

Стандартный квантовый предел и некоторые методы его преодоления (Обзор)

Ш. Л. Данилишин

кафедра физики колебаний,
Физический факультет
МГУ им. М. В. Ломоносова

19 мая 2006 г.



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Краткое содержание

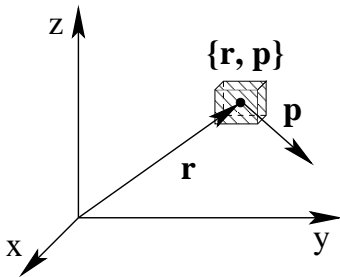
- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Описание объекта в классической механике

Классическая механика:

Объект, находясь в данной точке пространства, имеет вполне определенные координаты и импульс.



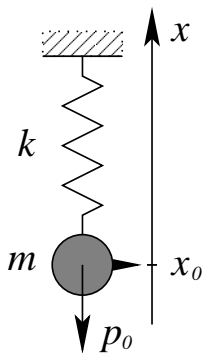
То есть, зная положение тела $\mathbf{r}(t)$ в пространстве и его импульс $\mathbf{p}(t)$ в любой момент времени t , мы обладаем полной информацией о его **состоянии**.

Все возможные состояния образуют **фазовое пространство** или **пространство состояний** объекта.



Описание объекта в классической механике

Наглядный пример - гармонический осциллятор



Координата и импульс гармонического осциллятора задаются выражениями:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{p_0}{m\omega_0} \sin \omega_0 t,$$

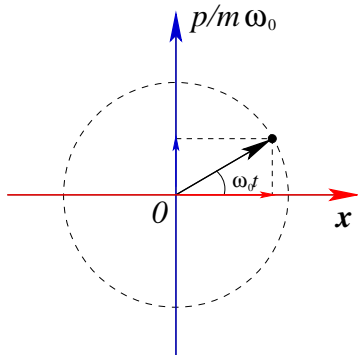
$$p(t) = p_0 \cos \omega_0 t - m\omega_0 x_0 \sin \omega_0 t,$$

где ω_0 — собственная частота, m — масса, x_0 — начальная координата, а p_0 — начальный импульс осциллятора.

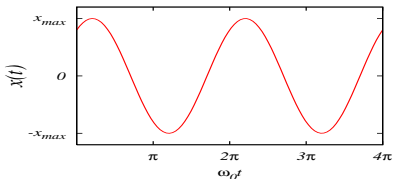


Описание объекта в классической механике

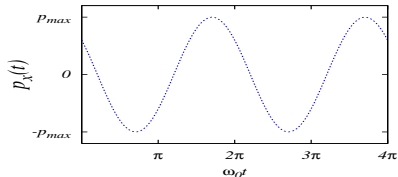
Изменение состояния осциллятора можно изобразить в виде фазовой траектории на фазовой плоскости



Координата классического осциллятора

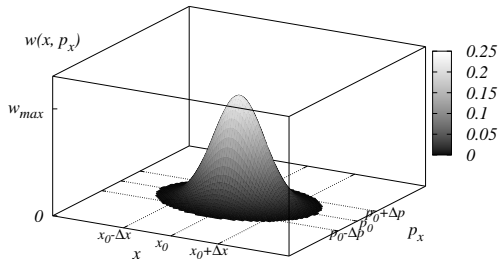


Импульс классического осциллятора



Квантовое описание объекта

Квантовая вероятность



Квантовая механика:

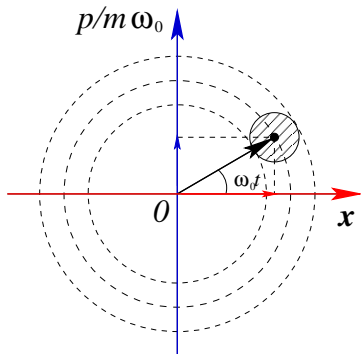
Невозможно одновременное существование у объекта определенных координат и импульса!

Можно говорить только о том, что объект имеет координату и импульс, лежащие в некоторой окрестности точки фазового пространства $\{x_0, p_0\}$ с некоторой вероятностью, задаваемой (квази)распределением $w(x, p)$

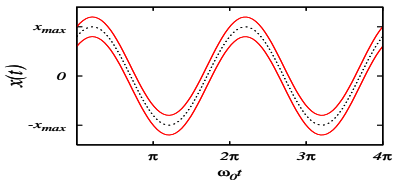


Квантовое описание объекта

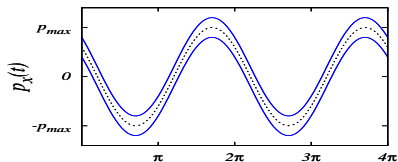
Состояния осциллятора можно изобразить в виде некоторой области на фазовой плоскости, в которой сосредоточены наиболее вероятные состояния осциллятора.



Координата квантового осциллятора

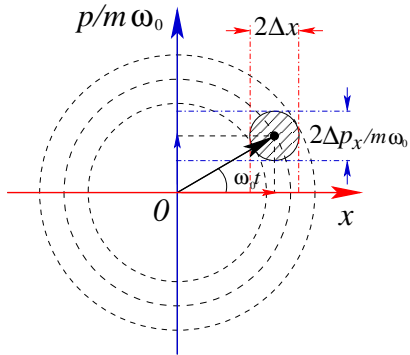


Импульс квантового осциллятора

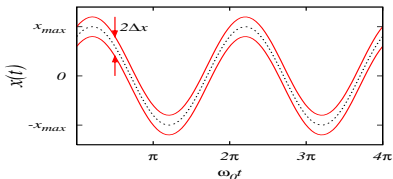


Квантовое описание объекта

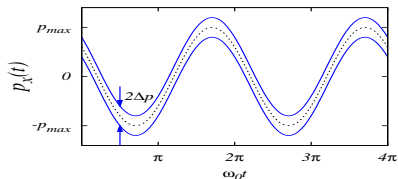
Размеры этой области задаются неопределенностями Δx координаты и Δp_x импульса.



Координата квантового осциллятора



Импульс квантового осциллятора



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Соотношение неопределенностей

Неопределенности Δx и Δp_x не независимы друг от друга, а связаны фундаментальным соотношением:

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2,$$

основное значение которого можно выразить следующим образом:

Физический смысл соотношения неопределенностей

Измерив координату тела с неопределенностью Δx , невозможно одновременно определить x -компоненту импульса тела с точностью, большей чем $\Delta p_x = \hbar/(2\Delta x)$



Краткое содержание

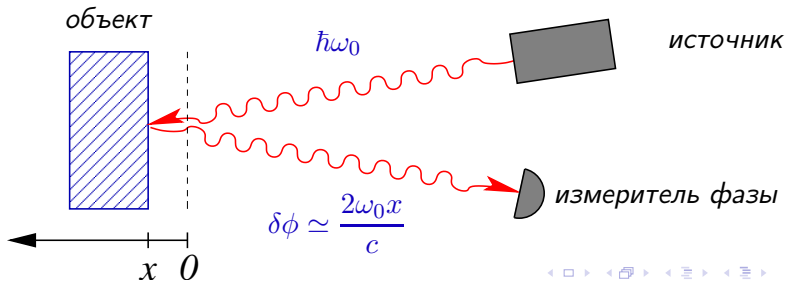
- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Измерение в квантовой механике

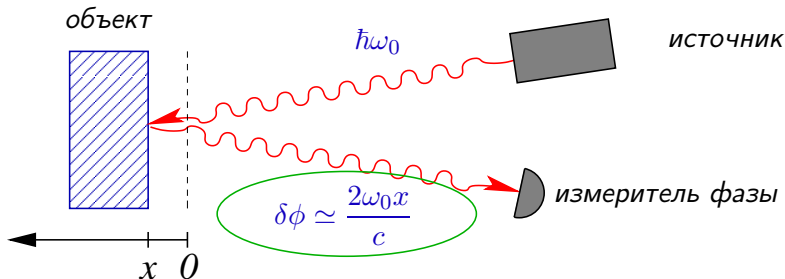
Что такое измерение?

Под измерением в квантовой механике подразумевается всякий процесс **взаимодействия** между квантовым объектом и “прибором” — любым объектом, по изменению состояния которого судят о состоянии квантового объекта.



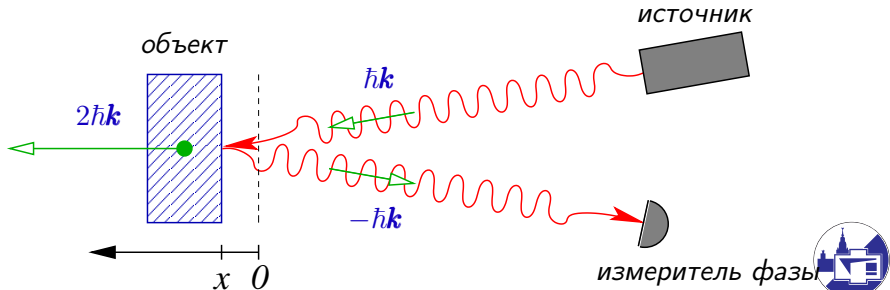
Измерение в квантовой механике

В результате взаимодействия с квантовым объектом меняется состояние "прибора". Характер и величина этого изменения зависят от состояния квантового объекта и поэтому могут служить его количественной характеристикой.



Измерение в квантовой механике

В то же время меняется и состояние квантового объекта из-за взаимодействия с "прибором". Это то, что отличает квантовое понимание измерения от классического — **обратное флуктуационное влияние** "прибора" на квантовый объект.



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 **Квантовое измерение**
 - Определение и особенности квантового измерения
 - **Обратное флуктуационное влияние**
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



О влиянии прибора и предельной чувствительности слежения за координатой

Задача

Отслеживать изменение положения свободной массы m с максимальной точностью.



О влиянии прибора и предельной чувствительности слежения за координатой

Задача

Отслеживать изменение положения свободной массы m с максимальной точностью.

Цель

Обнаружить действие слабой силы на тело m по его смещению.



О влиянии прибора и предельной чувствительности слежения за координатой

Задача

Отслеживать изменение положения свободной массы m с максимальной точностью.

Цель

Обнаружить действие слабой силы на тело m по его смещению.

Очевидное (но неправильное) решение

Измерять координату x тела через равные промежутки времени τ , используя самый точный прибор, какой будет в нашем распоряжении, то есть прибор, чья погрешность $\Delta x \rightarrow 0$.



О влиянии прибора и предельной чувствительности слежения за координатой

Задача

Отслеживать изменение положения свободной массы m с максимальной точностью.

Цель

Обнаружить действие слабой силы на тело m по его смещению.

Очевидное (но неправильное) решение

Измерять координату x тела через равные промежутки времени τ , используя самый точный прибор, какой будет в нашем распоряжении, то есть прибор, чья погрешность $\Delta x \rightarrow 0$.

Рассмотрим последствия выбора такого решения

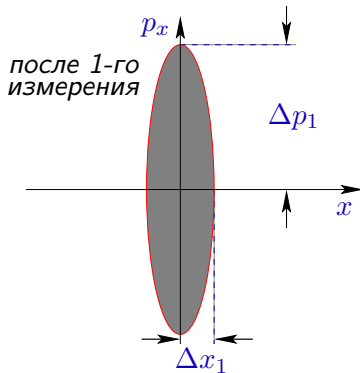


О неустранимом влиянии "прибора" на объект измерения

Первое измерение

Если прибор измеряет координату тела с погрешностью Δx_1 , то состояние тела после измерения станет таким, как на рисунке.

Неопределенности координаты и импульса тела становятся равными Δx_1 и Δp_1 , соответственно.



Δx_1 и Δp_1 связаны соотношением неопределенностей:

$$\Delta x_1 \cdot \Delta p_1 \geq \frac{\hbar}{2}.$$



О неустранимом влиянии "прибора" на объект измерения

Свободная эволюция объекта между измерениями

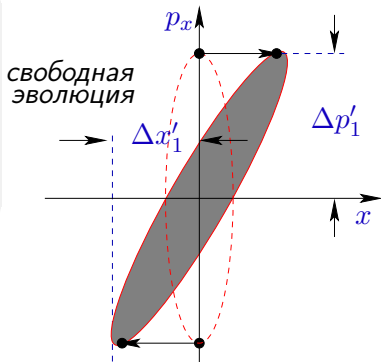
За время τ между измерениями состояние объекта успевает измениться из-за собственной эволюции тела m (см. рисунок).

Неопределенность импульса

$\Delta p'_1 = \Delta p_1$ при свободной эволюции не изменяется.

Неопределенность координаты становится равной

$$\Delta x'_1 = \frac{\Delta p_1 \tau}{m} \geq \frac{\hbar \tau}{2m \Delta x_1}.$$



О неустранимом влиянии "прибора" на объект измерения

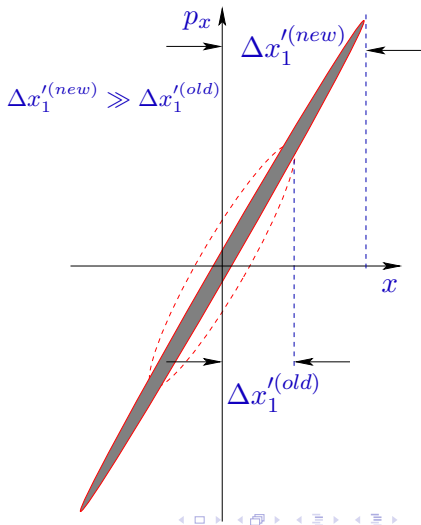
Если увеличивать точность измерения:

$$\Delta x_1 \rightarrow 0,$$

то неограниченно возрастает неопределенность координаты после измерения:

$$\Delta x_1' = \frac{\Delta p_1 \tau}{m} \geq \frac{\hbar \tau}{2m \Delta x_1} \rightarrow \infty$$

из-за увеличения обратного флуктуационного влияния прибора на пробное тело.



О неустранимом влиянии "прибора" на объект измерения

Если увеличивать точность измерения:

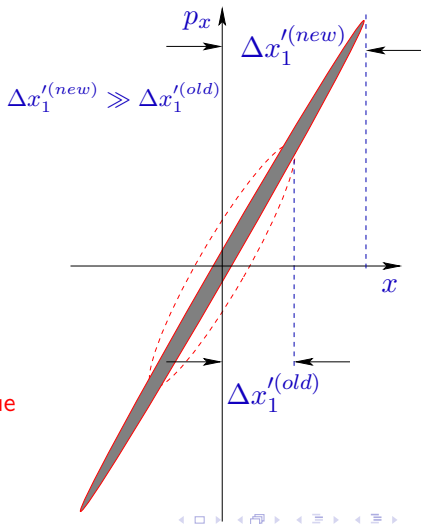
$$\Delta x_1 \rightarrow 0,$$

то неограниченно возрастает неопределенность координаты после измерения:

$$\Delta x_1' = \frac{\Delta p_1 \tau}{m} \geq \frac{\hbar \tau}{2m \Delta x_1} \rightarrow \infty$$

из-за увеличения обратного флуктуационного влияния прибора на пробное тело.

Существует оптимальное значение точности измерения Δx_1 , приводящее к стандартному квантовому пределу (СКП).



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 **Стандартный квантовый предел**
 - **Измерение внешней силы и СКП**
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



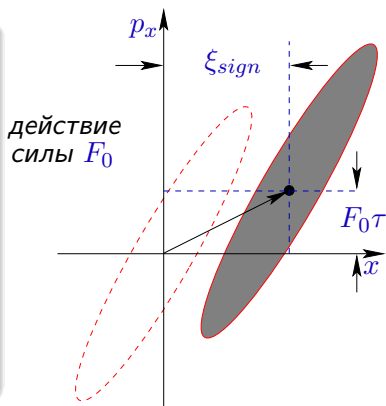
Измерение внешней силы и СКП

Действие "сигнальной" силы

Пусть в течение времени τ на тело m действовала слабая постоянная сила F_0 (см. рисунок).

За время τ сила F_0 смещает тело на

$$\xi_{sign} = \frac{F_0 \tau^2}{2m}.$$



Измерив координату тела $x_2 = x(\tau)$ во 2-й раз через время τ и сравнив с результатом первого измерения $x_1 = x(0)$, можно зарегистрировать действие силы F_0 .



Измерение внешней силы и СКП

Для регистрации силы F_0 необходимо измерить разность:

$$X = (x_2(\tau) - x_1(0)) = \xi_{sign} + x_2^{meas} + \frac{p_1\tau}{m} - x_1^{meas},$$

где p_1 — случайный импульс, переданный телу во время первого измерения, а $x_{1,2}^{meas}$ — координаты тела после 1-го и 2-го измерения.



Измерение внешней силы и СКП

Для регистрации силы F_0 необходимо измерить разность:

$$X = (x_2(\tau) - x_1(0)) = \xi_{sign} + x_2^{meas} + \frac{p_1\tau}{m} - x_1^{meas},$$

где p_1 — случайный импульс, переданный телу во время первого измерения, а $x_{1,2}^{meas}$ — координаты тела после 1-го и 2-го измерения.

Погрешность измерения X зависит не только от точности 1-го (Δx_1) и 2-го (Δx_2) измерений, но и от случайного импульса p_1 , переданного прибором!



Измерение внешней силы и СКП

Для регистрации силы F_0 необходимо измерить разность:

$$X = (x_2(\tau) - x_1(0)) = \xi_{sign} + x_2^{meas} + \frac{p_1\tau}{m} - x_1^{meas},$$

где p_1 — случайный импульс, переданный телу во время первого измерения, а $x_{1,2}^{meas}$ — координаты тела после 1-го и 2-го измерения.

Погрешность измерения X зависит не только от точности 1-го (Δx_1) и 2-го (Δx_2) измерений, но и от случайного импульса p_1 , переданного прибором!

Дисперсия X определяется выражением:

$$(\Delta X)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \frac{(\Delta p_1)^2 \tau^2}{m^2}.$$



Измерение внешней силы и СКП

Пусть второе измерение — абсолютно точное: $(\Delta x_2)^2 = 0$, и неопределенность импульса $(\Delta p_1)^2$ связана с ошибкой 1-го измерения соотношением неопределенностей, тогда

$$(\Delta X)^2 \geq (\Delta x_1)^2 + \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 (\Delta x_1)^2}.$$



Измерение внешней силы и СКП

Пусть второе измерение — абсолютно точное: $(\Delta x_2)^2 = 0$, и неопределенность импульса $(\Delta p_1)^2$ связана с ошибкой 1-го измерения соотношением неопределенностей, тогда

$$(\Delta X)^2 \geq (\Delta x_1)^2 + \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 (\Delta x_1)^2}.$$

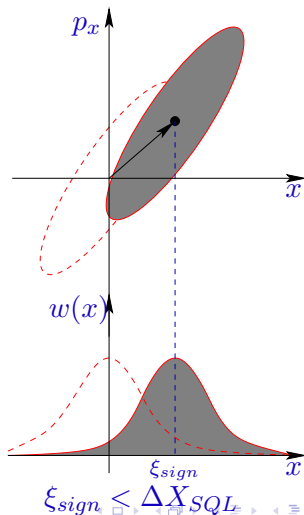
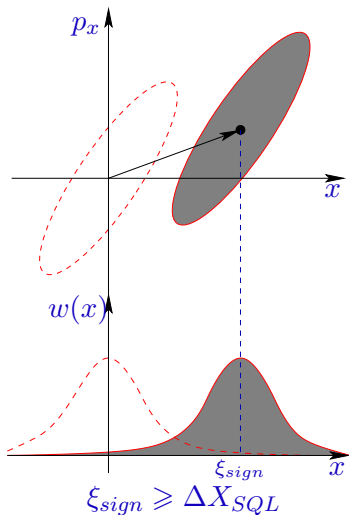
Минимум ΔX и есть — стандартный квантовый предел:

$$\Delta X_{SQL} = \sqrt{\frac{\hbar \tau}{m}},$$

при $\Delta x_1^{SQL} = \sqrt{\frac{\hbar \tau}{2m}}$ и $\Delta p_1^{SQL} = \sqrt{\frac{\hbar m}{2\tau}}$.



Измерение внешней силы и СКП



Измерение внешней силы и СКП

Минимальное значение постоянной силы F_0 , которое можно измерить при слежении за координатой пробного тела m в течение времени τ определяется выражением:

$$F_{SQL} = \sqrt{\frac{\hbar m}{\tau^3}},$$

которое принято называть стандартным квантовым пределом для измерения силы.

В.Б. Брагинский, ЖЭТФ, том 53, с. 1453, (1967)



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 **Стандартный квантовый предел**
 - Измерение внешней силы и СКП
 - **СКП для силы произвольной формы**
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



СКП для произвольной внешней силы

Для регистрации силы произвольной формы $F(t)$ нужно непрерывное слежение за координатой пробного тела m .



СКП для произвольной внешней силы

Для регистрации силы произвольной формы $F(t)$ нужно непрерывное слежение за координатой пробного тела m .
Уравнение движения пробного тела с учетом обратного влияния измерителя имеет вид:

$$m\ddot{x} = F(t) + \hat{F}_{B.A.},$$



СКП для произвольной внешней силы

Для регистрации силы произвольной формы $F(t)$ нужно непрерывное слежение за координатой пробного тела m .
Уравнение движения пробного тела с учетом обратного влияния измерителя имеет вид:

$$m\ddot{x} = F(t) + \hat{F}_{B.A.},$$

а выходной сигнал измерителя:

$$\tilde{x}(t) = \xi_{sign}(t) + \hat{x}_{meas} + \hat{x}_{B.A.},$$



СКП для произвольной внешней силы

Для регистрации силы произвольной формы $F(t)$ нужно непрерывное слежение за координатой пробного тела m . Уравнение движения пробного тела с учетом обратного влияния измерителя имеет вид:

$$m\ddot{x} = F(t) + \hat{F}_{B.A.},$$

а выходной сигнал измерителя:

$$\tilde{x}(t) = \xi_{sign}(t) + \hat{x}_{meas} + \hat{x}_{B.A.},$$

где

$$\xi_{sign}(t) = \frac{1}{m} \int_0^t dt' (t - t') F(t').$$

— смещение тела m под действием внешней силы $F(t)$, 



СКП для произвольной внешней силы

Для регистрации силы произвольной формы $F(t)$ нужно непрерывное слежение за координатой пробного тела m . Уравнение движения пробного тела с учетом обратного влияния измерителя имеет вид:

$$m\ddot{x} = F(t) + \hat{F}_{B.A.},$$

а выходной сигнал измерителя:

$$\tilde{x}(t) = \xi_{sign}(t) + \hat{x}_{meas} + \hat{x}_{B.A.},$$

где \hat{x}_{meas} — собственный шум измерителя, а

$$\hat{x}_{B.A.} = \frac{1}{m} \int_0^t dt' (t - t') \hat{F}_{B.A.}(t').$$



СКП для произвольной внешней силы

В спектральном представлении сигнал измерителя имеет вид:

$$\tilde{x}(\Omega) = \hat{x}_{meas}(\Omega) - \frac{\hat{F}_{B.A.}(\Omega)}{m\Omega^2} - \frac{F(\Omega)}{m\Omega^2}.$$



СКП для произвольной внешней силы

В спектральном представлении сигнал измерителя имеет вид:

$$\tilde{x}(\Omega) = \hat{x}_{meas}(\Omega) - \frac{\hat{F}_{B.A.}(\Omega)}{m\Omega^2} - \frac{F(\Omega)}{m\Omega^2}.$$

Если шумы измерителя “белые” и не коррелируют, то соответствующие спектральные плотности связаны соотношением неопределенностей:

$$S_{meas} \cdot S_{B.A.} \geq \frac{\hbar^2}{4}.$$



СКП для произвольной внешней силы

В спектральном представлении сигнал измерителя имеет вид:

$$\tilde{x}(\Omega) = \hat{x}_{meas}(\Omega) - \frac{\hat{F}_{B.A.}(\Omega)}{m\Omega^2} - \frac{F(\Omega)}{m\Omega^2}.$$

Спектральная плотность шумов на выходе измерителя:

$$S(\Omega) \geq S_{meas} + \frac{\hbar^2}{m^2\Omega^4 S_{meas}},$$



СКП для произвольной внешней силы

В спектральном представлении сигнал измерителя имеет вид:

$$\tilde{x}(\Omega) = \hat{x}_{meas}(\Omega) - \frac{\hat{F}_{B.A.}(\Omega)}{m\Omega^2} - \frac{F(\Omega)}{m\Omega^2}.$$

Минимум $S(\Omega)$ достигается при

$$S_{meas}^{SQL} = \frac{\hbar}{2m\Omega^2} \quad \text{и} \quad S_{B.A.}^{SQL} = \frac{\hbar m\Omega^2}{2}.$$

Подстановка в $S(\Omega)$ дает СКП для координаты и силы, соответственно, в виде:

$$S_x^{SQL} = \frac{\hbar}{m\Omega^2}, \quad S_F^{SQL} = \hbar m\Omega^2.$$



СКП для произвольной внешней силы

Для произвольной силы $F(t)$ (со спектром $F(\Omega)$) более наглядное представление о СКП можно получить, записав соотношение “сигнал–шум” в виде:

$$SNR_{SQL} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \frac{|F(\Omega)|^2}{S_F^{SQL}(\Omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega}{2\pi} \frac{|F(\Omega)|^2}{\hbar m \Omega^2}.$$



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Метод вариационного измерения

Рассмотрим еще раз схему двукратного измерения координаты пробного тела.



Метод вариационного измерения

Рассмотрим еще раз схему двукратного измерения координаты пробного тела.

Стандартный квантовый предел в этой схеме возникает из-за обратного флуктуационного влияния прибора на пробное тело, которое приводит к “расплыванию” неопределенности координаты x за время τ между измерениями.



Метод вариационного измерения

Рассмотрим еще раз схему двукратного измерения координаты пробного тела.

Стандартный квантовый предел в этой схеме возникает из-за обратного флуктуационного влияния прибора на пробное тело, которое приводит к “расплыванию” неопределенности координаты x за время τ между измерениями.

Основная идея

Что, если вместо координаты x_2 во 2-й раз измерить величину

$$y_2 = x_2 + \alpha p_2,$$

где α — произвольно выбираемый нами коэффициент?



Метод вариационного измерения

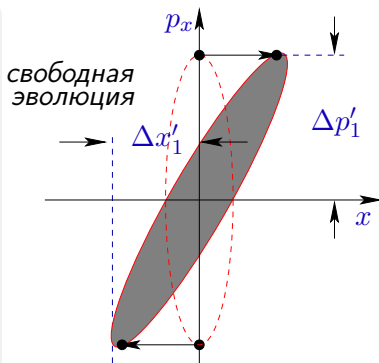
После первого измерения

К моменту 2-го измерения координата тела равна:

$$x(\tau) = x_1(0) + \frac{p_1\tau}{m},$$

импульс не изменяется:

$$p(\tau) = p_1$$

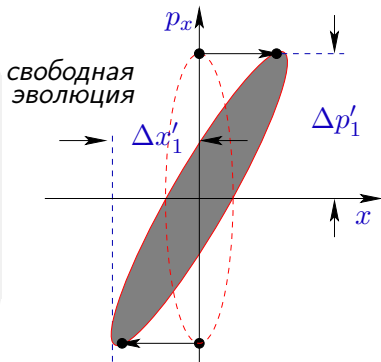


Метод вариационного измерения

После первого измерения

Величина $y = x + \alpha p$ оказывается равной:

$$y(\tau) = x_1(0) + p_1 \left(\frac{\tau}{m} + \alpha \right)$$

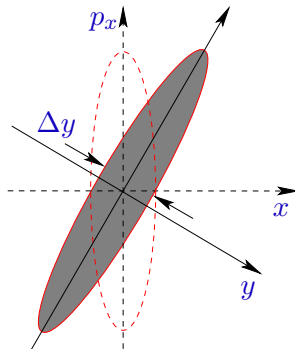


Метод вариационного измерения

После первого измерения

Величина $y = x + \alpha p$ оказывается равной:

$$y(\tau) = x_1(0) + p_1 \left(\frac{\tau}{m} + \alpha \right)$$



Если выбрать $\alpha = -\tau/m$, то обратное влияние прибора обнуляется и неопределенность

$$\Delta y = \Delta x_1$$

зависит только от точности первого измерения.



Метод вариационного измерения

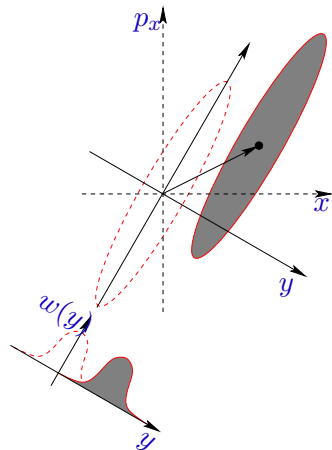
Для обнаружения действия силы F_0 необходимо измерять разность:

$$Y = y(\tau) - x(0).$$

Дисперсия данной величины:

$$(\Delta Y)^2 = (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_1)^2 \rightarrow 0,$$

может быть сколь угодно малой.



S.P. Vyatchanin, E.A. Zubova, Phys. Lett. A, vol. 201, pp. 269-274 (1995)



Метод вариационного измерения

Основной принцип вариационного измерения

Вариационное измерение позволяет регистрировать действие силы F со сколь угодно большой точностью благодаря введению взаимной корреляции между шумами измерителя, компенсирующей его обратное влияние на пробное тело.

Спектральная плотность шумов на выходе вариационного измерителя:

$$S_y(\Omega) = S_{meas} + \frac{S_{B.A.}}{m^2\Omega^4} + \frac{2S_{cross}}{m\Omega^2},$$

где S_{meas} и $S_{B.A.}$ — спектральные плотности шумов измерителя и обратного влияния, а S_{cross} — перекрестная спектральная плотность этих шумов.



Метод вариационного измерения

Основной принцип вариационного измерения

Вариационное измерение позволяет регистрировать действие силы F со сколь угодно большой точностью благодаря введению взаимной корреляции между шумами измерителя, компенсирующей его обратное влияние на пробное тело.

Варьируя взаимную корреляцию шумов измерителя так, чтобы $S_{cross} = -S_{B.A.}/(2m\Omega^2)$, получим:

$$S_y(\Omega) = S_{meas} + \frac{2}{m\Omega^2} \left(\frac{S_{B.A.}}{2m\Omega^2} + S_{cross} \right) \longrightarrow S_{meas} \propto \frac{1}{\mathcal{E}},$$

где \mathcal{E} — энергия взаимодействия измерителя и пробного тела.



Краткое содержание

- 1 О квантовых неопределенностях
 - Классическое и квантовое описания состояния объекта
 - Соотношение неопределенностей
- 2 Квантовое измерение
 - Определение и особенности квантового измерения
 - Обратное флуктуационное влияние
- 3 Стандартный квантовый предел
 - Измерение внешней силы и СКП
 - СКП для силы произвольной формы
- 4 Методы преодоления СКП
 - Вариационное измерение
 - Квантовые невозмущающие измерения (КНИ)
- 5 Выводы



Квантовые невозмущающие измерения

Существует целый класс методов измерения, точность которых не ограничена СКП. Это — **квантовые невозмущающие измерения** (КНИ).



Квантовые невозмущающие измерения

Определение КНИ

КНИ называют измерение такой наблюдаемой N системы, которая не возмущается в процессе измерения (либо возвращается к исходному значению после измерения), то есть является **интегралом движения** системы:

$$\frac{dN}{dt} = 0.$$



Квантовые невозмущающие измерения

Основной принцип стробоскопического измерения

Координата осциллятора меняется со временем по закону:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{p_0}{m\omega_0} \sin \omega_0 t.$$

Квадратурные компоненты осциллятора определяются как:

$$X_1 \equiv x_0, \quad \text{и} \quad X_2 \equiv \frac{p_0}{m\omega_0}.$$

Тогда

$$x(t) = X_1 \cos \omega_0 t + X_2 \sin \omega_0 t.$$



Квантовые невозмущающие измерения

Основной принцип стробоскопического измерения

Если измерить координату осциллятора дважды через промежуток времени, кратный половине его периода $T = 2\pi/\omega_0$, то дисперсия разности результатов измерений будет равна:

$$\begin{aligned} (\Delta(x_2(t + T/2) - x_1(t)))^2 &= (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 \\ &+ \left(\frac{\hbar}{2\Delta x_m \omega_0^2} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_0 T}{2} = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2, \quad (1) \end{aligned}$$

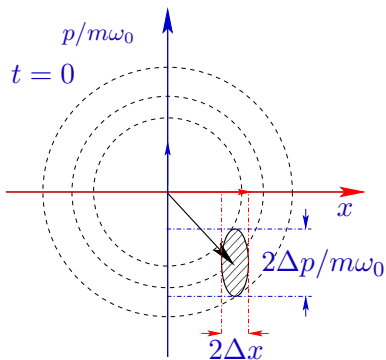
где последнее слагаемое, отвечающее за обратное флуктуационное влияние, зануляется.

Если измерения мгновенны, то изменение координаты осциллятора можно измерить **абсолютно точно**.

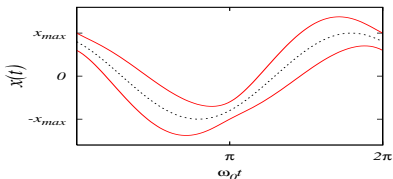


Квантовые невозмущающие измерения

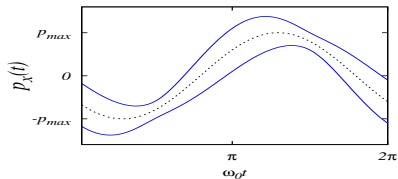
Рассмотрим фазовый портрет квантового осциллятора.



Координата квантового осциллятора

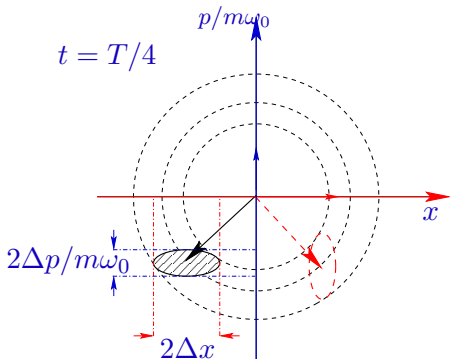


Импульс квантового осциллятора

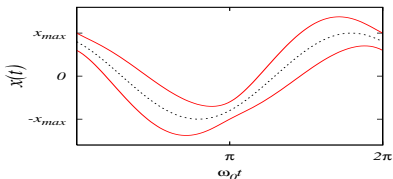


Квантовые невозмущающие измерения

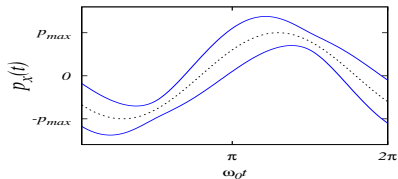
Состояние осциллятора меняется с течением времени.



Координата квантового осциллятора

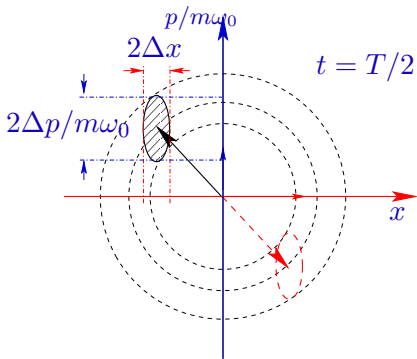


Импульс квантового осциллятора

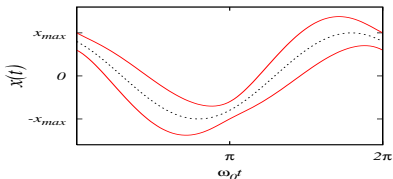


Квантовые невозмущающие измерения

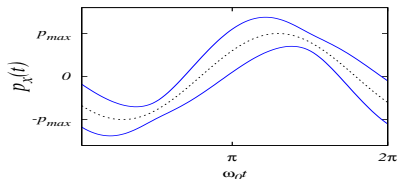
Через $T/2$ неопределенности координаты и импульса возвращаются к исходному значению.



Координата квантового осциллятора



Импульс квантового осциллятора



Выводы

- 1 **Стандартный квантовый предел возникает при координатном измерении;**
- 2 СКП является следствием влияния прибора на измеряемую величину;
- 3 СКП можно преодолеть, если измерять “правильную” наблюдаемую;
- 4 Платой за преодоление СКП является увеличение энергии и/или сложность экспериментального воплощения некоординатного измерения.



Выводы

- 1 Стандартный квантовый предел возникает при координатном измерении;
- 2 СКП является следствием влияния прибора на измеряемую величину;
- 3 СКП можно преодолеть, если измерять “правильную” наблюдаемую;
- 4 Платой за преодоление СКП является увеличение энергии и/или сложность экспериментального воплощения некоординатного измерения.



Выводы

- 1 Стандартный квантовый предел возникает при координатном измерении;
- 2 СКП является следствием влияния прибора на измеряемую величину;
- 3 СКП можно преодолеть, если измерять “правильную” наблюдаемую;
- 4 Платой за преодоление СКП является увеличение энергии и/или сложность экспериментального воплощения некоординатного измерения.



Выводы

- 1 Стандартный квантовый предел возникает при координатном измерении;
- 2 СКП является следствием влияния прибора на измеряемую величину;
- 3 СКП можно преодолеть, если измерять “правильную” наблюдаемую;
- 4 Платой за преодоление СКП является увеличение энергии и/или сложность экспериментального воплощения некоординатного измерения.

