

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. ЛОМОНОСОВА

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

кафедра физики колебаний

**Анализ случайных процессов с помощью нейронных сетей**

**Дипломная работа**

студента 6 курса

Галетки Андрея Викторовича

Допущен к защите

«26» декабря 2008 г.

Зав. кафедрой физики колебаний

профессор Логгинов А.С.

Научный руководитель

кандидат физ. -мат. наук

доцент Степанов А.В.

2008

## Оглавление:

Введение.....	3
1. Принципы работы нейронных сетей.....	5
1.1. Биологический и искусственный нейрон.....	5
Биологический нейрон.....	5
Искусственный нейрон.....	6
1.2. Структура нейронных сетей. Обучение сетей.....	7
Структура нейронных сетей.....	7
Обучение сетей.....	8
1.3. Применение нейронных сетей для анализа сигнала.....	10
1.4. Линейные нейронные сети.....	12
2. Моделирование линейной нейронной сети.....	16
2.1. Построение и характеристики входного сигнала.....	16
2.2. Структура и параметры обучения нейронной сети.....	19
2.3. Исследование процесса обучения сети.....	21
2.4. Исследование процесса прогнозирования сигнала.....	25
2.5. Выделение импульсных сигналов на фоне шума.....	28
Заключение:.....	37
Список литературы:.....	38

## Введение

Дипломная работа посвящена разработке методов изучения случайных сигналов с помощью нейронных сетей.

Исследование шумов и флуктуаций имеет большое научное и прикладное значение для повышения чувствительности и стабильности разнообразной аппаратуры, служит методом контроля качества изготовления приборов, надежности работы радиоэлектронных систем, позволяет получать информацию о микроскопической динамике исследуемых объектов.

При исследовании флуктуационных процессов часто встречаются ситуации, когда исследуемый шум имеет достаточно сложную внутреннюю структуру. Помимо стационарных гауссовских флуктуаций в шуме могут присутствовать составляющие в виде отдельных случайных импульсов, случайного телеграфного сигнала, амплитуда шума может быть модулирована другим низкочастотным процессом и т.п. Примерами таких процессов являются двух- и многоуровневые взрывные шумы в контактах, случайные выбросы тока зонда сканирующего туннельного микроскопа и равновесного напряжения электролитических ячеек, процессы с хаотической перемежаемостью в нелинейных динамических системах и многие другие. Особенности наблюдаемого процесса могут быть хорошо заметны на временной реализации шума, но при этом проявляться в виде относительно небольшого изменения традиционно измеряемых статистических характеристик – спектральной плотности, распределения вероятности, дисперсии и более высоких моментов.

Для изучения подобного рода особенностей шума в каждом конкретном случае подбираются специальные методы анализа, поскольку универсальных методов пока не существует. В частности, для изучения локальных особенностей шума может применяться вейвлет анализ, модулирующая составляющая шума может быть выделена путем измерения спектральной плотности интенсивности шума. В данной работе рассматривается выделение импульсной составляющей шума с помощью нейронной сети.

С радиофизической точки зрения нейронная сеть представляет собой адаптивный (в общем случае - нелинейный) фильтр, преобразующий выходной сигнал сети в выходной. Свойство адаптивности нейронных сетей может широко использоваться в различных областях для решения задач фильтрации и классификации сигналов, обнаружения полезного сигнала на фоне помех и шумов, шумовой идентификации систем, построения систем автоматического регулирования.

Для выделения импульсной составляющей шума предлагается использовать способность нейронной сети к прогнозированию сигнала. Основная идея заключается в том, что нейросеть, обученная на участке сигнала, который не содержит импульсной составляющей, и работающая в режиме прогнозирования, должна определенным образом среагировать на изменение вида сигнала. Индикатором этого изменения может служить сигнал ошибки нейросети.

Задачами работы являются: построение линейной нейронной сети, работающей в режиме прогнозирования случайного сигнала, подбор оптимальной структуры и параметров обучения, исследование работы сети в режиме прогнозирования случайного сигнала и выделения импульсной составляющей в шуме. Моделирование проводилось в среде MATLAB, в качестве шумового сигнала использовался гауссовский низкочастотный шум со спектром Лоренца.

# 1. Принципы работы нейронных сетей

## 1.1. Биологический и искусственный нейрон

Нейронные сети возникли из исследований в области искусственного интеллекта, а именно, из попыток воспроизвести способность биологических нервных систем обучаться и исправлять ошибки, моделируя низкоуровневую структуру мозга (Patterson, 1996). Структурной единицей, из которой состоит любая нейронная сеть, является нейрон. Рассмотрим структуру биологического и искусственного нейрона и связь между ними.

### *Биологический нейрон*

Мозг состоит из очень большого числа (приблизительно 10,000,000,000) нейронов, соединенных многочисленными связями (в среднем несколько тысяч связей на один нейрон, однако это число может сильно колебаться). Нейроны - это специальные клетки, способные распространять электрохимические сигналы. Тело клетки содержит множество ветвящихся отростков двух типов. Отростки первого типа, называемые дендритами за их сходство с кроной раскидистого дерева, Дендриты служат в качестве входных каналов для нервных импульсов от других нейронов. Эти импульсы поступают в тело клетки размером от 3 до 100 микрон, вызывая ее специфическое возбуждение, которое затем распространяется по выводному отростку второго типа - аксону. Длина аксонов обычно заметно превосходит размеры дендритов, в отдельных случаях достигая десятков сантиметров и даже метров. Аксоны клетки соединяются с дендритами других клеток с помощью синапсов. При активации нейрон посылает электрохимический сигнал по своему аксону. Через синапсы этот сигнал достигает других нейронов, которые могут в свою очередь активироваться. Нейрон активируется тогда, когда суммарный уровень сигналов, пришедших в его ядро из дендритов, превысит определенный уровень (порог активации) [3]. На рис.1 показана структура биологического нейрона.

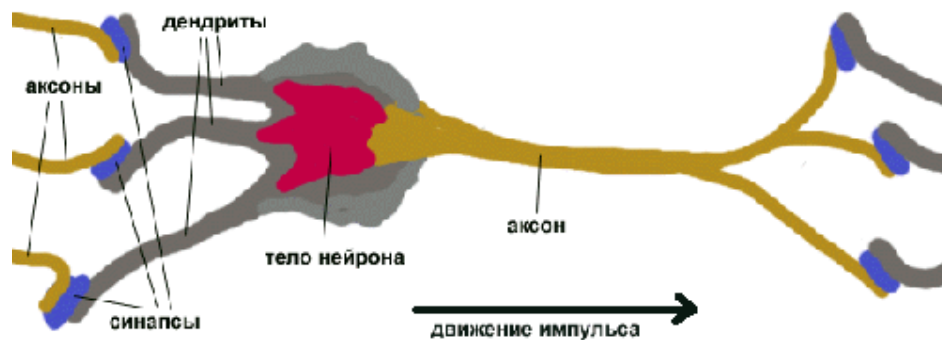


Рис.1 Модель биологического нейрона

### Искусственный нейрон

Искусственный нейрон имитирует в первом приближении свойства биологического нейрона. На вход искусственного нейрона поступает некоторое множество сигналов, каждый из которых является выходом другого нейрона. Каждый вход умножается на соответствующий вес, аналогичный синаптической силе, и все произведения суммируются, определяя уровень активации нейрона. Структура нейрона с единственным скалярным входом показана на рис. 2 а.:

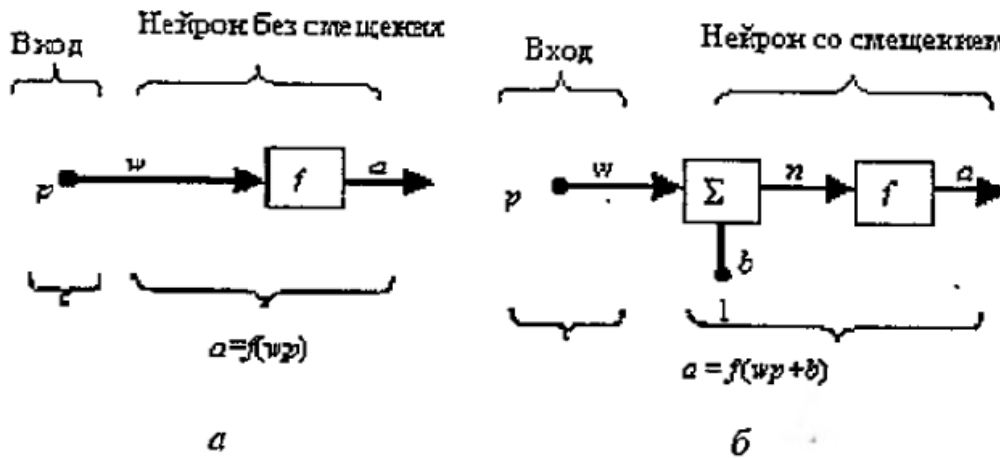


Рис.2 Модель искусственного нейрона

Скалярный входной сигнал  $p$  умножается на скалярный весовой коэффициент  $w$ , и результирующий взвешенный вход  $w \cdot p$  является аргументом функции активации нейрона  $f$ , которая порождает скалярный выход  $a$ . Нейрон, показанный на рис.2 б, дополнен скалярным смещением  $b$ . Смещение суммируется со взвешенным входом  $w \cdot p$  приводит к сдвигу

аргумента функции  $f$  на величину  $b$ . Основным принципом работы нейронной сети состоит в настройке параметров нейрона таким образом, чтобы поведение сети соответствовало некоторому желаемому поведению. Регулируя веса или параметры смещения, можно обучить сеть выполнять конкретную работу; возможно также, что сеть сама будет корректировать свои параметры, чтобы достичь требуемого результата. Уравнение нейрона со смещением имеет вида:

$$a=f(w*p+b*I)$$

Функция активации рассчитывает выходной сигнал нейрона  $a$  по уровню активности  $f$ . На рис.3 показаны примеры функции активации.

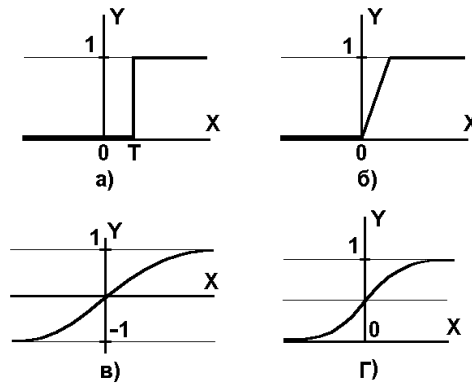


Рис.3 а) функция единичного скачка; б) линейный порог (гистерезис); в) сигмоид – гиперболический тангенс; г) сигмоид – формула

## 1.2. Структура нейронных сетей. Обучение сетей.

### Структура нейронных сетей

Структурной единицей каждой нейронной сети является нейрон. Нейроны соединены между собой с помощью синапсов. Входами одного нейрона, являются выходы другого. На рис.4 показана базовая структура такой нейронной сети.

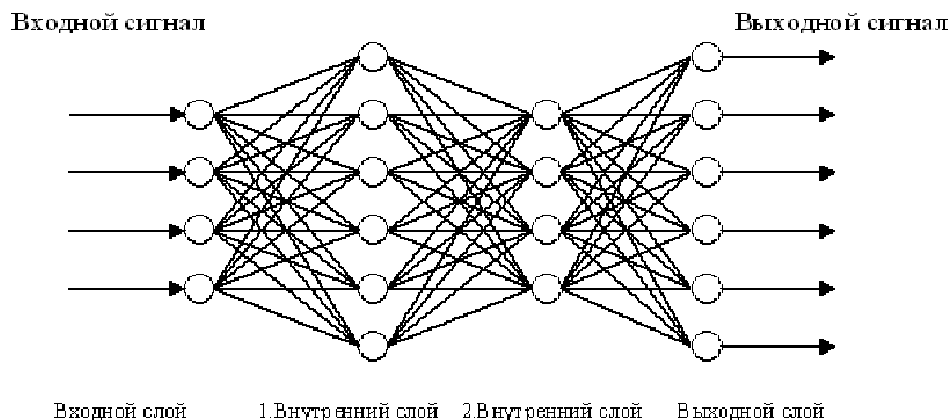


Рис.4. Базовая структура нейронной сети

Каждый нейрон в нейронной сети осуществляет преобразование входных сигналов в выходной сигнал и связан с другими нейронами. Входные нейроны формируют так называемый интерфейс нейронной сети. Нейронная сеть, показанная на рис.4, имеет слой, принимающий входные сигналы, и слой, генерирующий выходные сигналы. Информация вводится в нейронную сеть через входной слой. Все слои нейронной сети обрабатывают эти сигналы до тех пор, пока они не достигнут выходного слоя.

### *Обучение сетей*

Процесс функционирования нейронной сети, зависит от величин синаптических связей, поэтому, задавшись определенной структурой нейронной сети, отвечающей какой-либо задаче, разработчик сети должен найти оптимальные значения всех переменных весовых коэффициентов (некоторые синаптические связи могут быть постоянными). Этот этап называется обучением нейронной сети, и от того, насколько качественно он будет выполнен, зависит способность сети решать поставленные перед ней проблемы во время эксплуатации. На этапе обучения кроме параметра качества подбора весов важную роль играет время обучения. Как правило, эти два параметра связаны обратной зависимостью и их приходится выбирать на основе компромисса. Сеть обучается, чтобы для некоторого множества входов давать желаемое (или, по крайней мере, сообразное с ним) множество выходов. Каждое такое входное (или выходное) множество рассматривается как вектор. Обучение осуществляется путем последовательного предъявления входных векторов с одновременной подстройкой весов в соответствии с определенной процедурой. В процессе обучения веса сети постепенно становятся такими, чтобы каждый входной вектор выработывал выходной вектор. В общем



случае задача обучения НС сводится к нахождению некой функциональной зависимости  $Y=F(X)$ , где  $X$  – входной, а  $Y$  – выходной векторы. Для ограничения пространства поиска при обучении ставится задача минимизации целевой функции ошибки НС, которая находится по

методу наименьших квадратов:

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p (y_j - d_j)^2$$

где  $y_j$  – значение  $j$ -го выхода нейросети;  $d_j$  – целевое значение  $j$ -го выхода;  $p$  – число нейронов в выходном слое.

#### *Обучение с учителем и без учителя*

*Обучение с учителем* предполагает, что для каждого входного вектора существует целевой вектор, представляющий собой требуемый выход. Вместе они называются обучающей парой. Обычно сеть обучается на некотором числе таких обучающих пар. Предъявляется выходной вектор, вычисляется выход сети и сравнивается с соответствующим целевым вектором, разность (ошибка) с помощью обратной связи подается в сеть, и веса изменяются в соответствии с алгоритмом, стремящимся минимизировать ошибку. Векторы обучающего множества предъявляются последовательно, ошибки вычисляются и веса подстраиваются для каждого вектора до тех пор, пока ошибка по всему обучающему массиву не достигнет приемлемо низкого уровня. *Обучение без учителя* не нуждается в целевом векторе для выходов и, следовательно, не требует сравнения с predetermined идеальными ответами. Обучающее множество состоит лишь из входных векторов. Обучающий алгоритм подстраивает веса сети так, чтобы получались согласованные выходные векторы, т. е. чтобы предъявление достаточно близких входных векторов давало одинаковые выходы. Процесс обучения, следовательно, выделяет статистические свойства обучающего множества и группирует сходные векторы в классы. Предъявление на вход вектора из данного класса даст определенный выходной вектор, но до обучения невозможно предсказать, какой выход будет производиться данным классом входных векторов. Следовательно, выходы подобной сети должны трансформироваться в некоторую понятную форму, обусловленную процессом обучения. Это не является серьезной проблемой. Обычно не сложно идентифицировать связь между входом и выходом, установленную сетью.

В дипломной работе используется алгоритм *обучения с учителем*. В задачах прогнозирования сигнала значениями целевой функцией, являются значения входного сигнала на исследуемом промежутке времени. Более подробно о методе обучения линейных сетей см. п. 1.4

### 1.3. Применение нейронных сетей для анализа сигнала

В настоящее время многие задачи, имеющие важное практическое значение и которые не имели приемлемого решения в прошлом, могут быть решены с использованием нейронных сетей.

#### 1. Идентификация нелинейных систем

В процессе идентификации объекта одна и та же последовательность входных сигналов  $x(n)$  подавалась параллельно на объект и его модель так, как это показано на Рис. 5

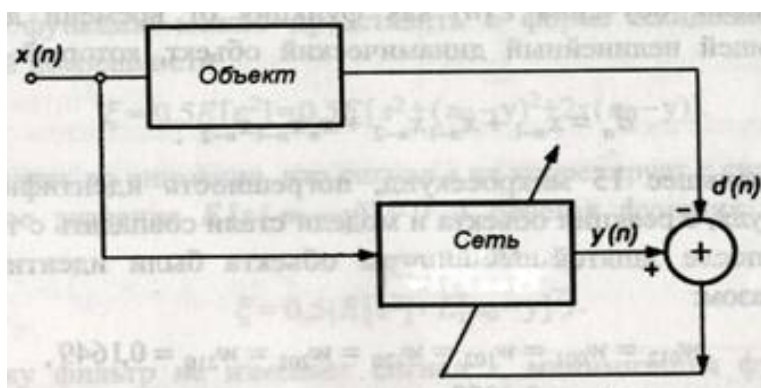


Рис.5 Схема включения нейронной сети в адаптивной идентификации нелинейного объекта

Разность фактических реакций сети  $y(n)$  и объекта  $d(n)$  (последняя рассматривалась как ожидаемое значение) воспринималась как сигнал погрешности  $\varepsilon(n)=y(n)-d(n)$ , управляющий адаптивным алгоритмом, который подбирает параметры модели таким образом, чтобы уменьшить сигнал рассогласования  $\varepsilon(n)$  до нуля.

#### 2. Аппроксимация и фильтрация сигналов.

Общая структура адаптивной системы для устранения шумов представлена на рис.6

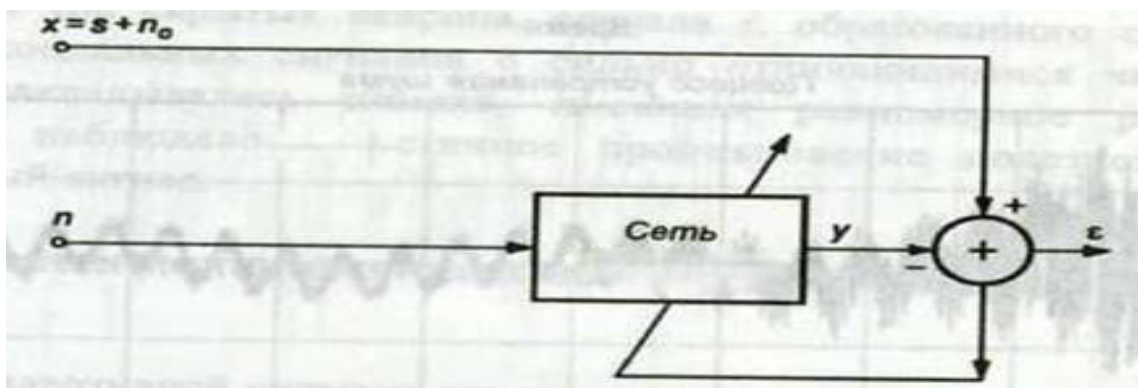


Рис.10 Структура адаптивной системы для устранения шумов

Полезный сигнал  $s$  смешан с некоррелируемым с ним шумом  $n_0$ . Сигнал  $n$  является установочным, он не коррелирован с  $s$ , однако неизвестным образом коррелирует с сигналом помехи  $n_0$ . Считается, что  $s$ ,  $n$  и  $n_0$  статистически стационарны, а их средние значения равны нулю. Задача нейронной сети состоит в такой обработке сигнала  $n$ , чтобы сигнал  $y$  на выходе сети был как можно близок к сигналу помехи  $n_0$ . Сигнал погрешности  $\varepsilon$ , вырабатываемый сумматором (Рис.10), определяется как

$$\varepsilon = s + n_0 - y$$

Целевую функцию можно представить в форме ожидаемого значения  $E$  квадратичной погрешности

$$\xi = 0,5E[\Delta^2] = 0,5E[s^2 + (n_0 - y)^2 + 2s(n_0 - y)]$$

Если принять во внимание, что сигнал  $s$  не коррелирует с сигналом помехи, то ожидаемое значение  $E[s(n_0 - y)] = 0$  и целевая функция упрощается до выражения

$$\xi = 0,5(E[s^2] + E[n_0 - y]^2)$$

Поскольку фильтр не изменяет сигнал  $s$ , минимизация функции погрешности  $\xi$  обеспечивается таким подбором его параметров, чтобы значение  $E[n_0 - y]^2$  было минимальным. Таким образом, достижение минимума целевой функции означает наилучшую адаптацию значения  $y$  к помехе  $n_0$ . Минимально возможное значение  $x$  равно  $E[s^2]$ , при котором  $y = n_0$ . В этом случае выходной сигнал  $\varepsilon$  соответствует полностью очищенному от шума полезному сигналу  $s$

### 3.Прогнозирование переменных во времени нестационарных сигналов.

Блок-схема адаптивной системы для прогнозирования сигналов представлена на рис. 7. Введение нелинейности  $z^{-L}$  в адаптивное устройство обогащает его внутреннюю структуру и увеличивает способность к адаптации при решении задач прогнозирования.

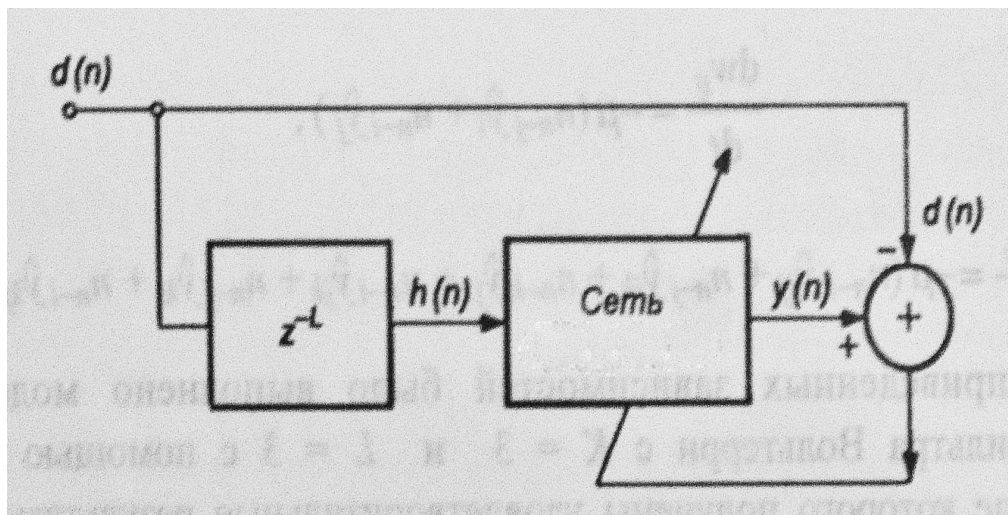


Рис.7 Схема включения нейронной сети в качестве прогнозирующей системы

Для задач прогнозирования входной сигнал и целевая функция совпадают. Т.е. ошибка обучения, которую необходимо минимизировать, в данном случае равна

$$mse = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e(n)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (d(n) - y(n))^2.$$

#### 4. Распознавание образов.

Часто полезно иметь устройство, которое выполняет распознавание образов. В частности, очень эффективны и выгодны машины, которые могут читать символы. Машина, которая читает банковские чеки, может выполнять за то же самое время намного больше проверок, чем человек. Этот вид приложений сохраняет время и деньги, а также устраняет условия, при которых человек выполняет монотонную, периодически повторяющуюся работу.

### 1.4. Линейные нейронные сети

Линейная модель нейронной сети представляет собой сеть без промежуточных слоев, которая в выходном слое содержит только линейные элементы (то есть элементы с линейной

функцией активации). Во время работы сеть фактически умножает вектор входов на матрицу весов, а затем к полученному вектору прибавляет вектор смещения. В линейной нейронной сети используется линейная функция активации, а также используется правило обучения, основанное на методе наименьших квадратов. Настройка параметров выполняется таким образом, чтобы обеспечить минимум ошибки. Для задачи выделения сигнала используется алгоритм обучения с учителем.

*Модель нейрона сети:*

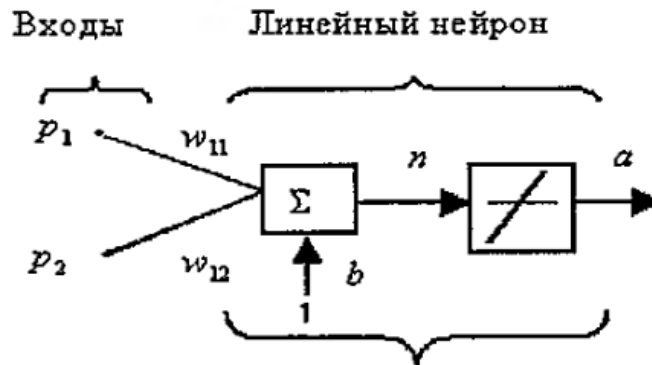


Рис.8 Структура линейного нейрона

На рис.8 показан линейный нейрон с двумя входами, используется линейная функция активации. Весовая матрица  $W$  имеет только одну строку, и выход сети определяется выражением

$$a = Wp + b = w_{11}p_1 + w_{12}p_2 + b$$

*Архитектура сети:*

Линейная сеть на рис.9, включает в  $S$  нейронов, размещенных в одном слое и связанных с  $R$  входами через матрицу весов  $W$ .

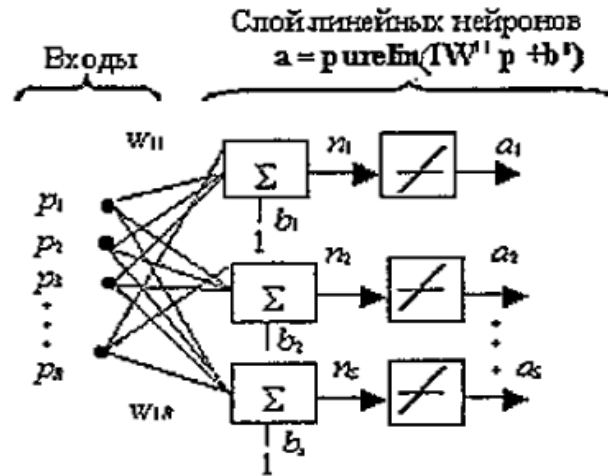


Рис.9 Структура линейной нейронной сети

*Обучение нейронной сети:*

Для заданной сети и соответствующего множества векторов входа и целей можно вычислить вектор выхода сети и сформировать разность между вектором выхода и целевым вектором, которая определит некоторую погрешность. В процессе обучения требуется найти такие значения весов и смещений, чтобы сумма квадратов соответствующих погрешностей была минимальной.

Применяется процедура обучения с учителем, которая использует обучающее множество вида:

$$\{p_1 t_1\}, \{p_2 t_2\}, \dots, \{p_Q t_Q\}$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_Q$  - входы сети;  $t_1, t_2, \dots, t_Q$  - соответствующие целевые выходы.

Требуется минимизировать следующую функцию средней квадратичной ошибки:

$$mse = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q e(k)^2 = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q (t(k) - a(k))^2.$$

*Обучающее правило наименьших квадратов.*

Для линейной нейронной сети используется рекуррентное обучающее правило наименьших квадратов, оно минимизирует среднее значение суммы квадратов ошибок обучения.

Можно оценивать полную среднюю квадратичную погрешность, используя среднюю квадратичную погрешность одной итерации. Сформируем частную производную по весам и смещению от квадрата погрешности на  $k$ -й итерации:

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial w_{1,j}} = 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_{1,j}}, j = 1, \dots, R;$$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial b} = 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial b}.$$

Результат может быть обобщен на случай многих нейронов и представлен в следующей матричной форме:

$$W(k+1) = w(k) + 2\alpha e(k) p^T(k);$$

$$b(k+1) = b(k) + 2\alpha e(k)$$

Здесь ошибка  $e$  и смещение  $b$  – векторы и  $\alpha$  – параметр скорости обучения. При больших значениях  $\alpha$  обучение происходит быстро, однако при очень больших значениях может приводить к неустойчивости.

Если в качестве входного вектора для нейронной сети используются значения сигнала в разные промежутки времени, то линейная сеть представляет собой линейный адаптивный фильтр с конечной импульсной характеристикой. Разностное уравнение, описывающее связь между входным и выходным сигналами такого фильтра:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_P x(n-P)$$

где  $P$  — порядок фильтра,  $x(n)$  — входной сигнал,  $y(n)$  — выходной сигнал, а  $b_i$  — коэффициенты фильтра.

## 2. Моделирование линейной нейронной сети.

Во всех экспериментальных работах нейронные сети моделировались, настраивались и обучались в среде MATLAB (Пакет NNToolBox).

### 2.1. Построение и характеристики входного сигнала

В качестве входного сигнала для обучения нейронной сети используется шумовой сигнал с гауссовым распределением и спектром Лоренца. В работе используется дискретный сигнал, который по теореме Найквиста - Котельникова можно построить из аналогового сигнала.

*Шум со спектром Лоренца:*

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{T_0} x(t) = \xi(t)$$

$\xi(t)$  – белый шум ;  $S_\xi = S_0 = \text{const}$  - спектральная плотность

Формулы, описывающие спектральную плотность и корреляционную функцию:

$$S_x(\omega) = \frac{T_0^2 S_0}{1 + (\omega T_0)^2} \quad K_x(T) = \sigma_x^2 e^{-\frac{|T|}{T_0}} ;$$

$T_0$ - время корреляции

Для дискретизации аналогового сигнала без потери информации частота отсчётов должна быть как минимум в два раза выше верхней граничной частоты спектра сигнала. Напишем преобразование нашего сигнала по теореме Котельникова:

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow x_{n+1} - x_n$$

$d(t) \rightarrow 1$  отсчет

$$x_{n+1} - x_n + \frac{1}{t} x_n = \xi(t)$$

$t$  – время корреляции, выраженное в отсчетах. Для нашего сигнала используем время корреляции равное 30.

В экспериментальной работе используется и анализируется дискретный шумовой сигнал. График зависимости амплитуды сигнала от времени (отчетов) для исследуемого дискретного сигнала (Рис.10)



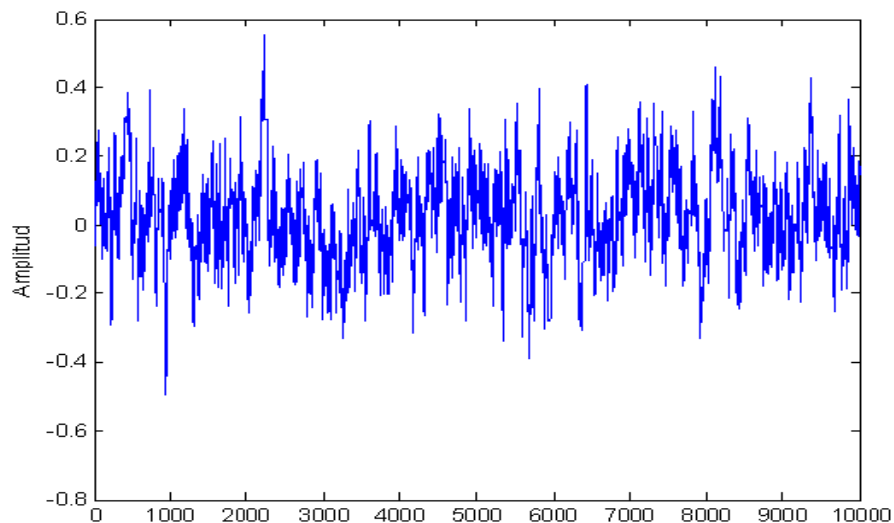


Рис.10 Амплитудная зависимость шумового сигнала

Чтобы доказать, что смоделированный входной сигнал именно тот, который нам нужен (имеет спектр Лоренца и распределение Гаусса), График спектра данного сигнала, полученный при помощи Фурье преобразования, показан на Рис.11.

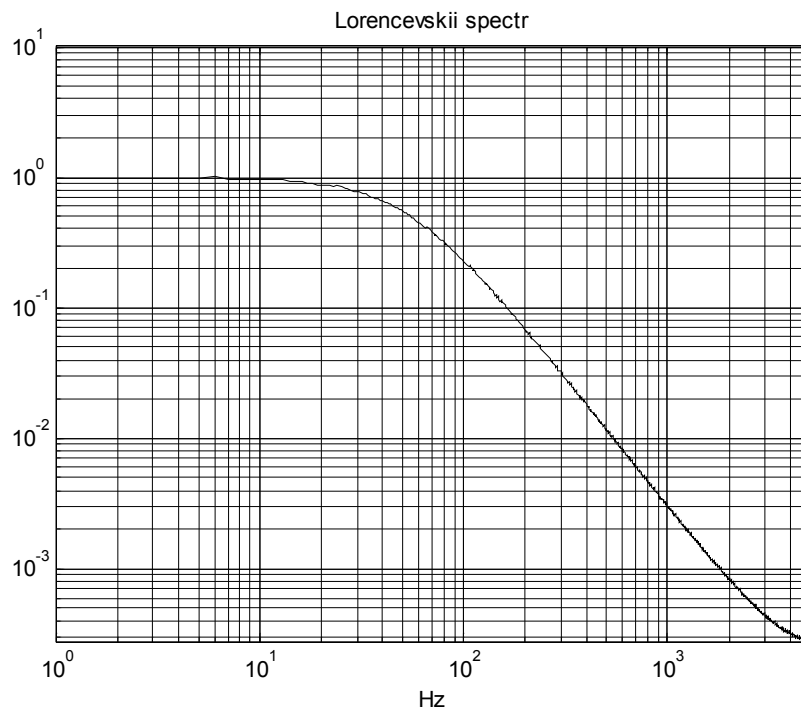
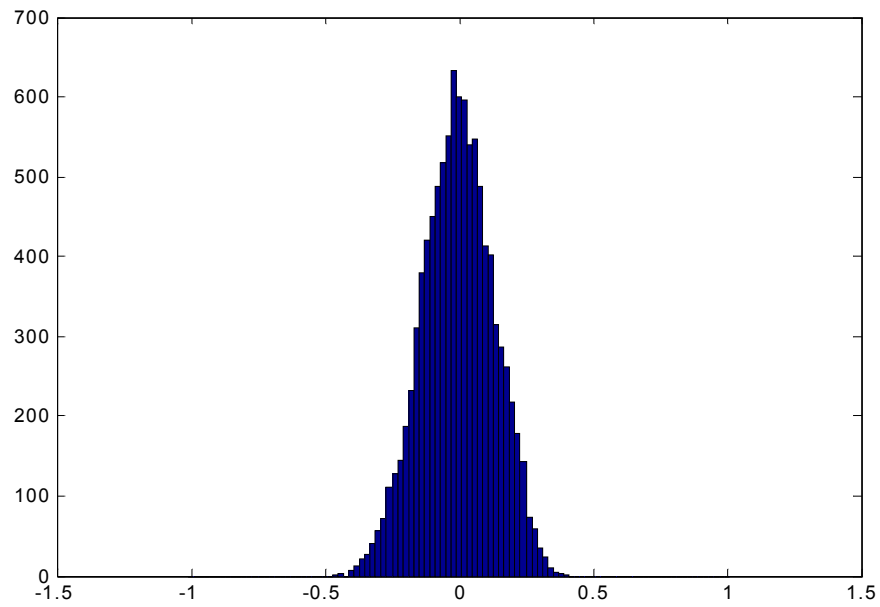


Рис.11 Спектр шума

Видно, что это, действительно спектр Лоренца. На рис. 10 показан график распределения вероятности для шумового сигнала



:

Рис.10 Распределение вероятности сигнала

Как видно на рис. 10, оно принимает форму Гаусса.

*Корреляционная функция :*

График корреляционной функции для шумового сигнала показан на Рис. 11.

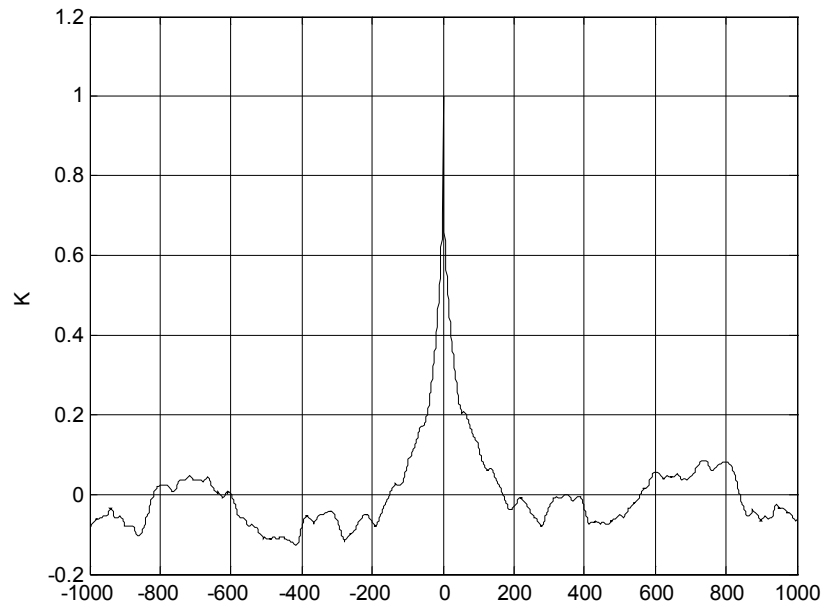


Рис 11. Корреляционная функция сигнала

По оси ординат показана степень корреляции, по оси абсцисс показано количество отсчетов (аналог времени для дискретного сигнала). Из этого графика видно, что степень корреляции достигает  $1 / e$  (снижается в  $e$  раз) в районе 30 отчётов, следовательно, время корреляции для нашего сигнала равно  $T(\text{кор})=30$ .

## 2.2. Структура и параметры обучения нейронной сети

Структура сети, использованной в экспериментах, показана на Рис.12

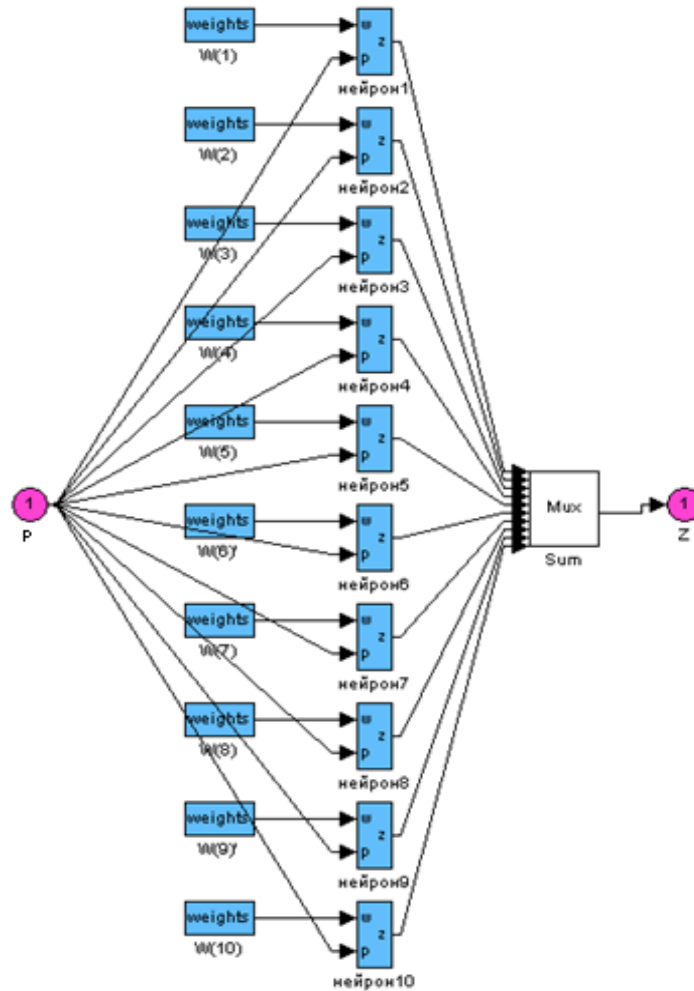


Рис.12 Структура линейной сети

$W(n)$  - веса соответственно  $n$ -ого нейрона;  $P$  – входной сигнал сети ;  $Z$  – выходной сигнал сети

В качестве *входного сигнала*  $P$  для нейронной сети использовалась последовательная выборка значений фрагмента шумового сигнала длиной. Линия задержки состоит из 10 блоков, т.е. на вход каждого нейрона подаётся последовательность значений  $P/10$ . *Выходным сигналом* сети являлась сумма выходных сигналов каждого из нейронов. Сеть имела *один слой нейронов с линейной функцией активации*. Число входов нейронов равнялось длине выборки исследуемого сигнала. *Начальные веса* нейронов иницировались случайными значениями, а *смещение* выбиралось одинаковым и равным  $b=0.027$

*Параметры обучения сети:*

Для обучения сети использовался алгоритм *обучения с учителем*, а в качестве *целевого вектора* использовалась последовательность значений входного сигнала. *Абсолютная ошибка обучения* сети рассчитывается следующим образом:

$$mse = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e(n)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (z(n) - p(n))^2.$$

Где,  $z(n)$  – выходной сигнал сети,  $p(n)$  – значения входного сигнала сети;  $N$  – размерность входного вектора

*Относительная ошибка* выходного сигнала равна :

$$E = \frac{mse}{\sigma^2}$$

Где  $\sigma^2$  – дисперсия входного сигнала сети. Дисперсия входного сигнала равна 0,00015.

Обучение сети производилась на выборке из 100 входных значений сигнала, что составляет 3Т(ког). Сигнал подавался на вход каждого из 10 нейронов по 10 значений сигнала на отрезке [0;100]. Скорость обучения сети выберем равную 0.1. Данное значение выбиралось по тем же принципам, что и количество нейронов. Обучение проводилось при различных значениях циклов обучения (в зависимости от эксперимента использовались значения от 1 до 100.). Циклом обучения называют цикл многократно исполняемой последовательности обучения сети на входном сигнале в целях минимизации ошибки обучения.

### **2.3. Исследование процесса обучения сети**

Ошибку обучения сети в зависимости от числа циклов обучения иллюстрируют графики на рис.14 и рис.15, на которых представлены входной и выходной сигналы сети, получающийся в результате обучения. Синим цветом обозначен исходный сигнал, зелёным – выходной сигнал сети. Рис.14 соответствует 5 циклам обучения, Рис.15 – 50 циклам обучения

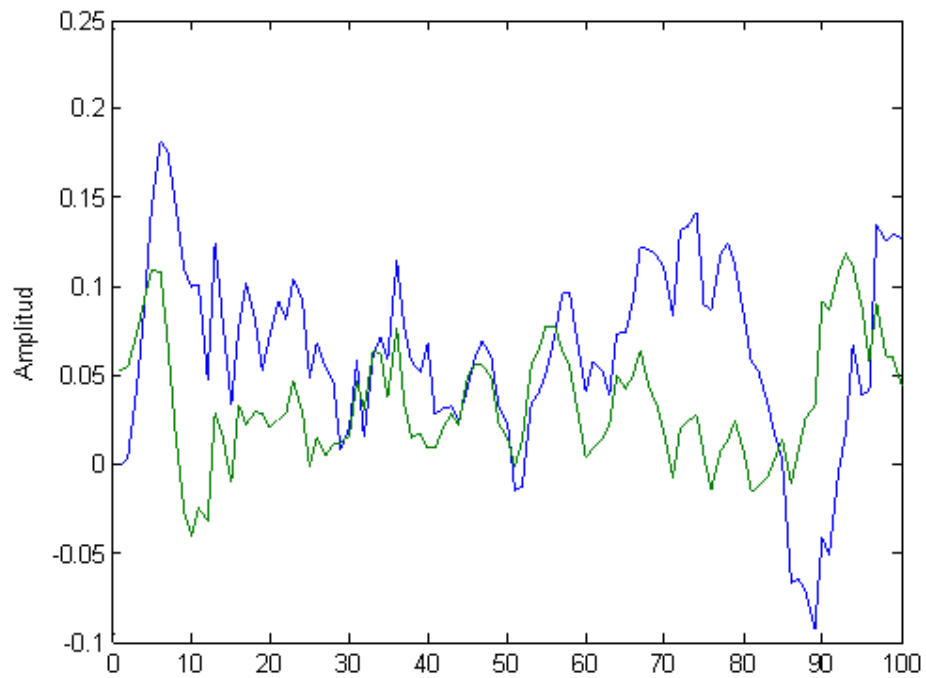


Рис.14 Зависимость выхода сети и сигнала от времени, 5 циклов обучения. (Абсолютная ошибка составила 0.004635; время обучения составило 1,5сек.)

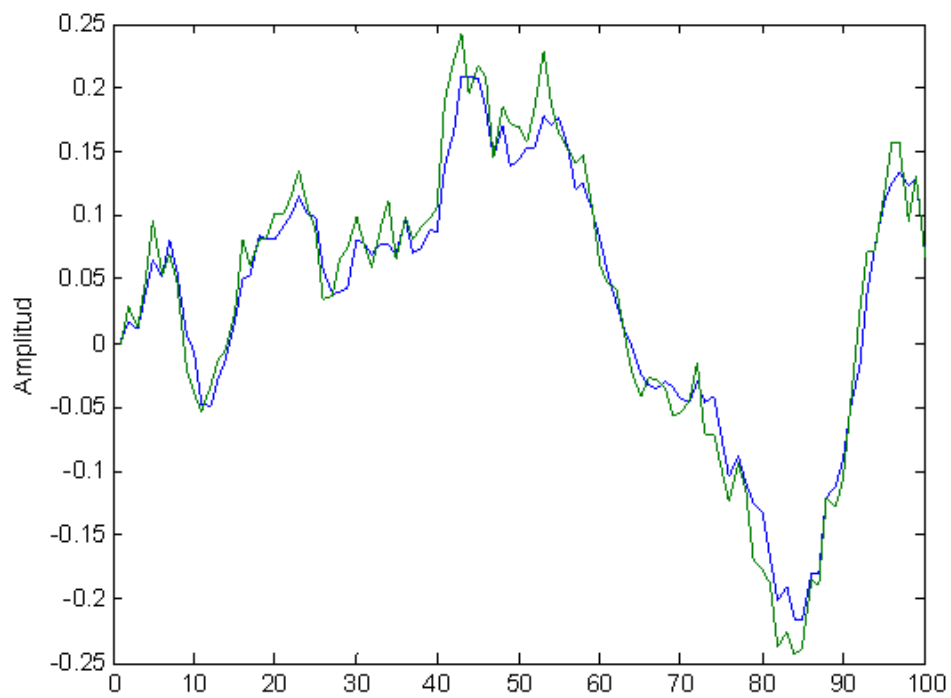


Рис15. Зависимость выхода сети и сигнала от времени ,50 циклов обучения. (Абсолютная ошибка составила 0.000000576, время обучения составила 22.3 сек.)

График зависимости ошибки обучения сети от числа циклов обучения показан на Рис. 16

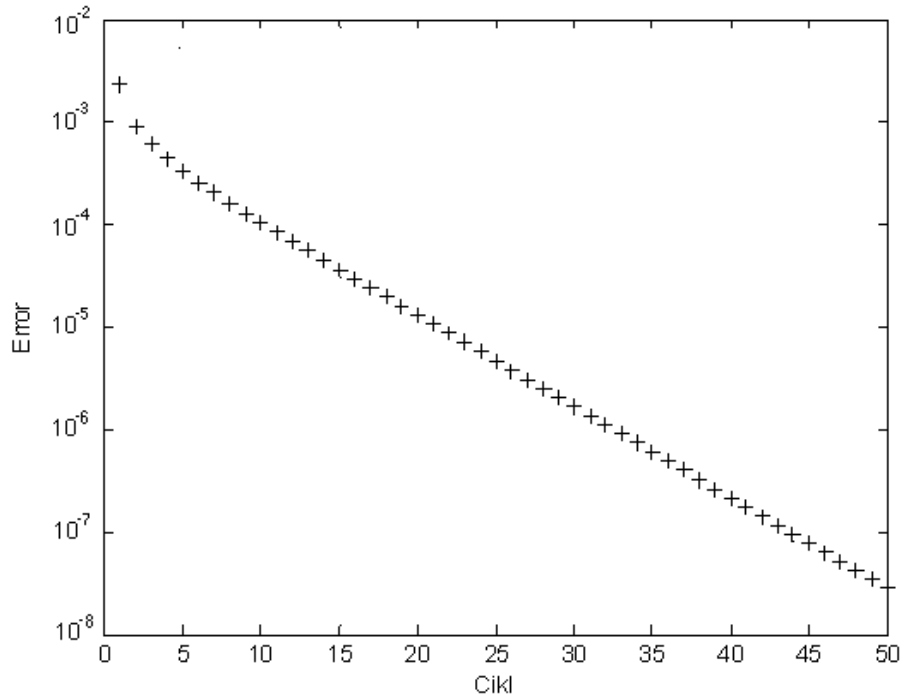


Рис.16 Зависимость ошибки обучения от числа циклов

Из графика на рис.16 видно, что ошибка уменьшается с увеличением числа циклов обучения приблизительно по линейному закону. Качество обучения нейронной сети было также оценено с помощью регрессионного анализа входного и выходного сигналов сети. На рис.17 показано поле корреляции между целевым вектором  $P$  (значениями входного сигнала в каждой точке) и выходом нейронной сети  $Z$  после 50 циклов обучения. Высокое значение коэффициента корреляции  $R=1$  говорит о том, что сеть обучилась должным образом.

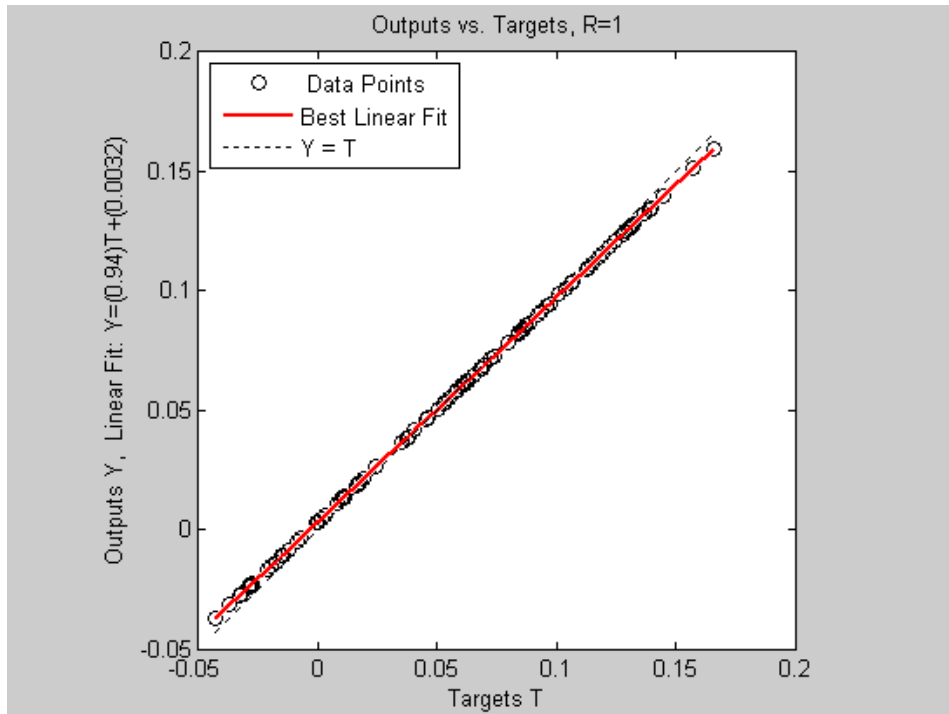


Рис.17 Регрессионный анализ

Зависимость ошибки обучения сети от количества нейронов представлена на рис. 18

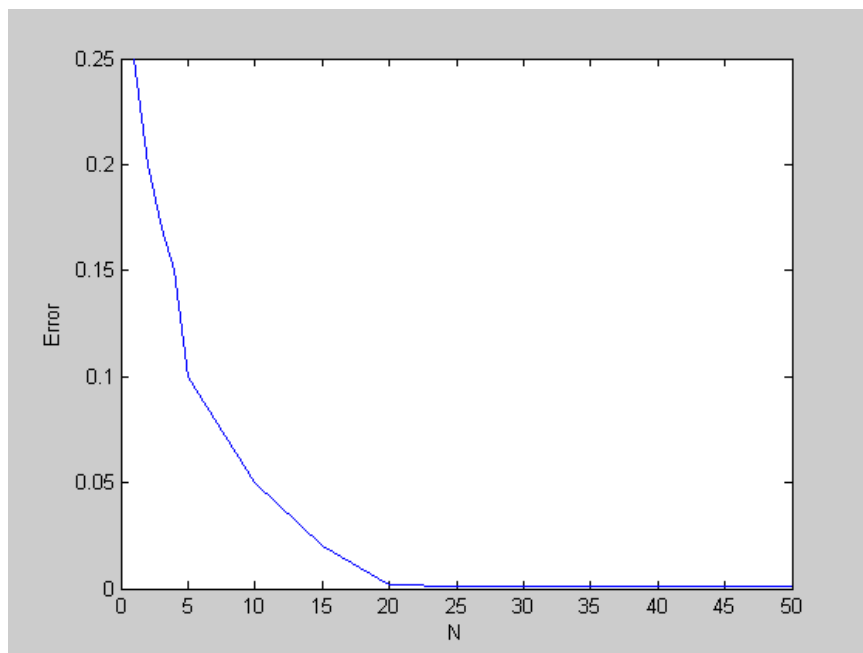


Рис.18 Зависимость ошибки обучения сети от кол-ва нейронов



Из графика на рис.18 видно, что ошибка обучения уменьшается с увеличением числа нейронов. При числе нейронов более 25 снижается до минимума и перестаёт изменяться. Вместе с тем, время обучения возрастает от 3 сек при 3 нейронах, до 900 сек. при 25 нейронах. В дальнейших экспериментах для увеличения скорости обучения, количество нейронов выбиралось равным 10.

## 2.4. Исследование процесса прогнозирования сигнала

После обучения сети необходимо понять, насколько точно сеть справляется с поставленной задачей прогнозирования сигнала. Исследовать зависимости ошибки прогнозирования обученной сети от времени и от длины обучающей выборки сигнала.

Входной сигнал сети и спрогнозированный выходной сигнал нейронной сети после обучения на выборке, длиной 100 отчетов ( $3T(kor)$ ) представлены на рис.19. и рис.20. Исходный сигнал обозначен, синим цветом, выходной сигнал обозначен зелёным цветом. На Рис. 19 показывается сигналы, непосредственно после обучения, Рис. 20 – через время примерно соответствующее 30 временам корреляции входного шума.

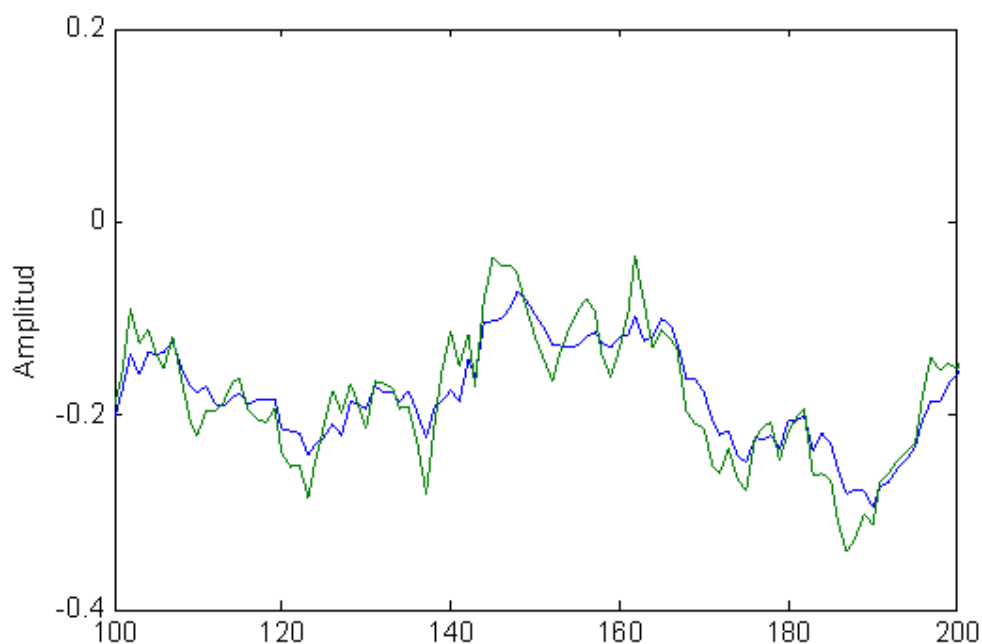


Рис 19. Входной и выходной сигналы сети непосредственно после обучения

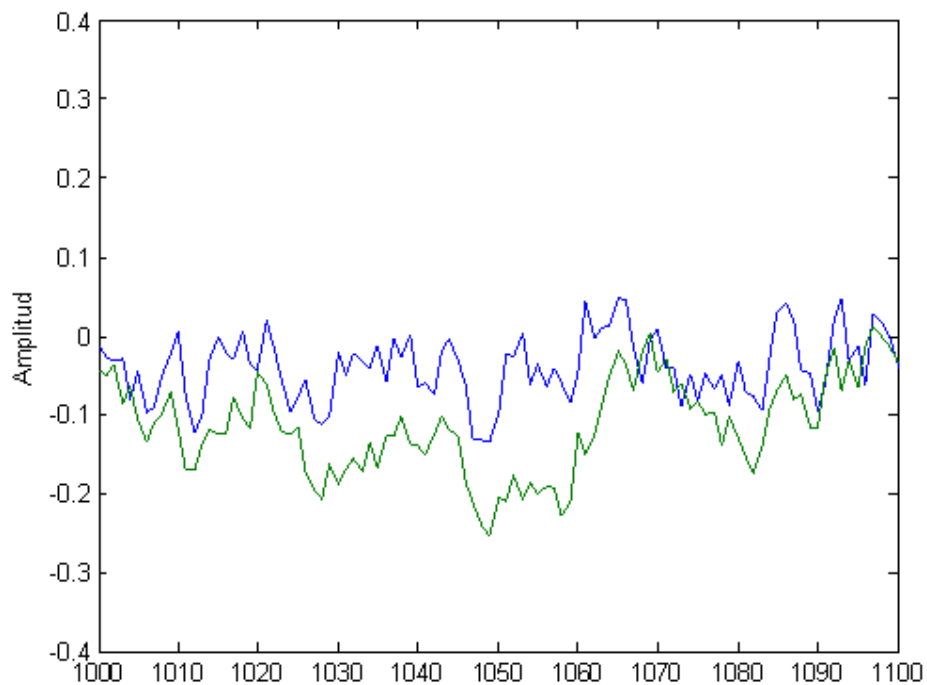


Рис.20 Входной и выходной сигналы сети через интервал времени, равный 30 временам корреляции.

Из графиков видно, что при увеличении временного интервала прогнозирования сети, относительная ошибка прогноза увеличивается. Т.е., чем дальше мы отходим от обучающего сигнала (фрагмент входного сигнала, на котором происходит обучение), тем хуже нейронная сеть прогнозирует сигнал.

Зависимость относительной ошибки от времени прогнозирования показана на Рис. 21

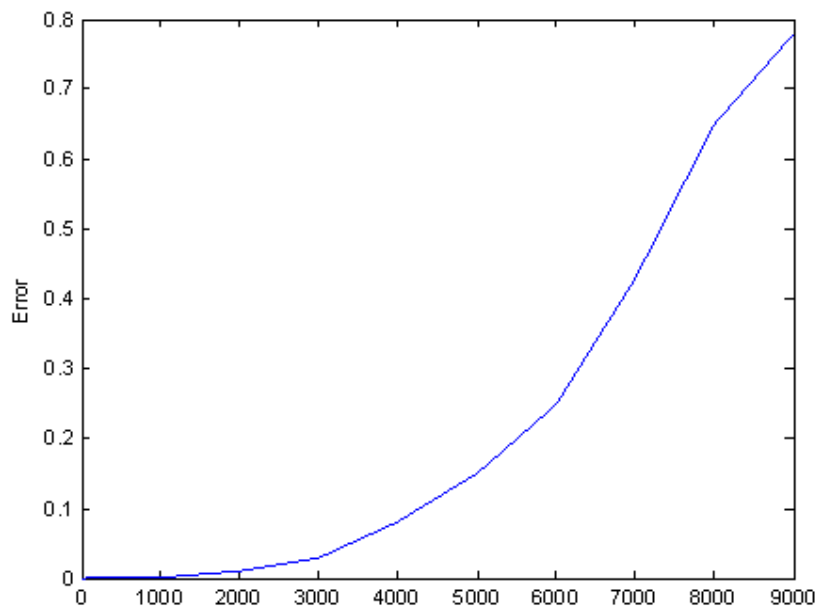


Рис. 21. Зависимость ошибки прогнозирования от времени

График показывает, что на временах менее 100 времени корреляции, уровень относительной ошибки остается в пределах менее 10%.

Зависимость точности прогнозирования сигнала от длины входного вектора показана на рис. 22

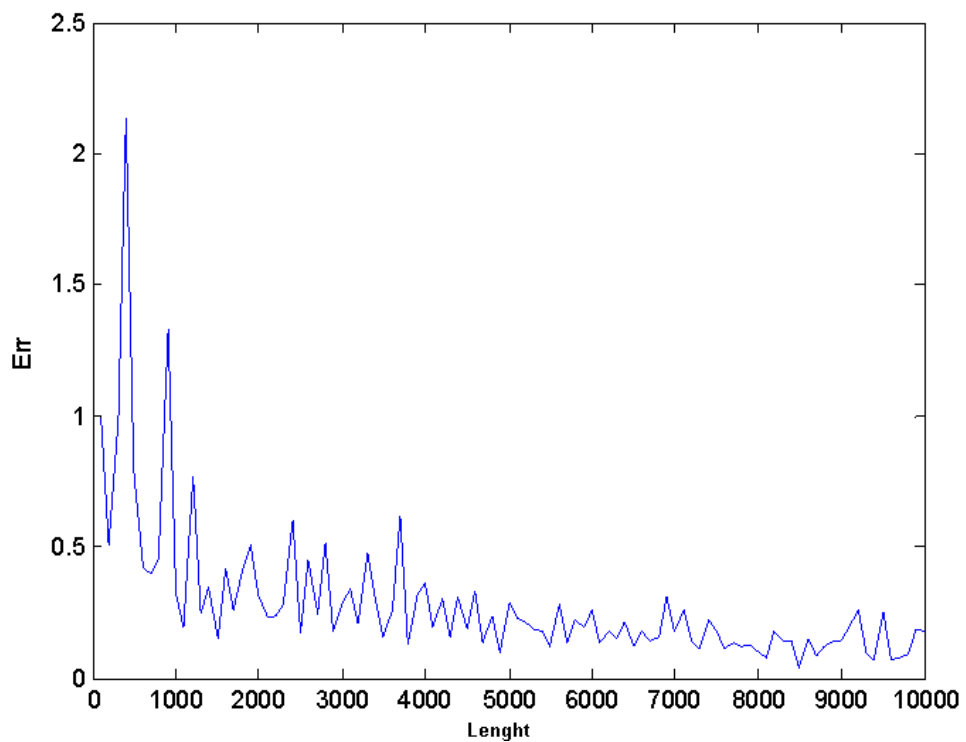


Рис.22 Зависимость ошибки прогнозирования от длины входного вектора

Для сокращения времени обучения сеть прошла 3 цикла обучения, и измерение ошибки происходило при времени прогнозирования  $300T(\text{кор})$ , то ошибка рассчиталась довольно высокая. Из графика видно, что при увеличении длины входного вектора, относительная ошибка обучения сети уменьшается. Время обучения значительно увеличивается при увеличении длины входного вектора: при длине равной 3 времени корреляции время обучения составляет 3,5 сек, а при длине 100 времен корреляции возрастает до 250 сек.

## **2.5. Выделение импульсных сигналов на фоне шума.**

Выделение импульсных сигналов на фоне шума производилось при помощи обученной нейронной сети. Для решения данной задачи генерировались прямоугольные сигналы, имеющие различные характеристики (амплитуда, длительность, частота), которые добавлялись к шумовому сигналу. Сигналы генерировались через время, равное 1400 отсчётам, на котором сеть не обучалась, а работала в режиме прогнозирования сигнала. Индикатором наличия или отсутствия импульсного сигнала служил сигнал ошибки прогнозирования. Исследовались зависимости ошибки прогнозирования сети от амплитуды сигнала, длительности и частоты импульсного сигнала

*Реакция сети на одиночный импульс.*

Одиночный прямоугольный импульс, имел следующие характеристики: Амплитуда равна  $0.2 \sim$  «Амплитуда шума»; длительность сигнала равна  $30 = T(\text{кор})$ . Положение импульса на временной оси показано на рис.23. На рис.24 показан исходный шум (синим цветом) и сумма сигнала и шума (зелёным цветом).

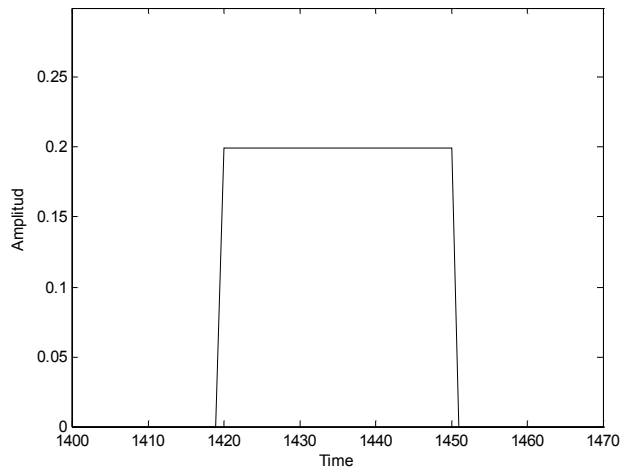


Рис 23. Одиночный импульс

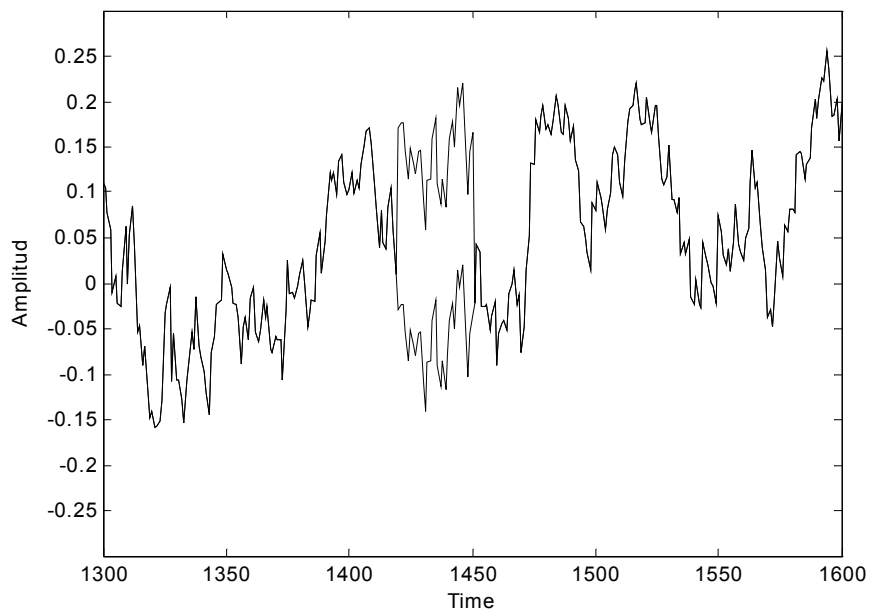


Рис.4 Шум, Одиночный импульс+Шум

На рис. 25 Синим цветом показан исходный шумовой сигнал, зелёным цветом показан выходной сигнал сети, при пропускании через неё шумового сигнала, красным цветом показан выходной сигнал нейронной сети при пропускании входного сигнала Шум+одиночный импульс.

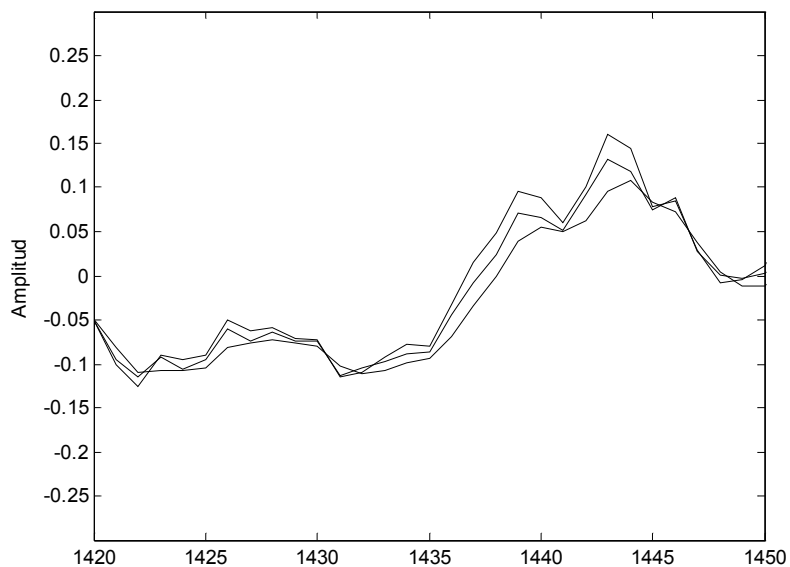


Рис. 25 Прогнозирование шумового сигнала

Ошибка прогнозирования увеличивается, т.е. если мы добавляем к входному сигналу, на котором была обучена нейронная сеть новый сигнал, длительность которого равна времени корреляции входного сигнала, амплитуда сравнительна амплитуде шума, то ошибка прогнозирования увеличивается. Средняя относительная ошибка прогнозирования, при пропуске входного сигнала шума, равна 0.035 (1.5%). Средняя относительная ошибка прогнозирования, при пропуске входного сигнала одиночный импульс+Шум, равна 0.053 (5.3%).

График зависимости относительной ошибки прогнозирования от времени прогнозирования показан на рис. 26. Синим цветом показана ошибка прогнозирования шума при входном шумовом сигнале, зелёным цветом – при входном сигнале одиночный импульс + шум.

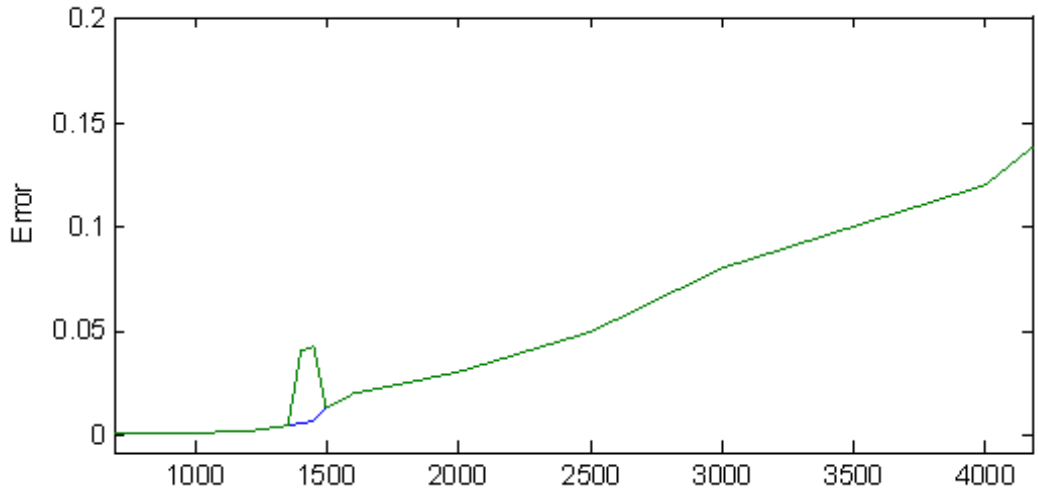


Рис. 26. Зависимость ошибки прогнозирования от времени

На рис. 26 видно, что сеть однозначно определила присутствие одиночного импульса на фоне шума. Т.е. для определения характеристик импульсного сигнала, необходимо, определив, ошибку прогнозирования и, зная зависимость ошибки прогнозирования от характеристик (длительность и амплитуда) мы можем определить характеристики импульсного сигнала .

График зависимости относительной ошибки прогнозирования от амплитуды импульсного сигнала показан на рис. 27

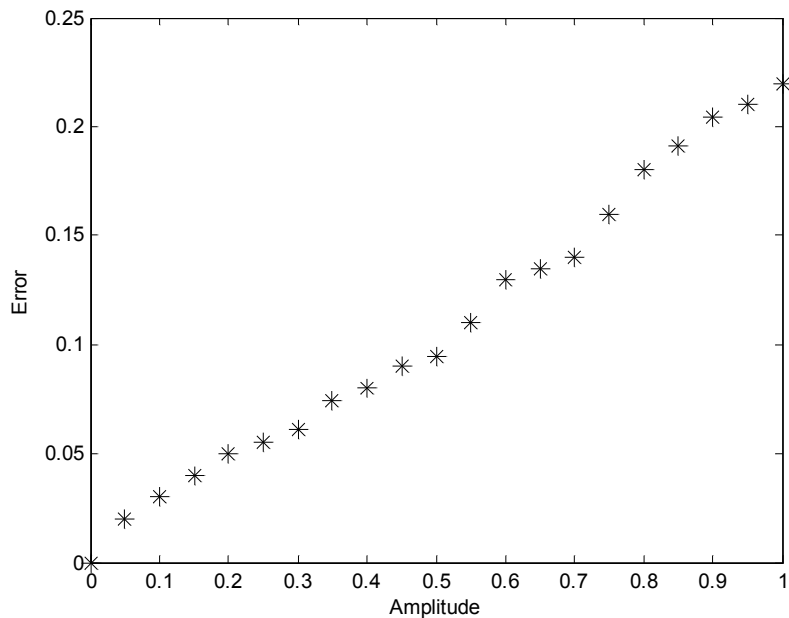


Рис. 27 Зависимость относительной ошибки прогнозирования шума от амплитуды полезного сигнала.

На рис.27 видно, что при увеличении амплитуды полезного сигнала, ошибка прогнозирования сети возрастает. Зависимость близка к линейной. Отсюда следует, что при увеличении амплитуды импульсного сигнала, нейронная сеть определяет данный сигнал с большей точностью. Ошибка прогнозирования определялась в момент времени равный 1435 отчётам (середины импульсного сигнала).

График зависимости относительной ошибки от длительности сигнала показан на рис. 28. При формировании данной зависимости положение импульсного сигнала не изменялось.

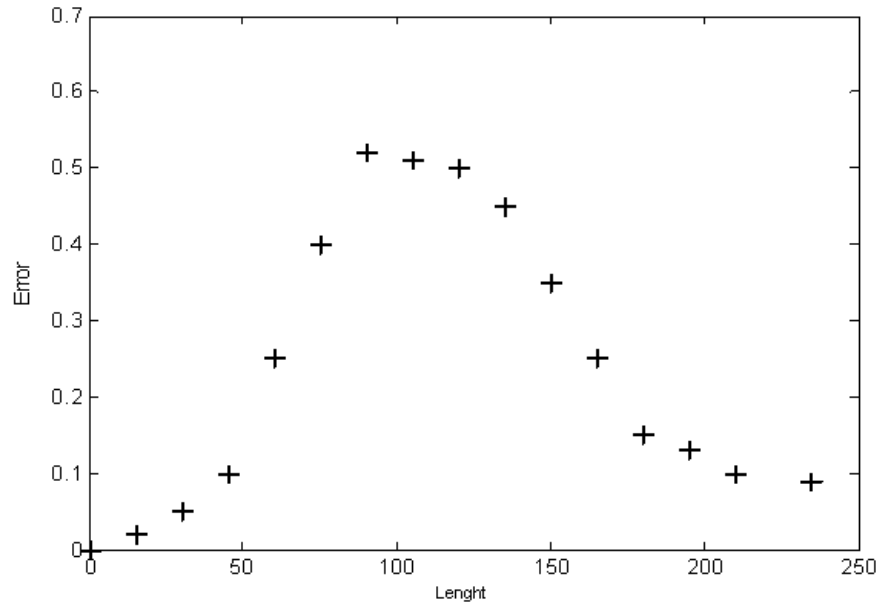


Рис.28 Зависимость относительной ошибки прогнозирования от длительности импульсного сигнала

Ошибка растёт до длительности импульсного сигнала и достигает максимума в  $3T(kor)$ , после этого ошибка обучения начинает уменьшаться. Можно заключить, что нейронная сеть с достаточно большой точностью способна определять одиночные импульсные сигналы длительностью порядка времени корреляции входного сигнала.

*Реакция сети на последовательность импульсов*

Был смоделированный сигнал, имеющий следующие характеристики : Амплитуда равна  $0.2 \sim$  «Амплитуда шума»; Длительность сигнала равна  $30=T(kor)$  .За частоту сигнала примем величину равную отношению количества импульсов в сигнале поделённую на длительность . В качестве сигнала генерировалось 9 импульсов, следовательно, частота равна

$$w = \frac{N}{T} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

Положение импульсов на временной оси показано на рис.29. На рис.30 показан исходный шум (синим цветом) и сумма сигнала и шума (зелёным цветом).



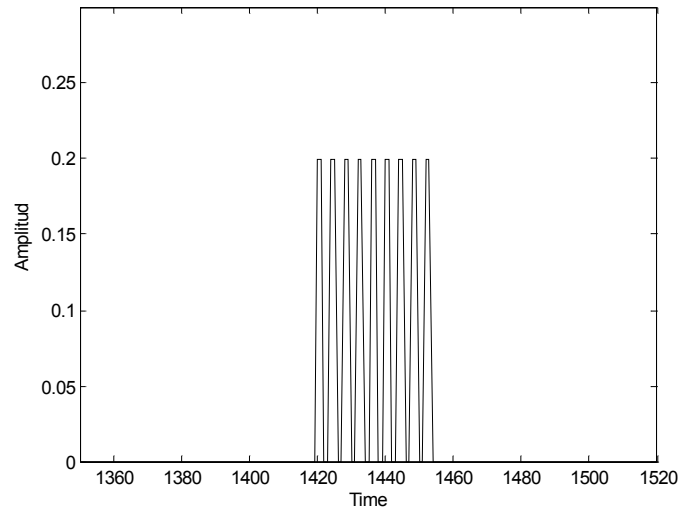


Рис 29. Последовательность импульсов

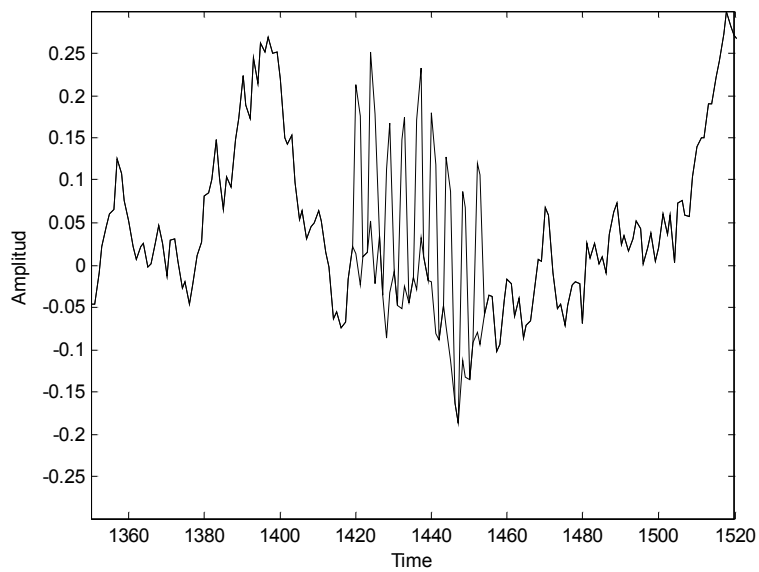


Рис.30 Шум; Последовательность импульсов+Шум

На рис. 31 Синим цветом показан исходный шумовой сигнал, зелёным цветом показан выходной сигнал сети, при пропускании через неё шумового сигнала, красным цветом показан выходной сигнал нейронной сети при пропускании входного сигнала Шум+последовательность импульсов.

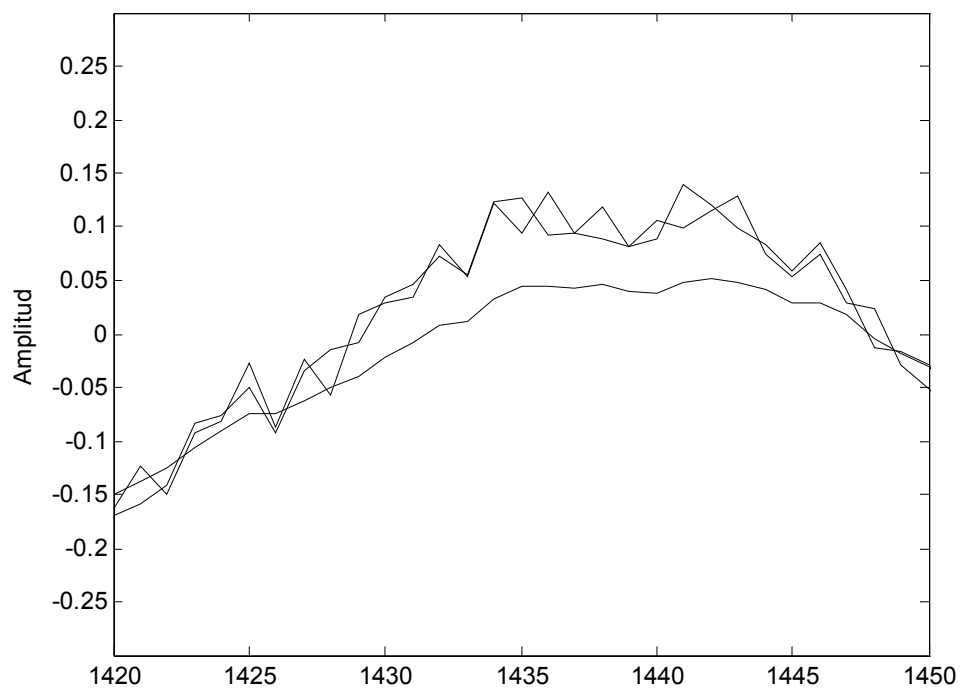


Рис. 31 Прогнозирование шума

На рис.31 видно, что ошибка прогнозирования выше, чем для одиночного импульса, т.е. при увеличении частоты импульсов сигнала, ошибка прогнозирования значительно увеличивается. Средняя относительная ошибка прогнозирования, при пропуске входного сигнала шума, равна 0.017 (1.7%), Средняя относительная ошибка прогнозирования, при пропуске входного сигнала последовательность импульсов+Шум, равна 0.574 (57,4%).

График зависимости относительной ошибки прогнозирования от времени прогнозирования показан на рис. 32. Синим цветом показана ошибка прогнозирования шума при входном шумовом сигнале, зелёным цветом –при входном сигнале последовательность импульсов +шум.

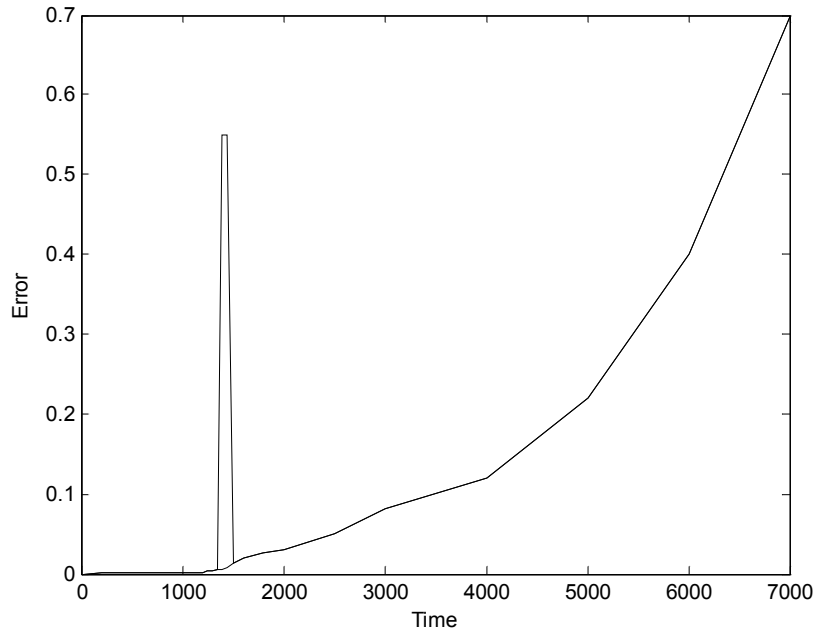


Рис. 32 Зависимость ошибки прогнозирования

На рис. 32 видно, что сеть однозначно определила присутствие последовательности импульсов на фоне шума. Ошибка прогнозирования значительно увеличилась при добавлении нового импульсного сигнала. Сеть сильнее реагирует на последовательность импульсов, чем на единичный сигнал, т.е. с увеличением частоты импульсов сигнала, ошибка прогнозирования увеличивается. График зависимости ошибки прогнозирования от частоты сигнала приведён на рис.33.

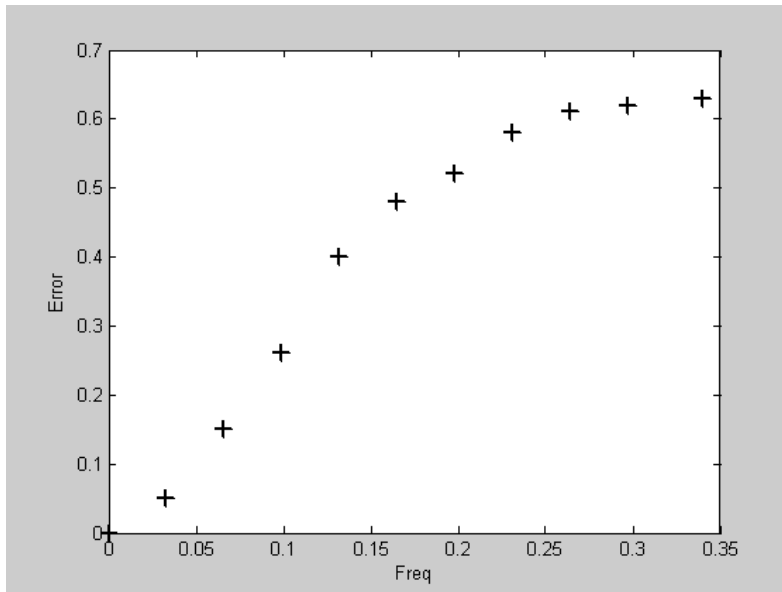


Рис.33 Зависимость относительной ошибки прогнозирования от частоты импульсов сигнала

На рис.33 видно ,что ошибка прогнозирования увеличивается при увеличении частоты полезного импульсов сигнала. Исходя из данной зависимости, можно утверждать, что сеть слабо различает единичные импульсы длительности которых, меньше времени корреляции входного сигнала.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Спроектирована линейная нейронная сеть для прогнозирования случайного сигнала.
2. Исследован процесс обучения нейронной сети. Получены зависимости ошибки обучения сети от числа циклов обучения и числа нейронов. Определены значения для прогнозирования сигнала с требуемой точностью.
3. Исследованы прогнозирующие свойства линейной нейронной сети. Получены зависимости относительной ошибки прогнозирования от времени прогнозирования и от длины обучающего сигнала. Показано, что приемлемая ошибка прогнозирования (менее 10%) сохраняется в пределах интервала прогнозирования порядка 100 времен корреляции входного сигнала при длительности обучающего сигнала порядка 3 времен корреляции.
4. Исследована реакция нейронной сети на импульсную составляющую в шуме. Получены зависимости ошибки прогнозирования сети от амплитуды, длительности и частоты импульсного сигнала. Показано, что изменение сигнала ошибки нейронной сети позволяет выделять импульсный сигнал на фоне шума.

В заключении хочу поблагодарить моего научного руководителя, доцента Александра Викторовича Степанова и рецензента Геннадия Васильевича Белокопытова за огромную помощь и ценные советы, оказанные в работе.

## Список литературы:

1. С. Осовский «Нейронные сети для обработки информации» С.89-124, 163-169
2. Ю.П.Маслобоев "Введение в Neural Network Toolbox"
3. Robert Callan «Основные концепции нейронных сетей» С.127-143
4. И.В. Заенцев «Нейронные сети: основные модели» С.3-25
5. Джордж Ф. Люггер «Искусственный интеллект»
6. Ф.Уоссермен, Нейрокомпьютерная техника, М.,Мир, 1992.
7. В.Г.Потемкин. Notebook "Нейронные сети"
8. С.А. Игнатов «Статистика выборкислучайных процессов». Дипломная работа, Физический факультет МГУ, 2004
9. С.А. Гаврилюк «Распределение вероятности выборки случайных процессов». Дипломная работа, Физический факультет МГУ, 2004
10. В.В. Круглов Р.Ю. Голубов Нечёткая логика и искусственные нейронные сети
11. Дж. Бендат. А. Пирсол Прикладной анализ случайных данных
12. Steven.W.Smith.Digital.Signal.Processing.1999
13. Статья «Применение рядов Вольтера для анализа нелинейных схем, применяемых в обработке сигналов» С.И Мильниченко ,1999
14. Сайт [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)
15. Б. Уидроу, С. Стурнз. Адаптивная обработка сигналов. М.: "Радио и связь", 1989