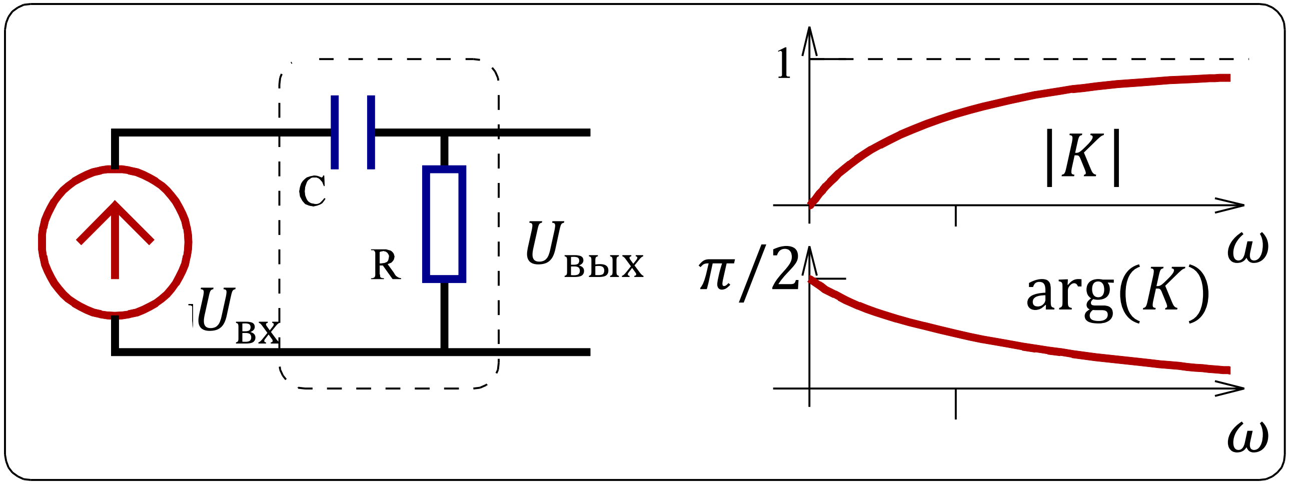
Коэффициент передачи: $$K(\omega) = \frac{\widetilde{U}_{\text{вых}}(\omega)}{\widetilde{U}_{\text{вх}}(\omega)}$$

- комплексная величина

$|K(\omega)|$ - **АЧХ** (амплитудно-частотная характеристика),

$\mathrm{a}rg K(\omega)$ - **ФЧХ** (фазово-частотная характеристика).

# Пример: RC цепочка




$$K(\omega) = \frac{IR}{I\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right)} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

$$|K(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}},$$

$$\arg K(\omega) = \frac{\pi}{2} - arctg(\omega RC)$$