

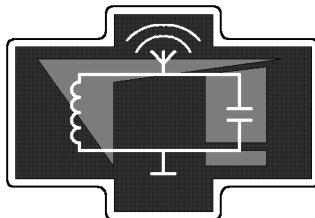
Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова  
Физический факультет

---

**В.Б. Волошинов, В.И. Балакший  
Н.В. Поликарпова, А.С. Трушин**

*Акустооптические методы исследования  
распространения упругих волн в кристалле  
парателлурита*

Методическая разработка к задаче "Практикума колебаний"  
кафедры физики колебаний



Москва, 2010 г.

УДК 535.241

Печатается по решению кафедры физики колебаний  
физического факультета МГУ

**В.Б. Волошинов, В.И. Балакший,  
Н.П. Поликарпова, А.С. Трушин**

Акустооптические методы исследования распространения упругих волн в кристалле парателлуриата. Методическая разработка к одноименной задаче "Практикума колебаний" кафедры физики колебаний. – М., изд. физического факультета МГУ, 2010, 27 с.

Методическая разработка предназначена для студентов 3-5 курсов отделения радиофизики физического факультета МГУ, выполняющих задачи в "Практикуме колебаний". В разработке изложены физические принципы распространения упругих волн в кристаллах и акустооптические методы их исследования. Описаны экспериментальная установка и методика измерений при выполнении упражнений.

Объем 1,5 п.л.

Тираж 20 экз.

Заказ № 45

Отпечатано в отделе оперативной печати физического факультета МГУ

им. М.В.Ломоносова

# 1 Введение

**Акустооптика** исследует явление взаимодействия световых волн с дифракционными решетками, индуцированными акустическими волнами. Наиболее востребованным практическим применением акустооптики является управление световыми потоками с помощью ультразвука в прозрачной для света среде. Акустооптические устройства обеспечивают управление амплитудой, частотой, фазой, поляризацией, а также направлением распространения электромагнитной волны. Акустооптическое взаимодействие также успешно применяется для анализа параметров упругих волн, распространяющихся в жидких и твердых средах, например, в стеклах и кристаллах.

В акустооптике используются материалы, обладающие особым сочетанием физических свойств. Актуальным направлением исследований в акустооптике является изучение характеристик акустических волн, распространяющихся в таких материалах. В настоящей работе рассматривается кристалл двуокиси теллура  $\text{TeO}_2$  (парателлурит), на основе которого создается значительная часть акустооптических приборов. Отличительной особенностью парателлурита, помимо высокого акустооптического качества, является сильная анизотропия упругих свойств. Вследствие этого в кристалле могут происходить необычные физические явления, не наблюдающиеся в изотропных и слабо анизотропных средах. Акустическая анизотропия материала проявляется в зависимости фазовой скорости волн от их направления распространения в кристалле. Эта анизотропия также приводит к отклонению направления распространения энергии упругой волны от направления распространения волнового фронта.

Известно, что направление групповой скорости волн в анизотропных средах в общем случае не совпадает с соответствующим направлением фазовой скорости. Оказалось, что в кристаллографической плоскости  $XU$  кристалла парателлурита угол между акустической групповой и фазовой скоростью  $\Psi$  достигает рекордных значений:  $\Psi > 70^\circ$ . Эти значения угла является максимальными среди известных материалов, используемых в настоящее время в науке и технике при комнатных температурах. Сильная анизотропия может привести к необычным физическим явлениям, например, к обратному или

близкому к обратному отражению энергии упругой волны при ее наклонном падении на границу раздела двух сред.

В работе исследуется распространение объемных акустических волн в кристалле парателлурита. Это исследование проводится методами акустооптики и акустоэлектроники.

## 2 Расчёт основных параметров упругих волн в неограниченной кристаллической среде

Для разработки эффективного акустооптического устройства необходимо понимание закономерностей распространения света и звука в среде, а также законов взаимодействия света и звука.

В жидкостях и газах на большие расстояния могут распространяться только продольные акустические волны. Эти среды являются изотропными, в них все направления равноправны между собой, и в каждом направлении распространяется акустическая волна только с одной скоростью. Направление смещения частиц среды, называемое поляризацией, совпадает с направлением распространения волны (продольная волна). В изотропном твёрдом теле все направления также по-прежнему равноправны, но в каждом направлении может распространяться как продольная, так и поперечная волна. Поляризация продольной волны совпадает с направлением распространения, а поляризация поперечной перпендикулярна направлению распространения. Скорости этих волн  $v_L$  и  $v_S$  различны, причём  $v_S < v_L/\sqrt{2}$ . В случае анизотропного твёрдого тела, каковым является кристалл парателлурита, характеристики волны зависят от направления распространения.

В общем случае в кристаллах вдоль заданного направления могут распространяться три волны [1]. Волна с наименьшим углом между вектором поляризации и направлением распространения называется **квазипродольной**, остальные две - **квазипоперечными**. Квазипоперечные волны отличаются по абсолютной величине скорости. Таким образом, волны обозначают как “квазипродольная”, “быстрая квазипоперечная” и “медленная квазипоперечная”. Направление, перпендикулярное волновому фронту, задаётся единичным век-

тором - вектором волновой нормали  $\vec{n}$ . Скорость движения волнового фронта называется фазовой скоростью  $v$ , а скорость распространения энергии - групповой скоростью  $v_g$ . Для волн в анизотропном твёрдом теле вектора фазовой и групповой скорости в общем случае не совпадают. Угол  $\Psi$  между этими векторами называется **углом акустического сноса**.

Упругие свойства анизотропного твёрдого тела определяются коэффициентами **тензора упругости**  $c_{ijkl}$ . Это тензор четвёртого ранга, следовательно, он имеет  $3^4 = 81$  компоненту. Однако эти компоненты не являются независимыми. Компоненты тензора упругости удовлетворяет соотношениям

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}. \quad (1)$$

С учётом этих соотношений вводится новая система индексов: две пары индексов  $ij$  и  $kl$  заменяются на индексы  $\alpha$  и  $\beta$  по правилам: (11)  $\rightarrow$  (1), (22)  $\rightarrow$  (2), (33)  $\rightarrow$  (3), (23)  $\rightarrow$  (4), (13)  $\rightarrow$  (5), (12)  $\rightarrow$  (6). Введение этих индексов позволяет записать тензор упругости в виде симметричной матрицы  $c_{\alpha\beta}$ , имеющей  $6 \times 6$  элементов. На диагонали этой матрицы расположено 6 элементов. Кроме этих диагональных элементов имеются 15 элементов, расположенных над диагональю. Они связаны с 15 элементами, стоящими под диагональю условием симметрии:  $c_{\alpha\beta} = c_{\beta\alpha}$ . Следовательно, для того, чтобы задать тензор упругости, необходимо указать 21 действительное число. Учёт симметричных свойств данного материала приводит к выявлению дополнительных зависимостей и между этими компонентами. Например, для кристаллов класса 422, к которому относится парателлурит, матрица коэффициентов упругости в системе кристаллографических осей  $XYZ$  имеет вид

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Эти коэффициенты упругости равны [1]

$$c_{11} = 5.6; \quad c_{12} = 5.145; \quad c_{13} = 2.2; \quad c_{33} = 10.6; \quad c_{66} = 6.6 \text{ и } c_{44} = 2.65. \quad (3)$$

Значения приведены в единицах  $10^{10}$  Па =  $10^{10}$  Н/м<sup>2</sup> =  $10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>. Переходя от сокращённой записи индексов к полной, получаем следующие ненулевые компоненты тензора упругости:

$$\begin{aligned}
c_{1111} &= c_{2222} = c_{11} \\
c_{1122} &= c_{2211} = c_{12} \\
c_{1133} &= c_{3311} = c_{2233} = c_{3322} = c_{13} \\
c_{1212} &= c_{1221} = c_{2112} = c_{2121} = c_{66} \\
c_{1313} &= c_{1331} = c_{3113} = c_{3131} = c_{2323} = c_{2332} = c_{3223} = c_{3232} = c_{44} \\
c_{3333} &= c_{33}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Пусть  $\vec{u}(x_1, x_2, x_3)$  - **вектор смещения** частицы, имевшей изначально координаты  $x_1, x_2, x_3$ . Тогда волновое уравнение, получающееся из второго закона Ньютона, запишется в виде [1]

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \tag{5}$$

где  $\rho = 6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> - плотность парателлурита. Решение уравнения (5) удобно искать в виде

$$\vec{u} = u_0 \vec{q} \exp [iK(\vec{n}\vec{x} - vt)] \tag{6}$$

где  $u_0$  - амплитуда акустической волны,  $\vec{q} = \{q_1, q_2, q_3\}$  - единичный вектор поляризации,  $\vec{K}$  - волновой вектор, направление которого задаётся единичным вектором  $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$ . Подстановка решения (6) в волновое уравнение (5) приводит к системе однородных уравнений

$$(\Gamma_{il} - \delta_{il}\gamma)q_l = 0, \quad l = 1, 2, 3 \tag{7}$$

где  $\delta_{il}$  - символ Кронекера,  $\gamma = \rho v^2$ ,  $\Gamma$  - **тензор Кристоффеля**, компоненты которого определяются выражением

$$\Gamma_{il} = c_{ijkl}n_j n_k. \tag{8}$$

Тензор Кристоффеля является симметричным:  $\Gamma_{il} = \Gamma_{li}$ . В матричном виде выражение (7) записывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \gamma & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \gamma & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = 0. \tag{9}$$

Это уравнение говорит о том, что поляризация  $\vec{q}$  является собственным вектором тензора  $\Gamma$  с собственным значением  $\gamma = \rho v^2$ . Для компонент тензора  $\Gamma$  после суммирования по повторяющимся индексам получаются следующие выражения

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= c_{11}n_1^2 + c_{66}n_2^2 + c_{44}n_3^2, \\
\Gamma_{12} &= \Gamma_{21} = (c_{12} + c_{66})n_1n_2, \\
\Gamma_{13} &= \Gamma_{31} = (c_{13} + c_{44})n_1n_3, \\
\Gamma_{22} &= c_{66}n_1^2 + c_{11}n_2^2 + c_{44}n_3^2, \\
\Gamma_{23} &= \Gamma_{32} = (c_{13} + c_{44})n_2n_3, \\
\Gamma_{33} &= c_{44}(n_1^2 + n_2^2) + c_{33}n_3^2.
\end{aligned} \tag{10}$$

Для того, чтобы существовали отличные от нуля решения системы однородных уравнений (9), необходимо, чтобы определитель матрицы этой системы был равен нулю. Таким образом получаем кубическое относительно  $\gamma$  и, соответственно,  $v^2$  уравнение

$$|\Gamma_{il} - \delta_{il}\gamma| = \det \begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \gamma & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \gamma & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \gamma \end{pmatrix} = 0. \tag{11}$$

Для заданного направления вектора волновой нормали  $\vec{n}$  это уравнение имеет в общем случае три корня, соответствующие волнам трёх типов, которые могут распространяться в выбранном направлении. Собственные векторы  $\vec{q}^{(1)}$ ,  $\vec{q}^{(2)}$  и  $\vec{q}^{(3)}$ , соответствующие этим корням, образуют тройку взаимно перпендикулярных векторов, один из которых принадлежит квазипродольной волне, а два другие - квазипоперечным волнам.

В общем случае простых и удобных аналитических формул для расчёта скоростей волн и их поляризаций получить не удаётся. Однако существует несколько практически важных частных случаев, для которых это можно сделать. Например, при таком распространении звуковых волн, когда вектор волновой нормали  $\vec{n}$  перпендикулярен оси  $Z$  кристалла.

Пусть угол  $\phi$  это угол между вектором  $\vec{n}$  и осью  $X$ , отсчитываемый против часовой стрелки в плоскости  $XY$ . Тогда  $\vec{n} = \{\cos \phi, \sin \phi, 0\}$ , и уравнение Кристоффеля (9) принимает вид:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \gamma & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \gamma & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} \cos^2 \phi + c_{66} \sin^2 \phi - \gamma & (c_{12} + c_{66}) \cos \phi \sin \phi & 0 \\ (c_{12} + c_{66}) \cos \phi \sin \phi & c_{66} \cos^2 \phi + c_{11} \sin^2 \phi - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (12)$$

Вычисление определителя (11) даёт

$$\left[ (\Gamma_{11} - \gamma)(\Gamma_{22} - \gamma) - \Gamma_{12}\Gamma_{21} \right] (\Gamma_{33} - \gamma) = 0 \quad (13)$$

Корень  $\gamma_3 = \Gamma_{33} = c_{44}$  очевиден. Отсюда получается выражение для скорости волны  $v_3 = \sqrt{c_{44}/\rho}$ . После подстановки  $\gamma = c_{44}$  в выражение (12) получается уравнение для нахождения поляризации  $\vec{q}^{(3)}$ . Решением этого уравнения будет  $\vec{q}^{(3)} = \{0, 0, 1\}$ . Так как вектор  $\vec{q}^{(3)}$  при любом угле  $\phi$  перпендикулярен вектору волновой нормали  $\vec{n} = \{\cos \phi, \sin \phi, 0\}$ , то эта волна является поперечной.

Решение квадратного относительно  $\gamma$  уравнения

$$(\Gamma_{11} - \gamma)(\Gamma_{22} - \gamma) - \Gamma_{12}\Gamma_{21} = 0, \quad (14)$$

даёт выражение для ещё двух собственных значений тензора Кристоффеля:

$$\gamma_{2,3} = \frac{c_{11} + c_{66} \pm \sqrt{(c_{11} - c_{66})^2 \cdot \cos^2 2\phi + (c_{12} + c_{66})^2 \cdot \sin^2 2\phi}}{2}. \quad (15)$$

Отсюда находятся значения скоростей:  $v_1 = \sqrt{\gamma_1/\rho}$  и  $v_2 = \sqrt{\gamma_2/\rho}$ . Подстановкой  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в выражение (9) можно получить уравнения для нахождения  $q^{(1)}$  и  $q^{(2)}$  - поляризаций волн, распространяющихся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . При этом надо учесть очевидное соотношение:  $q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ .

Подстановка значений  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в уравнение (9) приводит к уравнениям вида  $\Gamma' \vec{q} = 0$ , причём  $\det \Gamma' = 0$ . Рассмотрим строчки матрицы  $\Gamma'$  как три вектора  $\vec{\Gamma}^{(1)}$ ,  $\vec{\Gamma}^{(2)}$  и  $\vec{\Gamma}^{(3)}$ . Равенство нулю определителя матрицы  $\Gamma'$  означает что эти три вектора являются линейно зависимыми. Рассмотрим вектор

$$\vec{Q} = \vec{\Gamma}^{(1)} \times \vec{\Gamma}^{(2)}. \quad (16)$$



По свойствам векторного произведения он перпендикулярен векторам  $\vec{\Gamma}^{(1)}$  и  $\vec{\Gamma}^{(2)}$ . В силу линейной зависимости, он перпендикулярен и вектору  $\vec{\Gamma}^{(3)}$ , а, следовательно, удовлетворяет уравнению  $\Gamma' \vec{Q} = 0$ . Чтобы получить единичный вектор поляризации, вектор  $\vec{Q}$  следует разделить на его модуль:

$$\vec{q} = \vec{Q}/|\vec{Q}|. \quad (17)$$

Результатом расчёта скоростей и поляризаций акустических волн в анизотропной среде является нахождение функций  $v_1(\vec{n})$ ,  $v_2(\vec{n})$  и  $v_3(\vec{n})$ , а также  $\vec{q}^{(1)}(\vec{n})$ ,  $\vec{q}^{(2)}(\vec{n})$  и  $\vec{q}^{(3)}(\vec{n})$ . Значения скоростей здесь являются скалярными величинами, поляризации - векторными. Для определения каждой поляризации нужно указать три компоненты вектора.

Единичный вектор волновой нормали имеет три компоненты  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$ , которые удовлетворяют уравнению нормировки

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1. \quad (18)$$

Следовательно, вектор волновой нормали однозначно определяется двумя скалярными величинами. Одним из способов явного указания этих величин является введение угла  $\theta$  между вектором волновой нормали и осью  $Z$  и угла  $\phi$  между проекцией вектора волновой нормали на плоскость  $XY$  и осью  $X$ . В этом случае вектор волновой нормали выражается следующим образом

$$\vec{n} = \{\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta\}, \quad (19)$$

а скорости волн и их поляризации оказываются функциями углов  $\theta$  и  $\phi$ :

$$\begin{aligned} v_1 &= v_1(\theta, \phi), & v_2 &= v_2(\theta, \phi), & v_3 &= v_3(\theta, \phi), \\ \vec{q}_1 &= \vec{q}_1(\theta, \phi), & \vec{q}_2 &= \vec{q}_2(\theta, \phi), & \vec{q}_3 &= \vec{q}_3(\theta, \phi). \end{aligned} \quad (20)$$

При решении многих задач оказывается полезным рассмотрение **поверхности акустической медленности**. Для того, чтобы построить поверхность медленности, нужно для каждого направления распространения волны  $\vec{n}$  отложить в этом направлении вектор, длина которого равна величине обратной фазовой скорости  $1/v$ . Именно эта величина называется медленностью. Примерный вид сечения поверхности медленности плоскостью  $XY$  для кристалла парателлурита показан на рис. 1.

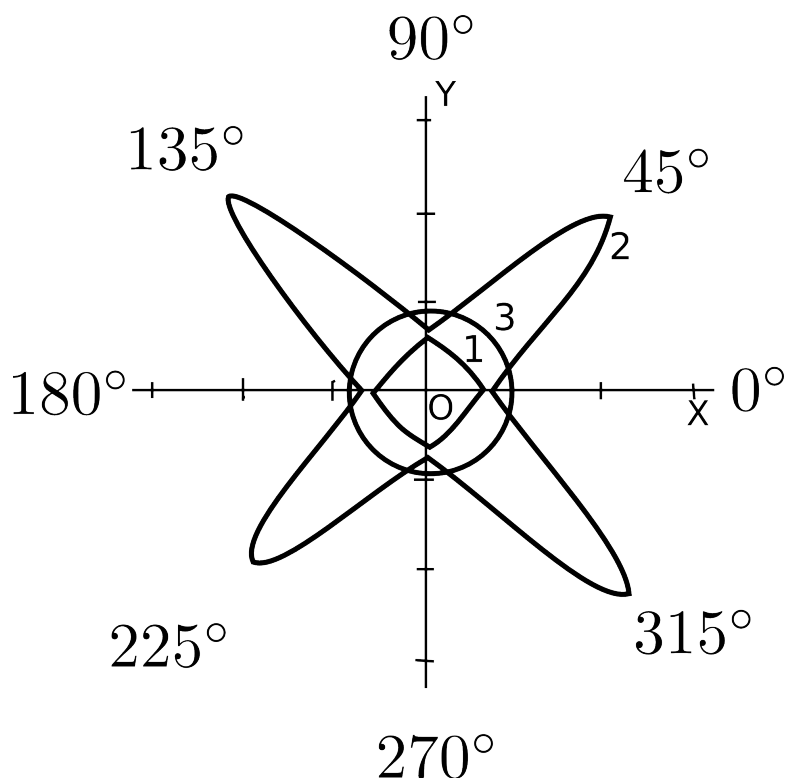


Рис. 1. Сечение поверхности акустической медленности плоскостью  $XU$  в кристалле парателлурифта

Кривая 3 относится к чисто поперечной моде, поляризованной перпендикулярно плоскости  $XU$ . Поскольку её скорость  $v_3$  не зависит от угла  $\phi$ , соответствующая кривая является окружностью. Кривые 1 и 2 описывают быструю и медленную моды, поляризованные в плоскости  $XU$  во взаимно ортогональных направлениях. Из рисунка можно для каждой моды найти **коэффициент анизотропии** как отношение квадратов максимальных и минимальных значений скорости:  $\chi = (v_{\max}/v_{\min})^2$ .

Сечение поверхности медленности можно наблюдать экспериментально акустооптическим методом. Схема наблюдения приведена на рис. 2. Световой пучок проходит через кристалл с прикрепленным к нему пьезопреобразователем. Предположим что, в кристалле возбуждена одна акустическая мода. При дифракции света на этой волне, отклонение светового пучка будет обратно пропорционально скорости звука. На экране будут наблюдаться два пятна, соответствующих +1-му и -1-му порядкам дифракции. Если затухание ультразвука мало, то он может испытывать в кристалле многократные переотражения от разных граней ячейки. В этом случае для каждого угла  $\phi$

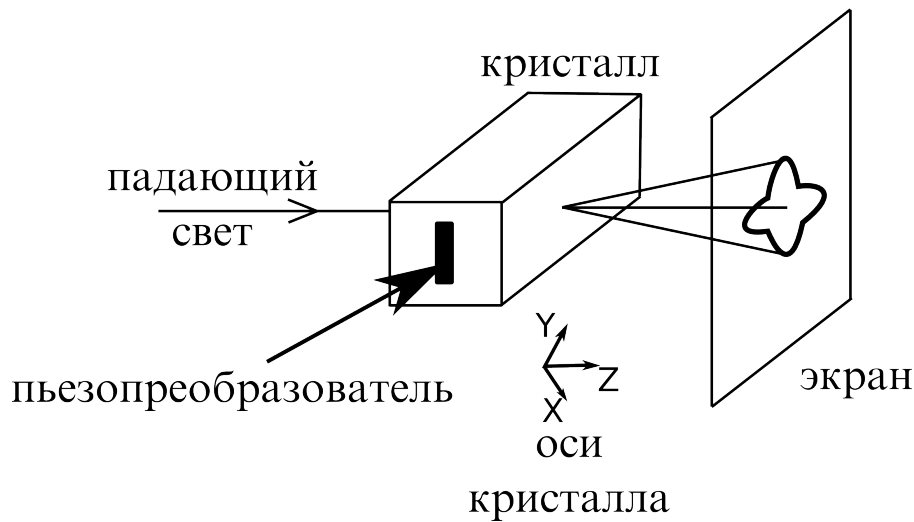


Рис. 2. Схема наблюдения диаграммы Шефера-Бергмана.

найдётся переотраженная волна, дифракция на которой даст дифракционные максимумы, располагающиеся на экране под углом  $\phi$ . В результате наложения дифракционных картин от разных волн на экране наблюдается фигура, являющаяся сечением (в соответствующем масштабе) поверхности медленности плоскостью, перпендикулярной направлению распространения светового пучка. Эта картина носит название **диаграммы Шефера-Бергмана**.

### 3 Снос акустической энергии

Зависимость фазовой скорости от направления распространения ультразвука приводит к тому, что в акустической волне в общем случае направления фазовой ( $v$ ) и групповой ( $v_g$ ) скоростей не совпадают. Это означает, что направление потока энергии в акустическом пучке отличается от направления волновой нормали  $\vec{n}$ , задаваемого плоскостью пьезопреобразователя, на угол акустического сноса  $\Psi$ . Этот угол можно определить, используя свойства поверхности медленности. Рассмотрим, как показано на рис. 3, точку  $A$  на поверхности медленности. Вектор, идущий в эту точку из начала координат, определяет фазовую скорость, так как  $R = 1/v$ . Нормаль к поверхности медленности даёт направление распространения энергии, или групповую скорость. Предположим что поверхность медленности задана в полярных координатах функцией  $R(\phi)$ . Зададим  $d\phi$  - бесконечно малое приращение угла  $\phi$ .

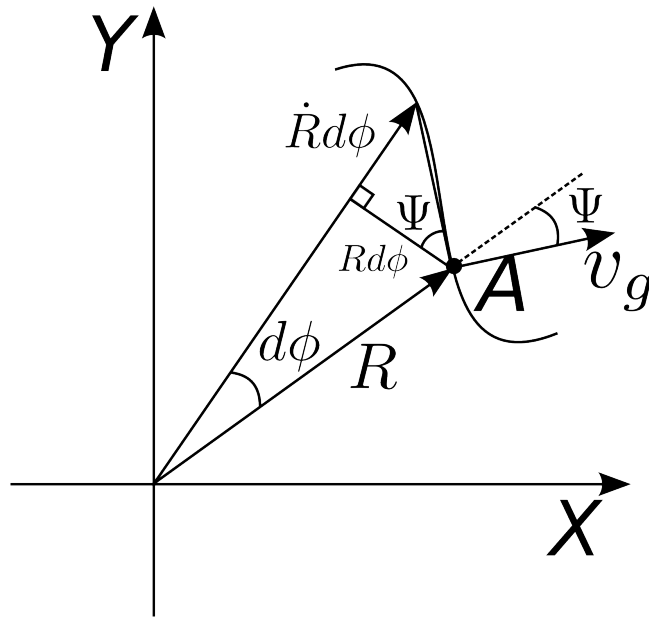


Рис. 3. К выводу формулы для угла сноса

Геометрическое рассмотрение показывает, что угол сноса равен углу прямоугольного треугольника с катетами  $Rd\phi$  и  $\dot{R}d\phi$ , откуда получается выражение для угла сноса

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{\dot{R}(\phi)}{R(\phi)} \quad (21)$$

Таким образом, для нахождения угла сноса нужно либо рассчитать аналитическую зависимость  $R(\phi)$  и воспользоваться формулой (21), либо получить экспериментально картину Шефера-Бергмана и по ней оценить значение  $\Psi$  для заданного направления  $\phi$ .

## 4 Акустооптический эффект

**Акустооптический эффект** впервые был предсказан Бриллюеном в 1922 году и затем экспериментально обнаружен Люка и Бикаром, а также Дебаем и Сирсом в 1932 году. В основе акустооптического взаимодействия лежит **эффект фотоупругости**, заключающийся в изменении показателей преломления среды под действием механической деформации. В случае акустооптического эффекта деформация создаётся акустической волной, распространяющейся в прозрачной среде. Для падающего света среда с меняющимся показателем преломления представляет собой фазовую дифракционную

решетку, движущуюся со скоростью звука  $v$ . Проходя через такую решетку, свет дифрагирует на неоднородностях показателя преломления, формируя в дальней зоне характерную картину дифракции [2, 3].

При рассмотрении дифракции света на монохроматической акустической волне в первую очередь выделяют два предельных режима: раман-натовский и брэгговский. **Режим Рамана-Ната** соответствует низким частотам ультразвука  $f$  (менее 10 МГц) и малой длине акустооптического взаимодействия  $l$ . Этот тип дифракции наблюдается при любых углах падения света на волновой фронт, а дифракционная картина может содержать много дифракционных максимумов с симметричным распределением интенсивности света. В противоположность этому, **режим Брэгга** наблюдается на высоких частотах ультразвука, обычно превышающих 100 МГц. Дифракционная картина состоит, как правило, только из одного дифракционного максимума и наблюдается только при определённых углах падения вблизи так называемого **угла Брэгга**, определяемого соотношением

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda f}{2nv} \quad (22)$$

где  $\lambda$  - длина волны света в вакууме,  $n$  - показатель преломления среды. Здесь  $\theta_B$  - угол Брэгга в среде, отсчитываемый от волнового фронта акустической волны.

На рис. 4 приведена схема ячейки работающей в режиме, промежуточном между режимом Рамана-Ната и режимом Брэгга. Ультразвук на этом рисунке распространяется снизу вверх. Видно что один пучок отклоняется “по ходу” ультразвука, другой - “навстречу” акустической волне. Свет, продифрагировавший “по ходу”, имеет, из-за эффекта Доплера, бóльшую частоту, чем падающий свет и имеет положительный номер. Свет, продифрагировавший “навстречу”, имеет меньшую частоту и отрицательный номер. Угол дифракции  $\theta$  определяется обычной формулой дифракционной решетки, в которой роль периода играет длина волны ультразвука  $\Lambda = v/f$ . При малых углах  $\theta$

$$\theta \approx \frac{\lambda f}{nv}. \quad (23)$$

Если угол дифракции измеряется в воздухе, то надо учесть преломление све-

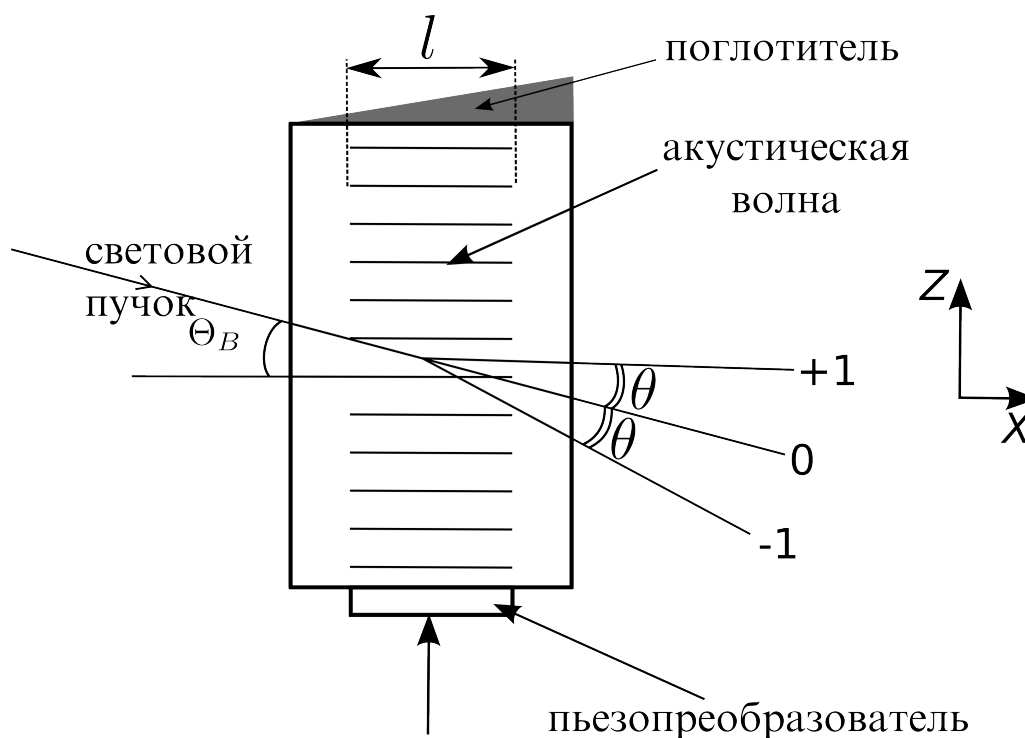


Рис. 4. Схема акустооптической дифракции.

та на выходной грани ячейки. Тогда получим

$$\Theta \approx \frac{\lambda f}{v}. \quad (24)$$

Акустическая волна с бесконечным плоским волновым фронтом обладает нулевой шириной пространственного спектра. Акустический пучок конечной ширины  $l$  можно представить в виде суперпозиции плоских волн, имеющих одинаковую частоту, но разные амплитуды, фазы и направления распространения в пространстве [2]. Свойства акустооптического взаимодействия позволяет выделить и измерить каждую компоненту пространственного спектра звука. Найдём связь между размером  $l$  и шириной пространственного спектра  $\Delta\alpha$ .

Предположим, что пьезопреобразователь шириной  $l$  создаёт однородное акустическое поле с амплитудой  $u_0$ . Разложение волнового пучка в пространственный спектр осуществляется с помощью пространственного преобразования Фурье. В рассматриваемом случае получаем следующее выражение для

спектра  $U(\alpha)$ :

$$U(\alpha) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} u_0 \exp\left(-i \frac{2\pi\alpha}{\Lambda} x\right) dx = u_0 l \operatorname{sinc}\left(\frac{l}{\Lambda} \alpha\right) = u_0 l \operatorname{sinc}\left(\frac{l f}{v} \alpha\right), \quad (25)$$

где  $\alpha$  - угол, определяющий направление распространения плосковолновой компоненты в пространстве, функция  $\operatorname{sinc}(\cdot)$  определяется формулой

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}. \quad (26)$$

При акустооптическом взаимодействии интенсивность продифрагировавшей в 1-й порядок световой волны  $I_d$  пропорциональна интенсивности соответствующей компоненты звука. Поэтому можно записать [2, 3]:

$$I_d(\alpha) = I_0^2 \frac{A^2}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{l f}{v} \alpha\right), \quad (27)$$

где  $I_0$  - интенсивность падающей световой волны. Формула (27) справедлива при малой эффективности дифракции, т.е. когда  $I_d \ll I_0$ . Параметр  $A = (2\pi/\lambda) l \delta n$ , где  $\delta n$  - амплитуда изменения показателя преломления среды под действием ультразвука, характеризует глубину фазовой модуляции света акустооптической решеткой. В акустооптике он носит название **параметра Рамана-Ната**.

Зависимость  $I_d(\alpha)$ , показанная на рис. 5, представляет собой угловую характеристику акустооптического взаимодействия. В эксперименте она измеряется по следующей методике. Акустооптическая ячейка устанавливается на поворотном столике, позволяющем изменять угол падения света на ячейку. Угол Брэгга  $\theta_B$  определяется как тот угол падения света, при котором интенсивность дифрагированного пучка максимальна. Угол  $\alpha$  представляет собой отклонение угла падения от угла Брэгга.

Угловой диапазон акустооптического взаимодействия  $\Delta\alpha$  определяется по спаду интенсивности дифрагировавшего света в 2 раза относительно максимального значения  $I_d^{\max}$ , получающегося при падении света под углом Брэгга. Записав условие  $I(\alpha_{\text{гр}}) = I_d^{\max}/2$ , получим следующее выражение для граничного значения  $\alpha_{\text{гр}}$  и углового диапазона  $\Delta\alpha$ :

$$\alpha_{\text{гр}} \approx 0.44 \frac{\Lambda}{l} = 0.44 \frac{v}{l f}, \quad \Delta\alpha = 2\alpha_{\text{гр}} \approx 0.89 \frac{v}{l f}. \quad (28)$$

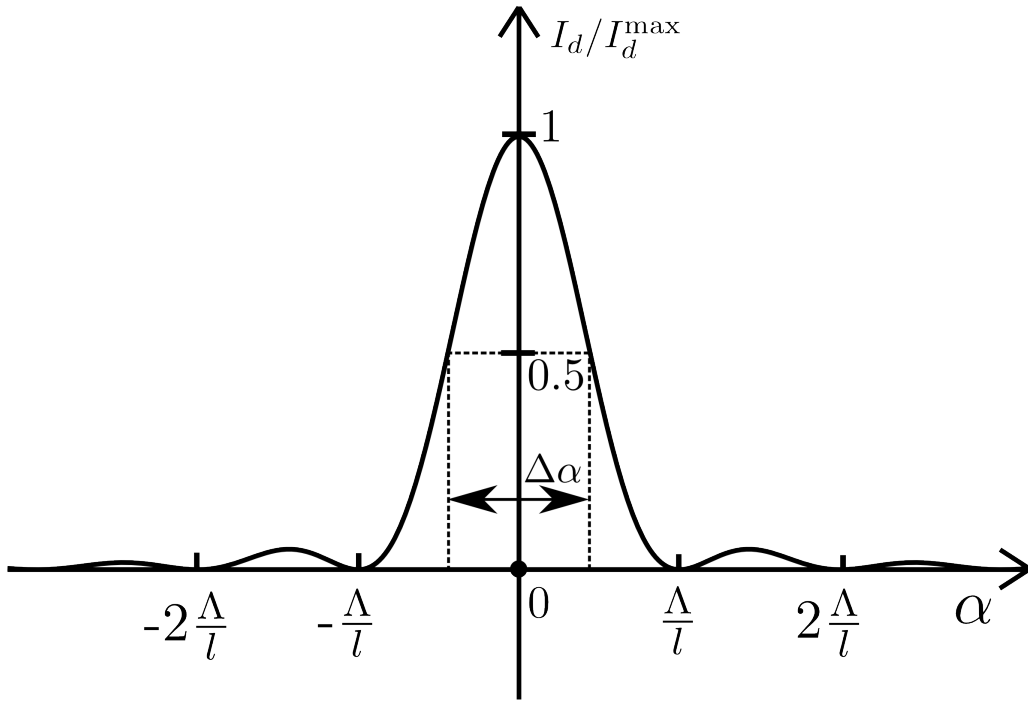


Рис. 5. Угловая характеристика акустооптического взаимодействия.

По разным причинам эффективная, т.е. работающая, ширина акустического пучка  $l_{\text{эф}}$  может отличаться от ширины пластинки пьезопреобразователя  $l$ . Поэтому в акустооптических экспериментах всегда определяется  $l_{\text{эф}}$ . Это легко сделать, сняв угловую характеристику  $I_d(\alpha)$  и найдя угловой диапазон  $\Delta\alpha$ . Воспользовавшись формулой (28), можно рассчитать  $l_{\text{эф}}$  как

$$l_{\text{эф}} = 0.89 \frac{v}{f \Delta\alpha} \quad (29)$$

Для увеличения точности рекомендуется следующий порядок проведения измерений (рис. 6). Находится угловая ориентация ячейки, при которой сигнал фотоприёмника, регистрирующего первый порядок дифракции, максимален. Затем ячейка поворачивается до тех пор, пока сигнал фотоприёмника не уменьшится вдвое. На шкале регистрируется  $d_1$  - положение луча света, отраженного от входной грани ячейки. Затем ячейка поворачивается в обратном направлении. При этом интенсивность сигнала должна достигнуть максимума, а затем вновь уменьшиться до половины максимального значения. В этом положении ячейки регистрируется  $d_2$ . Используя малость углов, а также учитывая, что при повороте ячейки на угол  $\beta$  отраженный луч отклоняется на



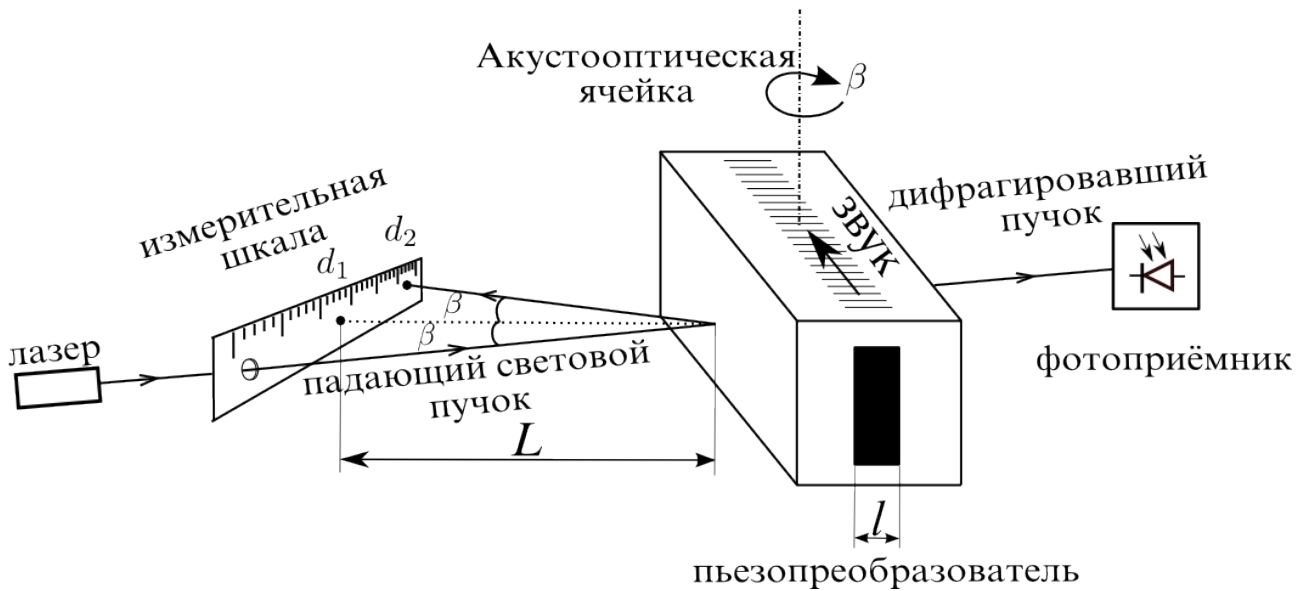


Рис. 6. Схема эксперимента по определению эффективной длины пьезопреобразователя

удвоенный угол  $2\beta$ , получаем

$$\frac{|d_1 - d_2|}{L} \approx 2\beta \approx 2n\Delta\alpha, \quad (30)$$

где  $L$  - расстояние от входной грани акустооптической ячейки до измерительной шкалы, по которой регистрируются значения  $d_1$  и  $d_2$ . В этой формуле учтено преломление света на входной грани ячейки. Для парателлурита  $n = 2.26$ . Окончательное выражение для эффективной длины акустооптического взаимодействия, полученное из (29) и (30), выглядит так:

$$l_{\text{эф}} \approx \frac{1.78vnL}{f|d_1 - d_2|}. \quad (31)$$

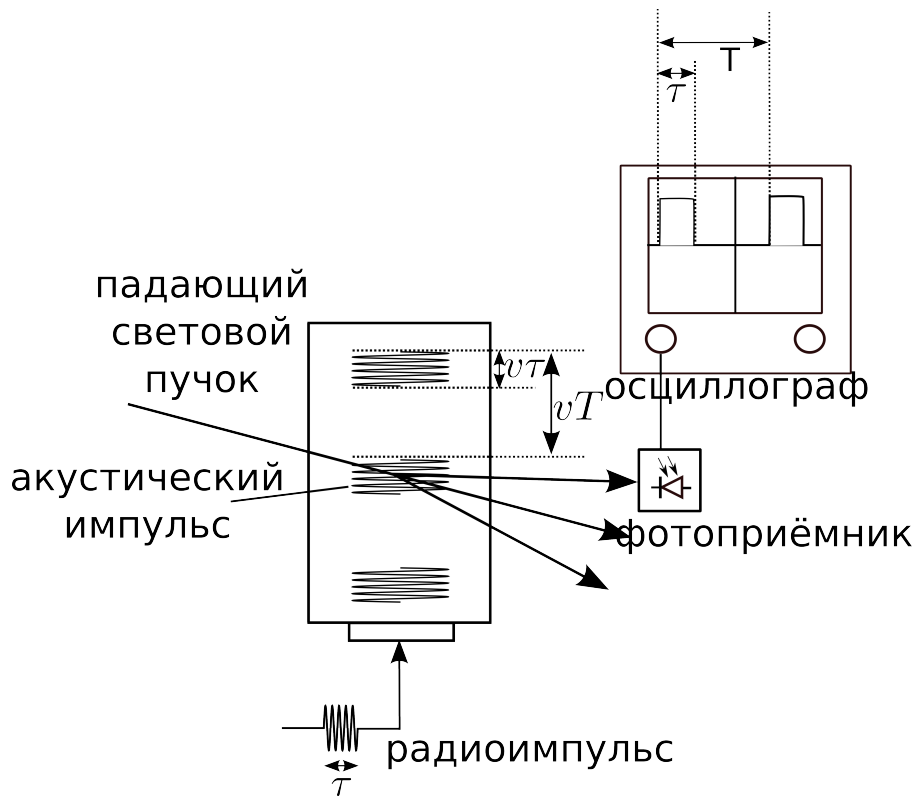


Рис. 7. Работа акустооптической ячейки в импульсном режиме

## 5 Импульсный метод измерений акустооптических характеристик

Зачастую структура акустического поля в кристалле весьма сложна. Для определения характеристик поля используется импульсный метод. Этот метод позволяет не только зафиксировать наличие акустического поля, но и узнать, какие акустические моды возбуждаются в кристалле, какова их скорость и интенсивность.

Для управления генератором высокой частоты, возбуждающим пьезопреобразователь, и осциллографом, регистрирующим сигнал с фотоприёмника, используется генератор видеоимпульсов, формирующий прямоугольные импульсы длительностью  $\tau$  в несколько микросекунд с частотой повторения  $F = 1/T$ , составляющей несколько кГц.

Импульс, сформированный импульсным генератором, одновременно запускает развёртку осциллографа и генератор высокой частоты, что приводит к подаче короткого высокочастотного радиоимпульса на пьезопреобразова-

тель. В кристалле возбуждается ультразвук в виде короткого импульса длительностью  $\tau$  (рис. 7). За время  $\tau$  пересечения ультразвуком светового пучка фотодетектор регистрирует дифрагированный свет в форме видеоимпульса, наблюдаемого на экране осциллографа. Положение импульса на осциллограмме относительно начала развёртки позволяет определить время, в течение которого ультразвук прошёл путь от пьезопреобразователя до луча света.

Рассмотрим ситуацию, когда верхняя и нижняя грани кристалла параллельны. Акустический импульс, идущий от преобразователя, проходит кристалл, и, отразившись от противоположной грани, бежит в обратном направлении. В тот момент, когда акустическая волна первый раз пересечёт световой пучок, на экране осциллографа появится первый видеоимпульс. Отраженный акустический импульс также даст отклик на экране осциллографа. При перемещении светового пучка в сторону преобразователя, расстояние между видеоимпульсами будет увеличиваться за счёт того, что первый импульс будет смещаться по экрану влево, а второй - вправо.

## 6 Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 8. Источником оптического излучения является лазер 1, генерирующий пучок с длиной волны  $\lambda = 0.532$  мкм (YAG лазер с удвоением частоты). Пучок проходит через акустооптическую ячейку 2, установленную на оптическом столике 3, позволяющем перемещать ячейку поступательно в разных направлениях, а также поворачивать её, настраивая на угол Брэгга. Угол падения светового пучка измеряется по отраженному от ячейки лучу с помощью шкалы 4. Ячейка изготовлена из кристалла парателлурита. Ультразвуковая волна возбуждается пьезоэлектрическим преобразователем из кристалла ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ). В качестве фотоприёмника 5 используется полупроводниковый фотодиод. Фотодиод также расположен на оптическом столике и может быть настроен на регистрацию разных порядков дифракции. Для наблюдения диаграммы Шефера-Бергмана на экране 6 фотоприёмник убирается.

Электронная часть установки включает в себя генератор прямоугольных видеоимпульсов 7 (Г5-63), высокочастотный генератор гармонических сигнала-

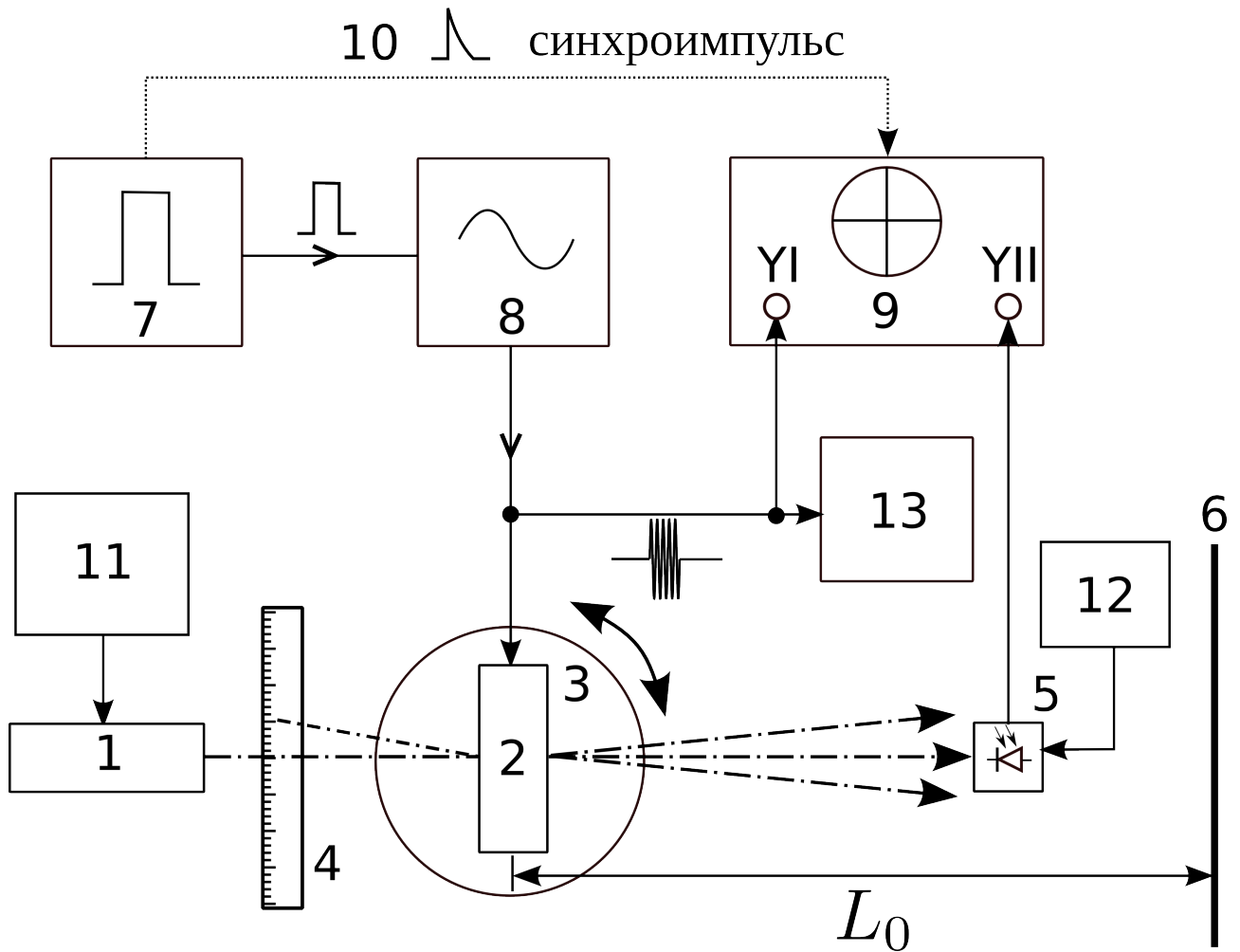


Рис. 8. Экспериментальная установка. 1 - лазер, 2 - акустооптическая ячейка, 3 - оптический стол, 4 - шкала, 5 - фотоприёмник, 6 - экран, 7 - генератор прямоугольных видеоимпульсов, 8 - высокочастотный генератор гармонических сигналов, 9 - осциллограф, 10 - сигнал запуска развёртки осциллографов, 11 - блок питания лазера, 12 - блок питания фотодетектора, 13 - вольтметр

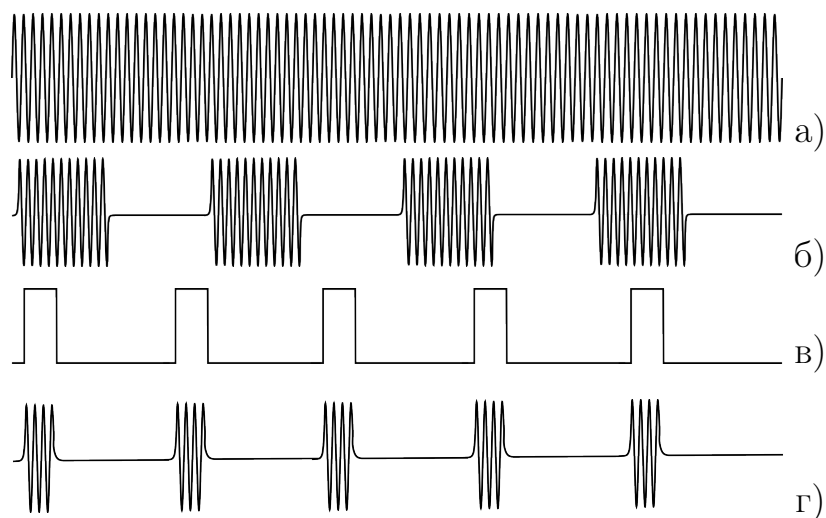


Рис. 9. Виды сигналов: а) генератор высокой частоты работает в непрерывном режиме, б) генератор работает в режиме меандра, в) видеоимпульсы, используемые для синхронизации и амплитудной модуляции, г) радиоимпульсы с высокочастотной несущей.

лов 8 (Г4-143) и двухканальный осциллограф 9 (С1-65) , служащий для одновременного наблюдения радиоимпульсов, подаваемых на ячейку, и сигнала, снимаемого с приёмника. При выполнении упражнений используются разные режимы работы высокочастотного генератора: непрерывный (генерация синусоидального сигнала с частотой  $f$ ), амплитудная модуляция в форме меандра с частотой модуляции  $F = 1$  кГц (внутренняя модуляция) и амплитудная модуляция в виде коротких импульсов с большой скважностью (внешняя модуляция короткими прямоугольными импульсами, подаваемыми с генератора импульсов 7 на вход внешней модуляции генератора 8). Виды электрических сигналов показаны на рис. 9, а часть внешней панели генератора 8 - на рис. 10. С отдельного выхода генератора 7 на осциллограф 9 подаётся сигнал синхронизации 10. Питание лазера и фотоприёмника осуществляется источниками постоянного напряжения 11 и 12. Эффективное напряжение сигнала, подаваемого на акустооптическую ячейку, измеряется вольтметром 13 (В7-26).

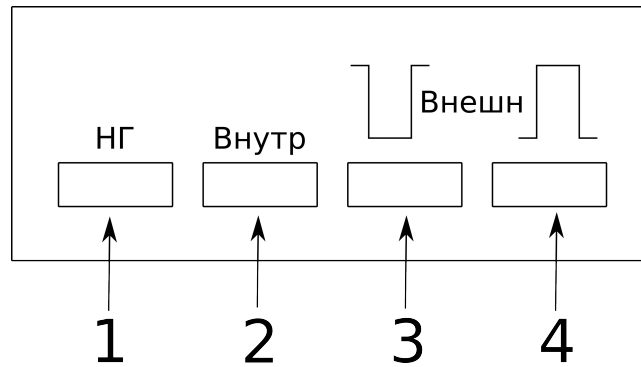


Рис. 10. Режимы работы высокочастотного генератора Г4-143: 1) непрерывная генерация, 2) внутренняя модуляция, “Меандр”, 3) внешняя модуляция импульсами положительной полярности, 4) внешняя модуляция импульсами отрицательной полярности.

## 7 Упражнения

### 7.1 Теоретическая часть

На основе методики расчёта акустических характеристик, изложенной в разделе 2, выполнить следующие задания:

1. Используя представленные значения упругих модулей  $c_{\alpha\beta}$  кристалла парателлуриата, рассчитать и построить сечения поверхности медленностей плоскостью  $XU$ . Для каждой акустической моды определить коэффициент анизотропии  $\chi$ .
2. Для каждой акустической моды рассчитать и построить в декартовых координатах зависимости  $\Psi(\phi)$ .
3. Получить выражения для компонент векторов поляризаций  $\vec{q}^{(1)}$  и  $\vec{q}^{(2)}$  акустических мод 1 и 2. Для двух произвольно выбранных углов  $\phi$  показать, что вектора  $\vec{q}^{(1)}$  и  $\vec{q}^{(2)}$  взаимно ортогональны.
4. Для моды 2 рассчитать и построить зависимость угла  $\delta$  между вектором поляризации  $\vec{q}_2^{(2)}$  и вектором волновой нормали  $\vec{n}$  от угла  $\phi$ . Определить значение  $\phi_0$ , при котором квазипродольная мода становится квазипоперечной.

## 7.2 Экспериментальная часть

### 7.2.1 Подготовка установки к работе

Перед началом измерений следует убедиться, что приборы соединены друг с другом в соответствии со схемой, приведённой на рис.8. Кнопка “Выход 50 Ом” генератора Г4-143 должна быть отжата, то есть находиться в состоянии “выключено”. **Важно: запрещается включать Г4-143 без подключенной нагрузки**, т.е. без кабеля, соединяющего генератор с пьезопреобразователем.

Рекомендуется включить лазер как можно раньше для того, чтобы лазер успел выйти на стационарный режим генерации и интенсивность лазерного излучения меньше менялась в ходе измерений.

### 7.2.2 Наблюдение диаграммы Шефера-Бергмана

Пропустить световой пучок примерно по центру акустооптической ячейки. В режиме внутренней модуляции генератора Г4-143 наблюдать и зарисовать поверхность медленности для парателлурита на частоте ультразвука  $f \sim 120$  МГц. Сравнить полученный в эксперименте результат с результатами расчёта. Уменьшая частоту сигнала, подаваемого на ячейку, до 50 МГц, наблюдать качественные изменения картины дифракции при переходе от режима Брэгга к режиму Рамана-Ната. Зарисовать диаграмму Шефера-Бергмана для дифракции в режиме Рамана-Ната.

### 7.2.3 Определение скорости звука

Установить частоту сигнала  $f \sim 120$  МГц. Измерить расстояние от ячейки до экрана  $L_0$  (рис. 8) и расстояние между максимумами +1-го и -1-го порядков на экране. Считая углы отклонения света малыми, определить угол  $2\Theta$  и по формуле (24) рассчитать скорость звука  $v$ . Оценить погрешность измерения скорости.

Проделать аналогичные измерения в режиме Рамана-Ната, установив частоту генератора  $f \approx 70$  МГц, провести измерение угла между максимумами более высоких порядков, например, между +2-м и -2-м или +3-м и -3-м по-

рядками. Рассчитать скорость по этим данным. При расчёте учесть номер порядка, разделив на него измеренный угол.

Сопоставить полученное экспериментальное значение скорости звука с рассчитанным сечением поверхности медленности и определить направление распространения звука относительно кристаллографических осей  $XU$ .

#### **7.2.4 Измерение частотной зависимости угла дифракции**

Измерить зависимость угла  $2\theta$  между  $+1$ -м и  $-1$ -м порядками дифракции от частоты подаваемого на ячейку сигнала, меняя частоту в диапазоне от 70 до 120 МГц. Определить скорость звука по наклону получившейся прямой и с учётом формулы (24). Оценить погрешность определения скорости этим методом.

#### **7.2.5 Подготовка к проведению измерений импульсным методом**

Включить осциллограф и генератор импульсов Г5-63. Убедиться, что осциллограф находится в режиме внешней синхронизации: при отключении кабеля синхронизации или выключении сигнала синхронизации на импульсном генераторе развёртка на осциллографе должна исчезать. Подать на вход осциллографа  $YI$  импульс с генератора Г5-63. Установить длительность импульса  $\tau = 1$  мкс, измерить его длительность по шкале осциллографа и зарисовать форму импульса. При этом ручка плавной регулировки длительности развёртки осциллографа должна быть повернута по часовой стрелке до щелчка. Меняя длительность импульса, наблюдать на осциллографе соответствующие изменения формы импульса.

Импульсный сигнал с генератора Г5-63 длительностью  $\tau = 3 - 5$  мкс подать на вход “ИМ” (“импульсная модуляция”) генератора высокой частоты Г4-143, а его выход подключить к акустооптической ячейке и, параллельно, ко входу  $YI$  осциллографа. Нажав кнопку “внеш” перевести генератор Г4-143 в режим внешней амплитудной модуляции. Обратить внимание на то, чтобы полярность кнопки соответствовала полярности входного управляющего импульса. В этом случае на экране осциллографа должен наблюдаться радиоимпульс с несущей  $f$ , определяемой генератором Г4-143. Уменьшая



длительность управляющего импульса, наблюдать изменение формы огибающей на осциллографе. Зарисовать форму импульса и объяснить полученный результат.

Включить блок питания фотоприёмника. Разъём “сигнал” фотоприёмника соединить со входом  $YIII$  осциллографа. Перевести генератор высокой частоты в режим внутренней модуляции. Передвигая фотоприёмник, добиться попадания первого порядка дифракции на входное окно фотоприёмника. Убедиться что на экране осциллографа наблюдается сигнал от фотоприёмника, который исчезает при перекрывании входного окна приёмника. Перевести генератор высокой частоты в импульсный режим и наблюдать импульс дифрагированного света на экране осциллографа. Поворачивая столик с акустооптической ячейкой вокруг вертикальной оси, добиться максимального сигнала на осциллографе. Это положение ячейки соответствует настройке на угол Брэгга.

### 7.2.6 Измерение скорости звука импульсным методом

В ходе перемещения ячейки в направлении распространения ультразвука наблюдается изменение взаимного положения радио и видео импульсов на экране осциллографа: радиоимпульс, подаваемый на вход  $YI$  не меняет своего положения, тогда как импульс дифрагированного света смещается. Это связано с тем, что звуку приходится проходить различное расстояние от пьезопреобразователя до луча света. На основе этого эффекта, можно определить скорость распространения звука в кристалле.

Используя регулировки осциллографа, следует добиться того, чтобы перемещению ячейки в как можно более широком диапазоне соответствовало перемещение видеоимпульса в пределах всего экрана осциллографа. Шаг винта, который используется для перемещения ячейки, равен 0.5 мм, что позволяет определить смещение ячейки  $\Delta a$  по количеству оборотов винта, которыми это перемещение было произведено. По осциллографу определяется соответствующее изменение задержки  $\Delta t$ . Скорость распространения волны определяется по формуле  $v = \Delta a / \Delta t$ . Оценить погрешность определения скорости указанным методом.

### 7.2.7 Определение эффективной длины пьезопреобразователя

Подготовить установку к проведению измерений в импульсном режиме. Измерить зависимость интенсивности дифрагированного света  $I_d$  от угла поворота ячейки вокруг вертикальной оси. В соответствии с рис. 6 угол поворота определяется положением светового пятна на измерительной шкале. В начале выполнения упражнения следует измерить расстояние  $L$  от входной грани ячейки до шкалы. По методике, описанной в разделе 4, провести измерения и рассчитать значение  $l_{\text{эф}}$  по формуле (31).

### 7.2.8 Измерение коэффициента затухания ультразвука

Настроить ячейку на угол Брэгга. Для частоты  $f = 170$  МГц снять зависимость интенсивности дифрагированного света от расстояния  $a$  между пьезопреобразователем и пучком света. Полученную зависимость аппроксимировать функцией вида  $I_d(a) = I_{d0} \exp(-\alpha_0 a)$  и рассчитать коэффициент затухания  $\alpha_0$ .

### 7.2.9 Изменение интенсивности дифрагированного света при изменении мощности ультразвука

Настроить ячейку на угол Брэгга для частоты  $f = 120$  МГц. Регулируя выходное напряжение высокочастотного генератора, снять зависимость интенсивности дифрагированного света  $I_d$  от напряжения на ячейке  $U$ , измеряемого вольтметром В7-26. Построить графики зависимостей  $I_d = f(U)$  и  $I_d = f(U^2)$ .

## 8 Контрольные вопросы

1. Какие типы акустических волн могут распространяться в жидкости, изотропном твёрдом теле, анизотропном твёрдом теле?
2. Каковы особенности распространения плоских акустических волн в кристаллах?
3. Что такое поляризация акустической волны?
4. Что такое поверхность медленности и для чего она используется? Укажите аналог в оптике.
5. Что такое угол сноса? Как можно экспериментально определить его значение? Каковы предельные значения угла сноса в акустике и в оптике?
6. Следствием каких физических законов является уравнение Кристоффеля? Какие предположения делаются при его выводе?
7. В чём заключается акустооптический эффект? Что такое угол Брэгга?
8. Каковы особенности различных режимов акустооптического взаимодействия?
9. Какие характеристики акустического поля могут быть исследованы методами акустооптики?
10. Что такое диаграмма Шеффера-Бергмана и как её получить экспериментально?
11. Как меняется вид диаграммы Шеффера-Бергмана при изменении частоты ультразвука? длины волны света? интенсивности падающего светового пучка?
12. Какими методами предлагается измерять скорость ультразвука в ходе выполнения данной работы? Оценить погрешность каждого метода, сравнить между собой.

13. Как измерить затухание акустической волны с помощью акустооптического эффекта?

## Список литературы

- [1] Э.Дьелесан, Д.Руайе. “Упругие волны в твёрдых телах. Применение для обработки сигналов” Пер. с франц. / под ред. В.В. Леманова, - М.Наука  
Главная редакция физико-математической литературы, 1982 г., 424 с.
- [2] В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков. “Физические основы акустооптики” М., Радио и связь, 1985.
- [3] В.Н. Парыгин, В.И. Балакший. ”Оптическая обработка информации”.  
М., изд. Моск. ун-та, 1987.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Расчёт основных параметров упругих волн в неограниченной кристаллической среде</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Снос акустической энергии</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Акустооптический эффект</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Импульсный метод измерений акустооптических характеристик</b>	<b>16</b>
<b>6</b>	<b>Описание экспериментальной установки</b>	<b>17</b>
<b>7</b>	<b>Упражнения</b>	<b>20</b>
7.1	Теоретическая часть . . . . .	20
7.2	Экспериментальная часть . . . . .	21
7.2.1	Подготовка установки к работе . . . . .	21
7.2.2	Наблюдение диаграммы Шефера-Бергмана . . . . .	21
7.2.3	Определение скорости звука . . . . .	21
7.2.4	Измерение частотной зависимости угла дифракции . . . . .	22
7.2.5	Подготовка к проведению измерений импульсным методом . . . . .	22
7.2.6	Измерение скорости звука импульсным методом . . . . .	23
7.2.7	Определение эффективной длины пьезопреобразователя . . . . .	24
7.2.8	Измерение коэффициента затухания ультразвука . . . . .	24
7.2.9	Изменение интенсивности дифрагированного света при изменении мощности ультразвука . . . . .	24
<b>8</b>	<b>Контрольные вопросы</b>	<b>25</b>