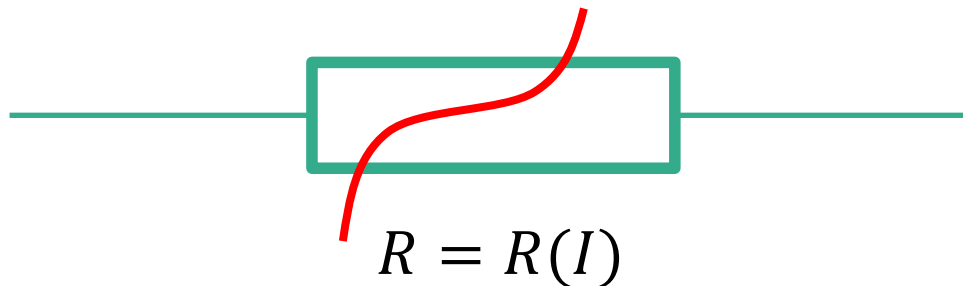




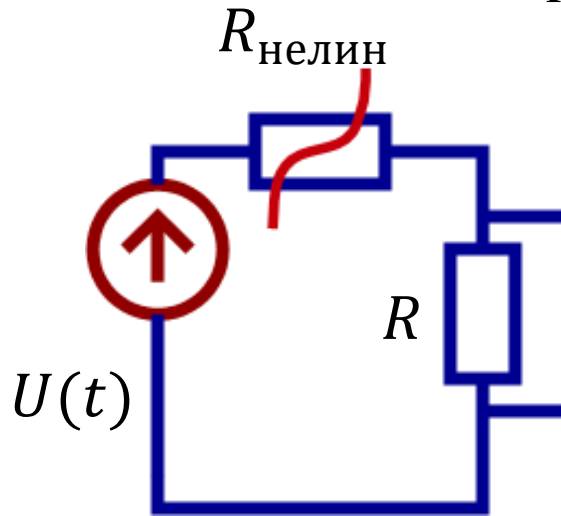
Нелинейные цепи

- Необходимы для преобразования спектра сигналов
- Могут в некотором приближении рассматриваться как линейные
- Все линейные элементы при более точном рассмотрении линейными не являются



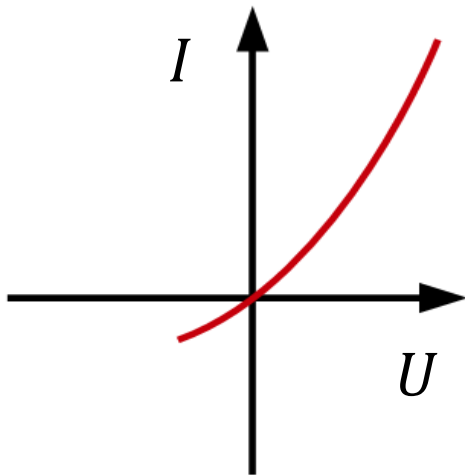


Представление вольт-амперной характеристики нелинейного элемента



$$I(t) = \alpha U(t) + \beta (U(t))^2 + \gamma (U(t))^3 + \dots,$$

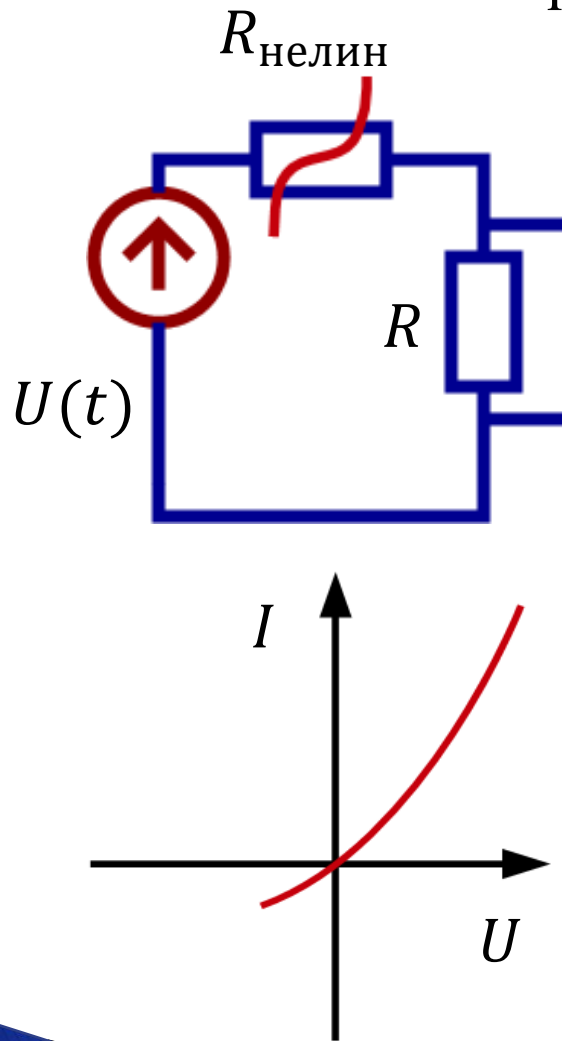
- разложение функции в ряд Тейлора
вблизи точки $U = 0$:



$$\alpha = \frac{dI}{dU}, \quad \beta = \frac{d^2 I}{2! dU^2},$$
$$\gamma = \frac{d^3 I}{3! dU^3}$$



Представление вольт-амперной характеристики нелинейного элемента

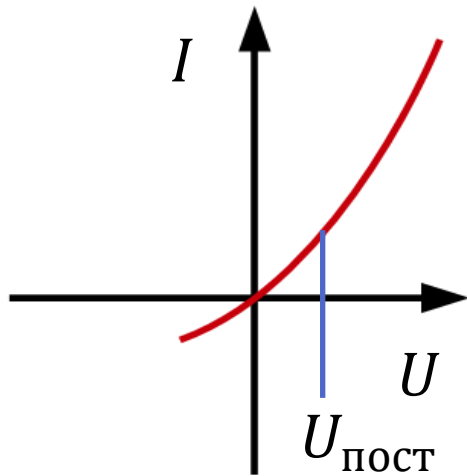
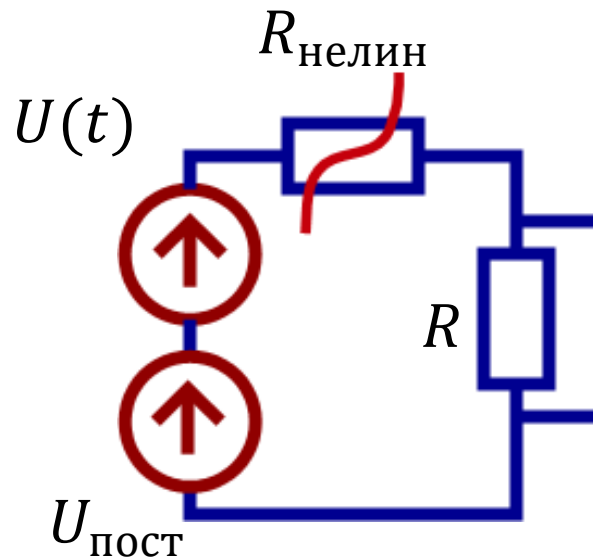


Пусть: $U(t) = U_1 \cos \omega t$

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 + \alpha U_1 \cos \omega t + \beta U_1^2 \cos^2 \omega t + \\ &\quad + \gamma U_1^3 \cos^3 \omega t + \dots = \\ &= I_0 + \frac{\beta U_1^2}{2} + \left(\alpha U_1 + \gamma \frac{3U_1^3}{4} \right) \cos \omega t + \\ &\quad + \frac{\beta U_1^2}{2} \cos 2\omega t + \gamma \frac{U_1^3}{4} \cos 3\omega t + \dots \end{aligned}$$



Выбор рабочей точки:

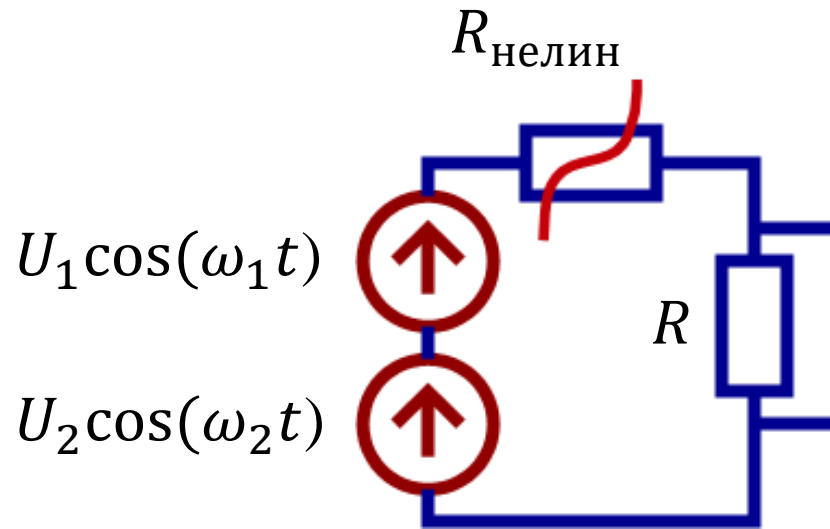


$$I(t) = I_0 + \left. \frac{dI}{dU} \right|_{U_0} (U - U_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 I}{dU^2} \right|_{U_0} (U - U_0)^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3 I}{dU^3} \right|_{U_0} (U - U_0)^3$$

Ток меняет форму
(происходит обогащение гармониками)



Смеситель



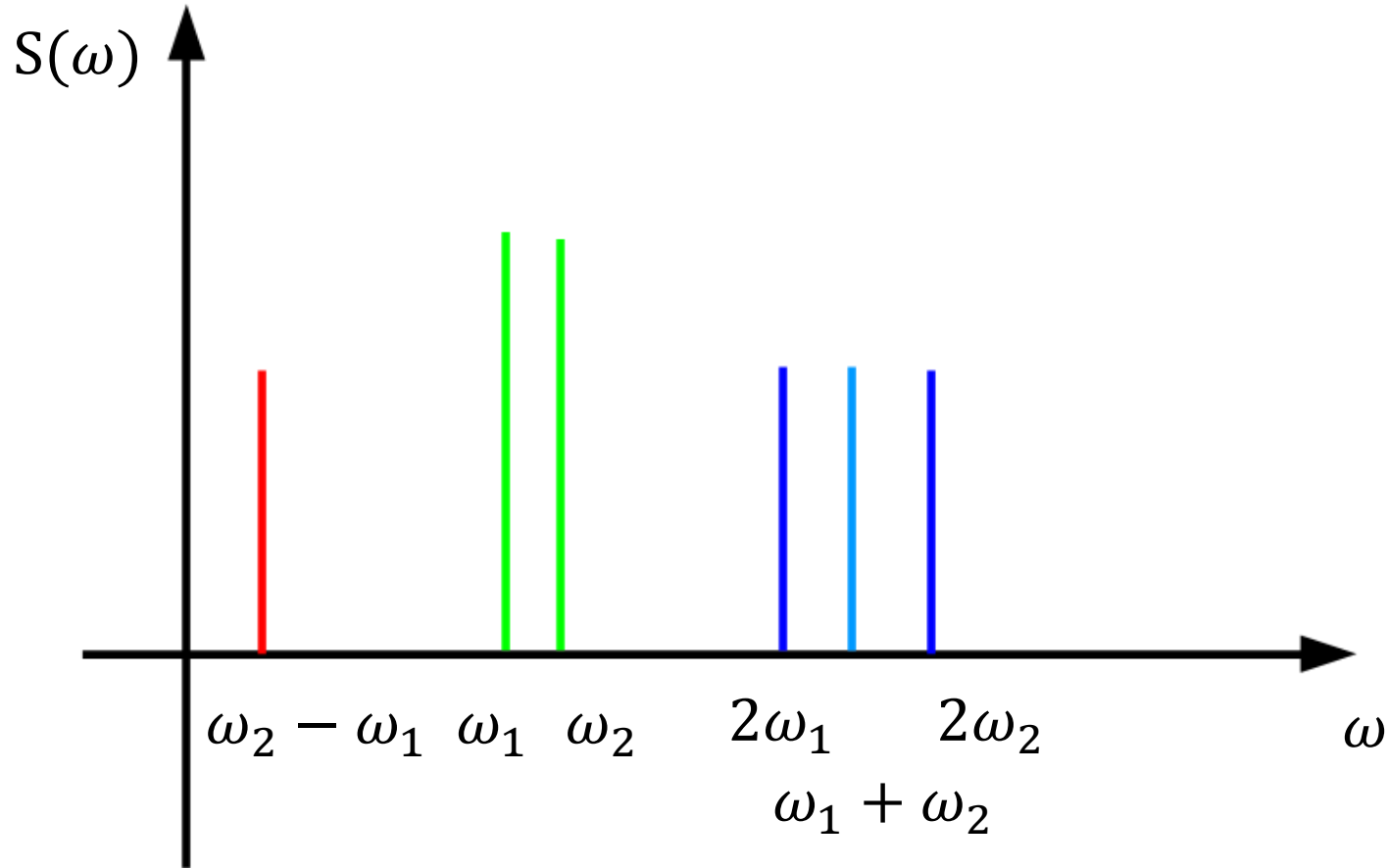
Положим:

$$I(t) = I_0 + \alpha U(t) + \beta U^2(t)$$

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 + \alpha(U_1 \cos(\omega_1 t) + U_2 \cos(\omega_2 t)) + \\ &+ \beta \left(\frac{U_1^2 + U_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t + \frac{U_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t \right) + \\ &+ \beta(U_1 U_2 [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t]). \end{aligned}$$

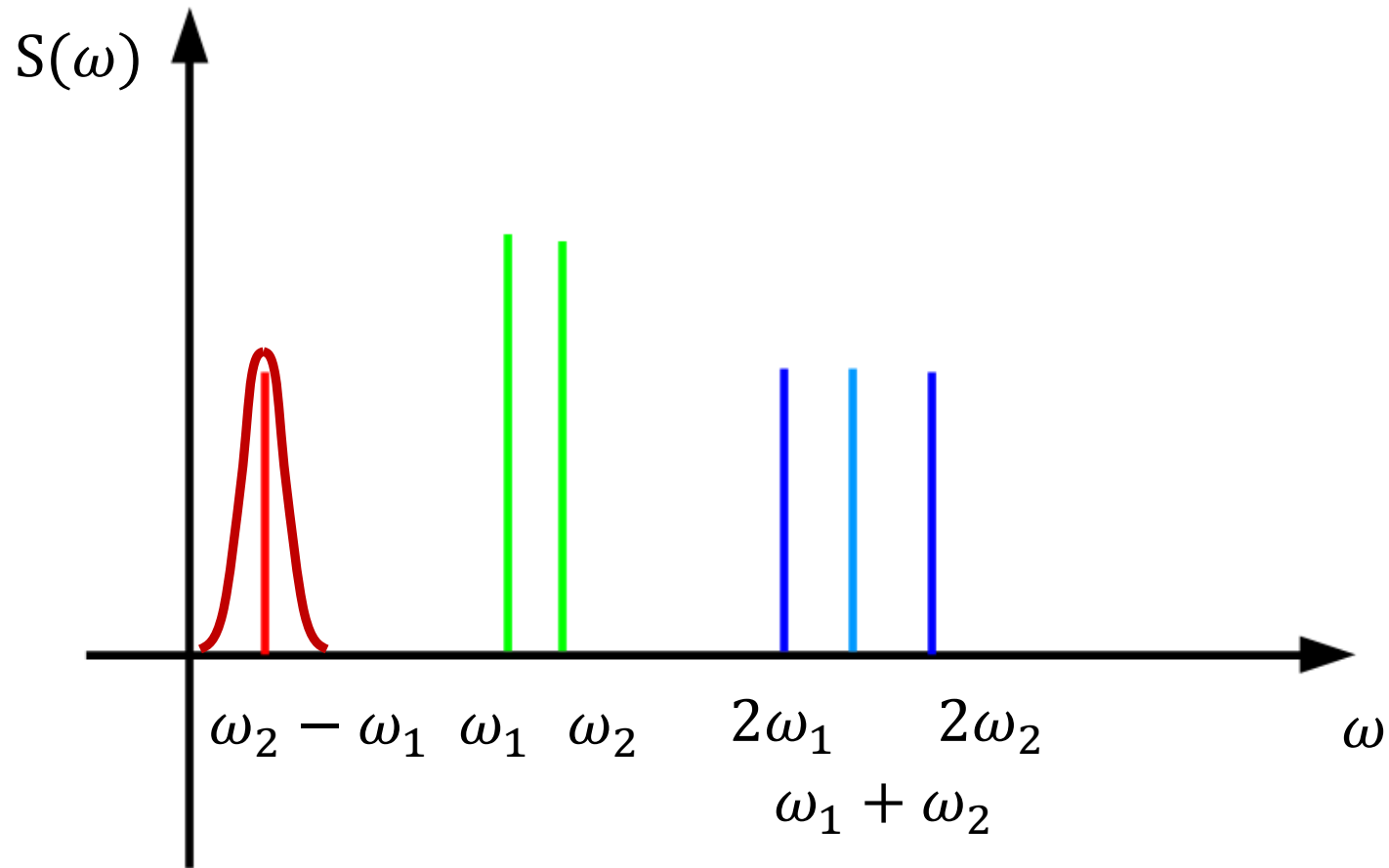


Смеситель: Двухчастотное взаимодействие



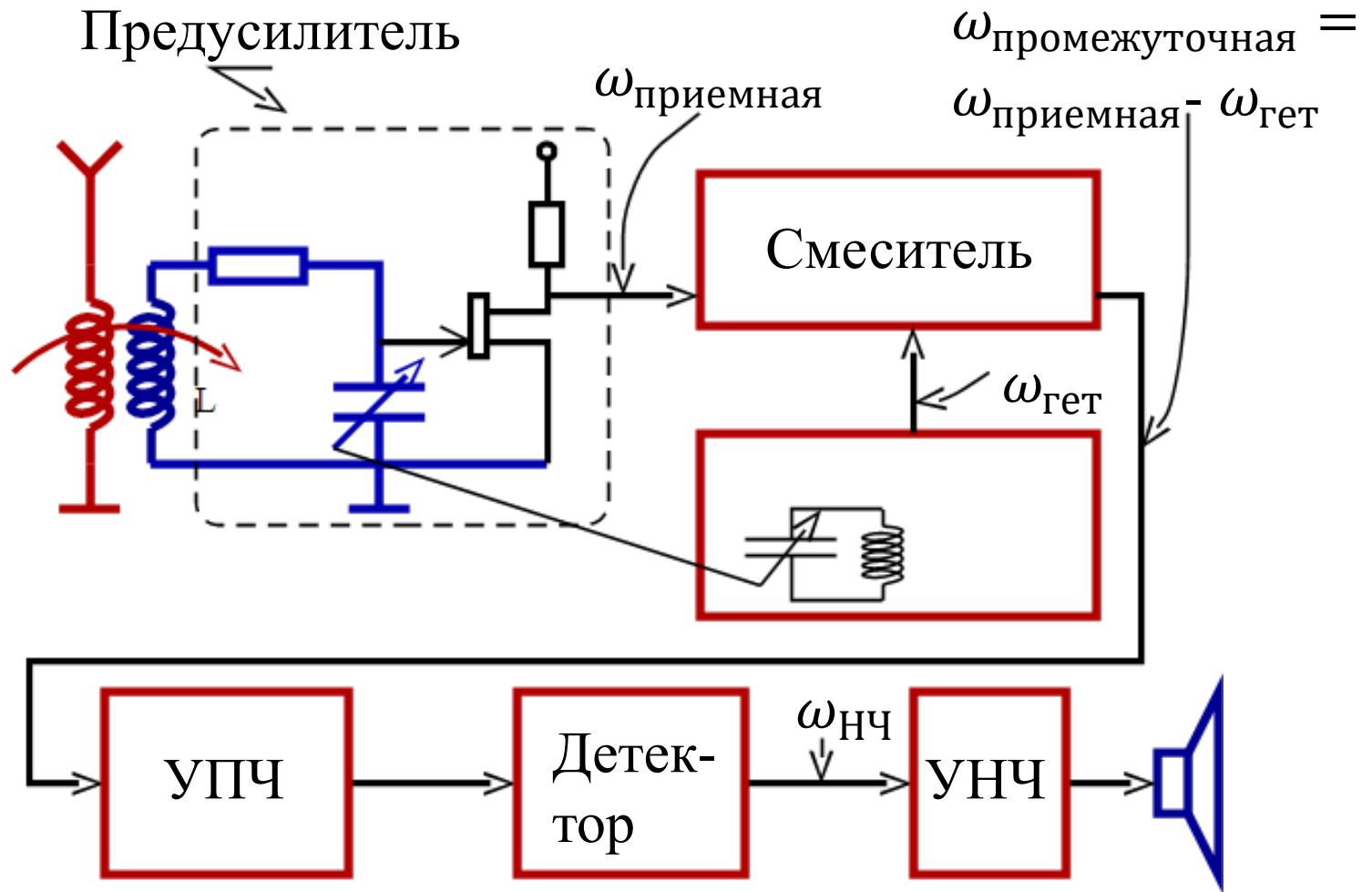


Смеситель: Двухчастотное взаимодействие



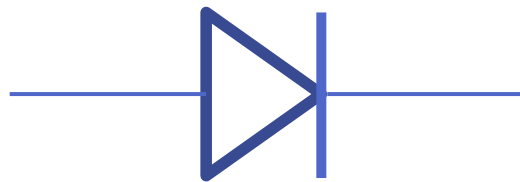
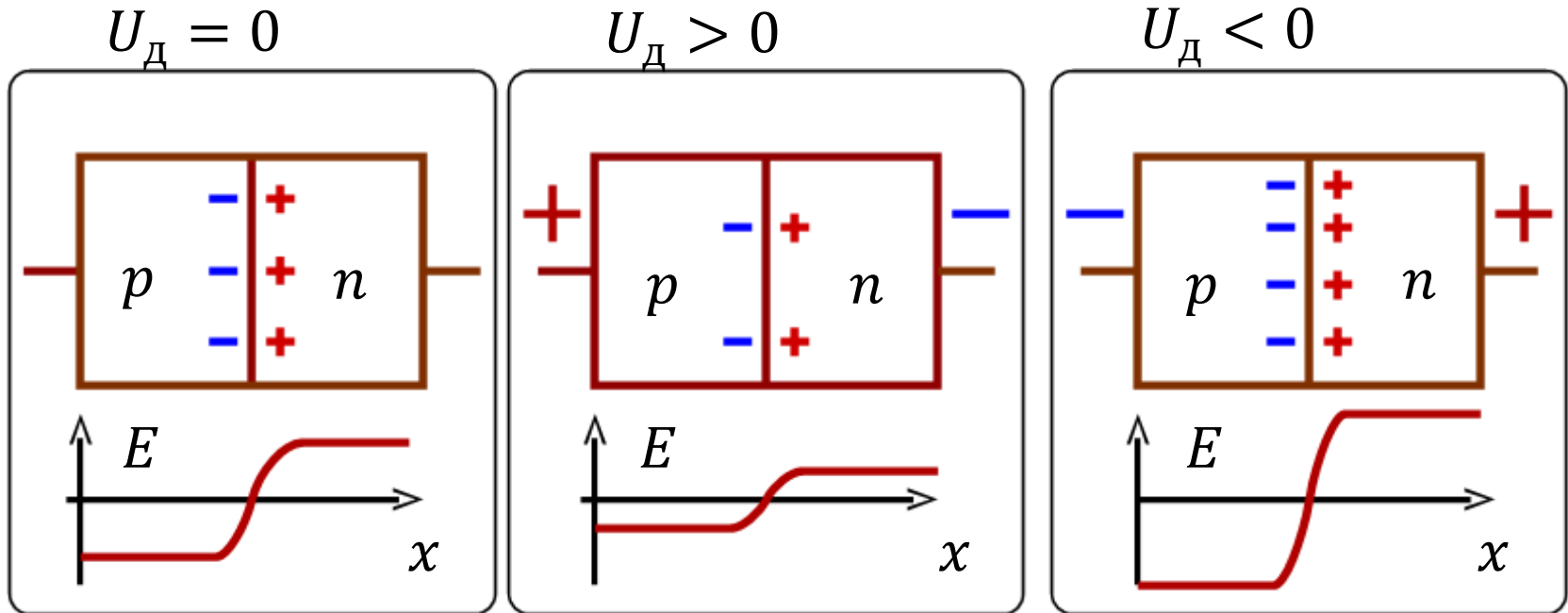


Блок-схема радиоприемника-супергетеродина





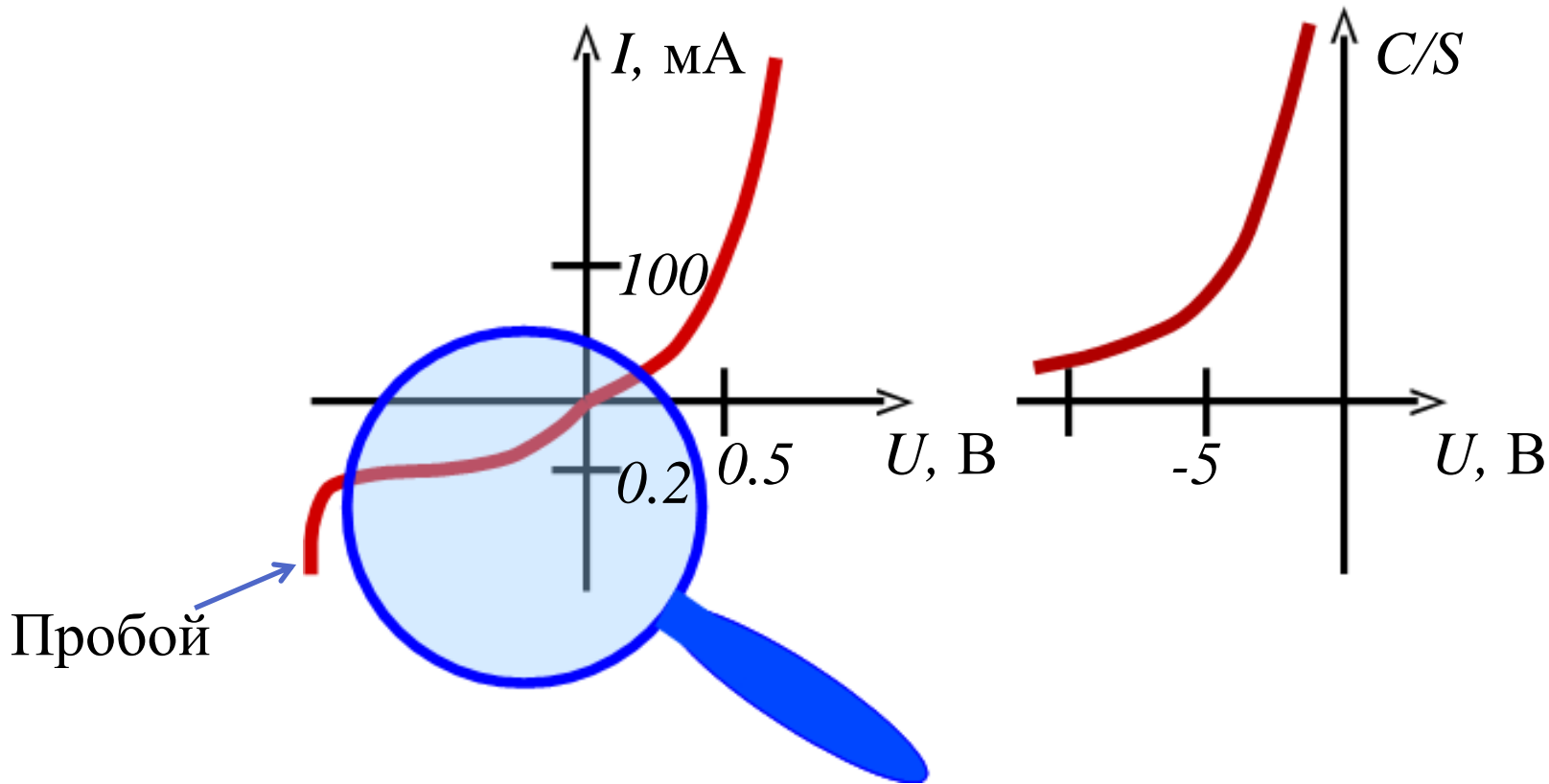
р-n - переход: полупроводниковый диод



Прямое напряжение ($U_D > 0$) - малое сопротивление.
Обратное напряжение ($U_D < 0$) - большое сопротивление.



Пример: *Ge* диод.



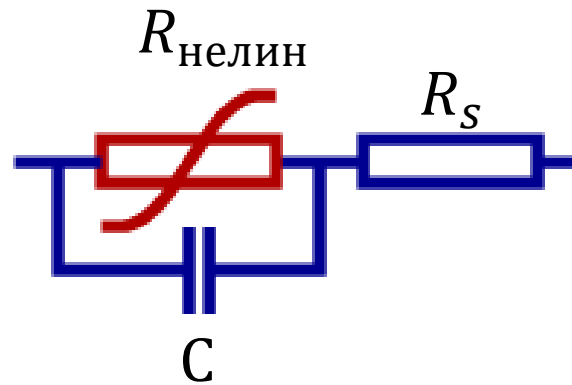
Технические параметры: $U_{\text{прям}} \approx 0.5$ В: $I_{\text{прям}} \approx 0.1$ А,
 $R_{\text{дифф}} \approx 4$ Ом, $C \approx 10^2$ пкФ

$f = (RC)^{-1} \approx 10^{12}$ Гц - точечный $p-n$ переход.

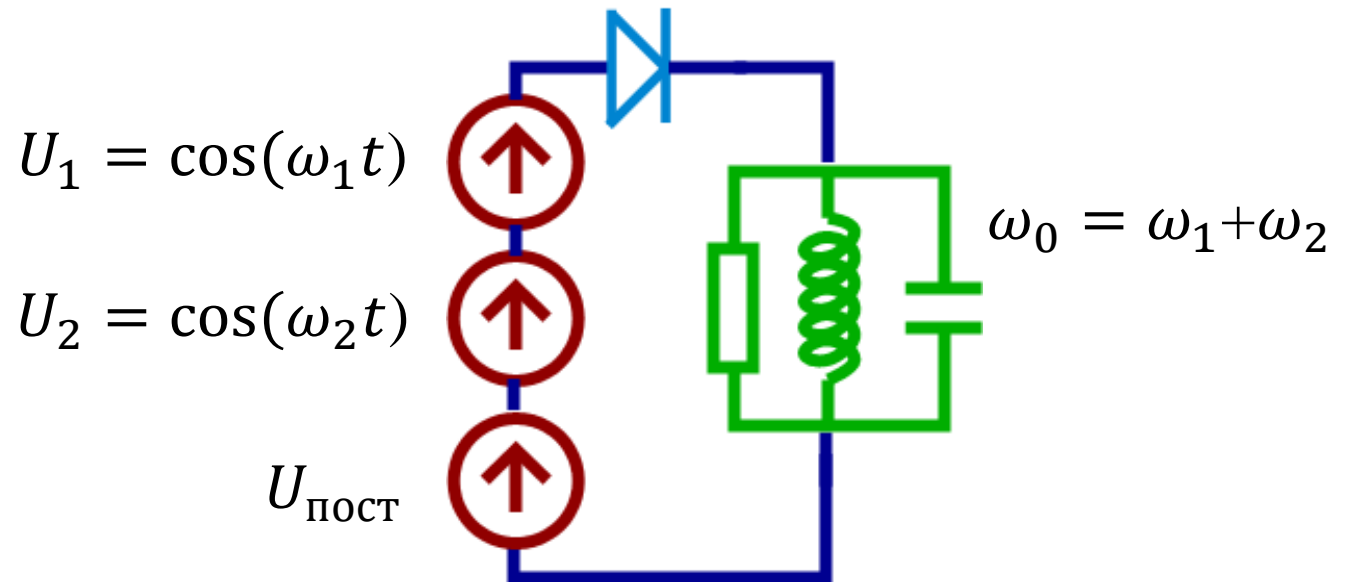
$f = (RC)^{-1} \approx 10^7$ Гц - плоскостный $p-n$ переход.



Эквивалентная схема диода



Смеситель на диоде





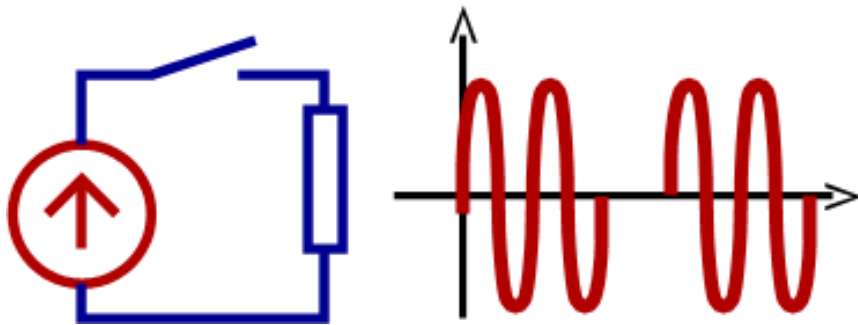
Модуляция

Модуляция --- медленное по сравнению с периодом несущей изменение амплитуды (АМ), частоты (ЧМ) или фазы (ФМ).

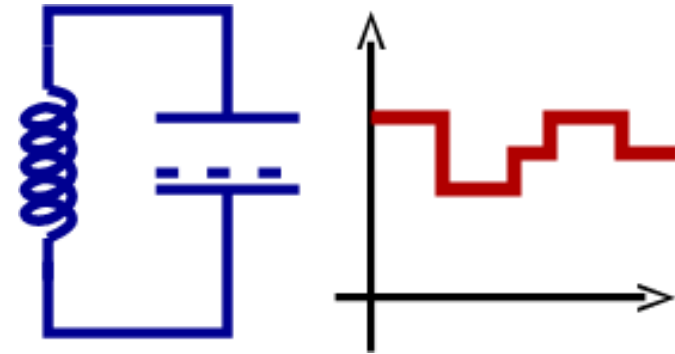
Модуляция --- это «запись» сигнала на несущей синусоиде.

Пример: импульсная модуляция (манипуляция)

амплитуды



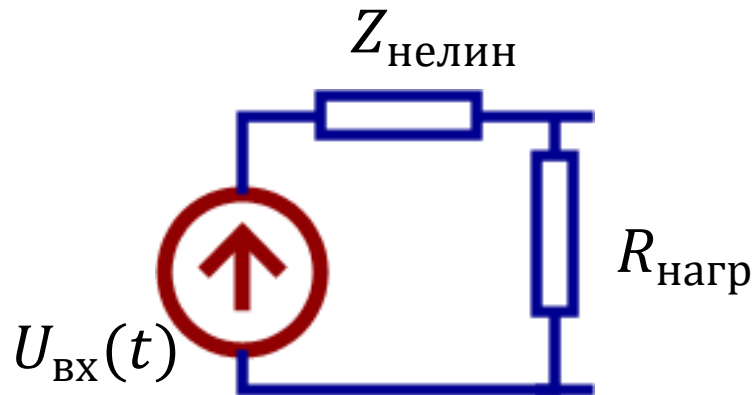
частоты.





Стандартная схема для модуляции и демодуляции

Необходим нелинейный элемент



$$U_{ВХ}(t) = U_0 \cos \omega t,$$
$$I_{нелин} = S_1 U + S_2 U^2 + \dots + S_n U^n,$$
$$|Z_{нелин}| \gg R_{нагр} \Rightarrow U_{ВЫХ} \approx I R_{нагр}$$

Тогда:

$$U_{ВЫХ} \approx R_{нагр} (S_1 U_{ВХ} + S_2 U_{ВХ}^2 + S_3 U_{ВХ}^3 + \dots + S_n U_{ВХ}^n),$$
$$S_1 \Rightarrow \omega, \quad S_2 \Rightarrow \omega^0, 2\omega, \quad S_3 \Rightarrow \omega, 3\omega, \dots$$



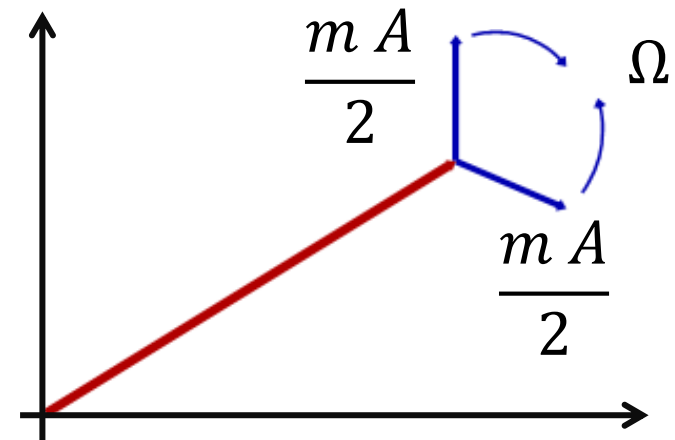
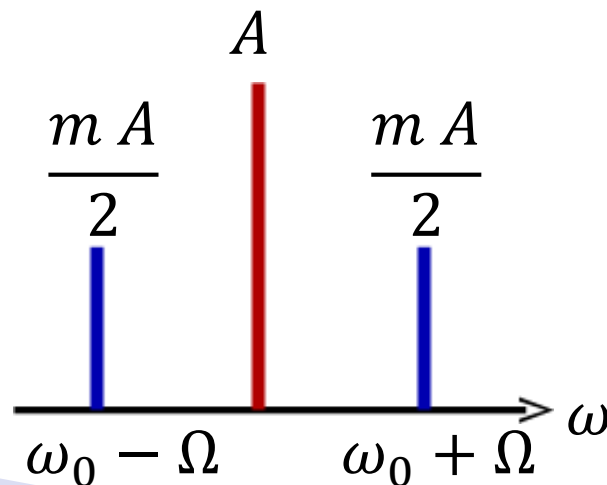
АМ модуляция



$$U_{AM} = A_{slow}(t) \cos \omega_0 t$$

$$A_{slow}(t) = A(1 + m \cos \Omega t), \quad \Omega \ll \omega_0, \quad m < 1$$

$$U_{AM} = A \cos \omega_0 t + \frac{mA}{2} (\cos(\omega_0 + \Omega)t + \cos(\omega_0 - \Omega)t)$$

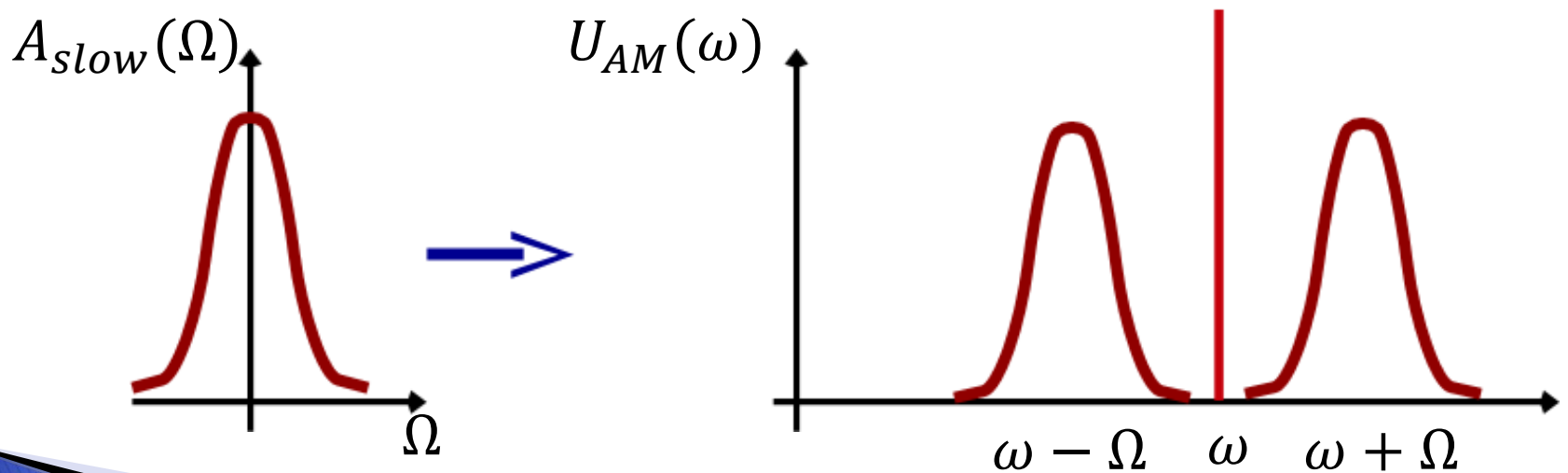




Преобразование спектра при модуляции

Пусть модулирующий сигнал: $A_{slow}(t) \leftrightarrow A_{slow}(\Omega)$,

$$U_{AM}(t) \leftrightarrow U_{AM}(\omega) = \delta(\omega) + \frac{A_{slow}(\omega - \Omega)}{2} + \frac{A_{slow}(\omega + \Omega)}{2}$$





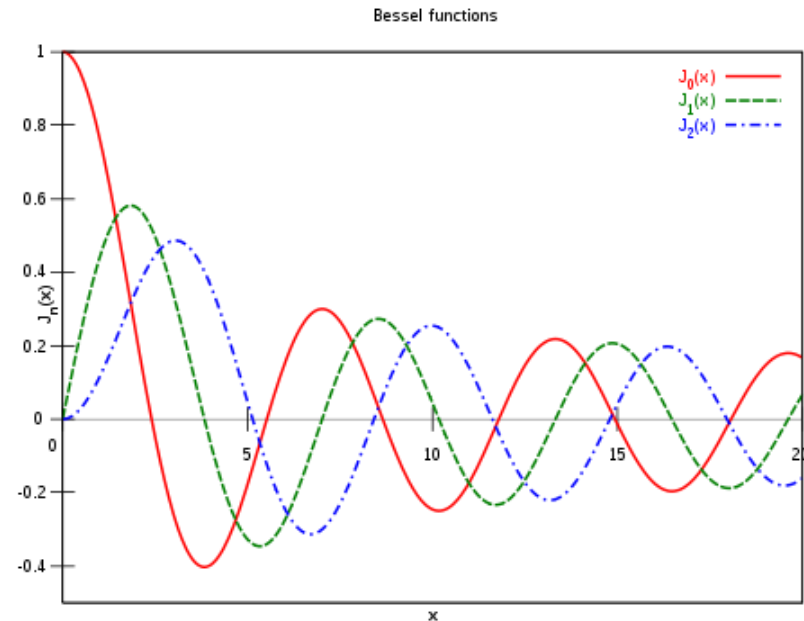
Фазовая модуляция

$$U_{\Phi M} = A \cos(\omega_0 t + \phi_{slow}(t)), \quad \phi_{slow}(t) = m \sin \Omega t, \\ \Omega \ll \omega_0,$$

$$U_{\Phi M} = A \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) = \Re[A \exp(i\omega_0 t + i m \sin \Omega t)],$$

$$e^{i m \sin \Omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{i k \Omega t},$$

$$\Rightarrow U_{\Phi M} = \Re \left[A \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{i \omega_0 t + i k \Omega t} \right]$$

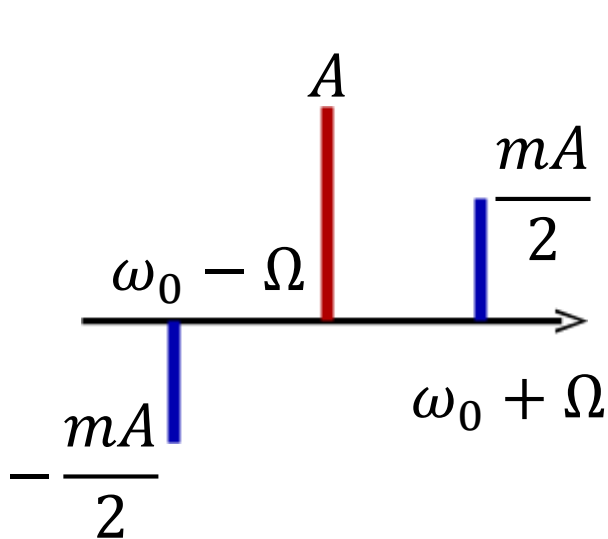




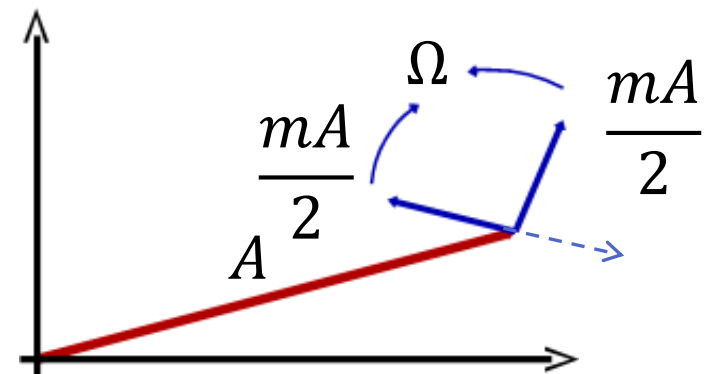
Фазовая модуляция

$$U_{\Phi M} = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) \cos(\omega_0 t + k\Omega t),$$

$$\begin{aligned} U_{\Phi M}^{m \ll 1} &\approx A(\cos \omega_0 t - \phi_{slow}(t) \sin \omega_0 t) = \\ &= A(\cos \omega_0 t - m \sin \Omega t \sin \omega_0 t) = \\ &= A \left(\cos \omega_0 t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t - \frac{m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \right) \end{aligned}$$



$$m \ll 1$$

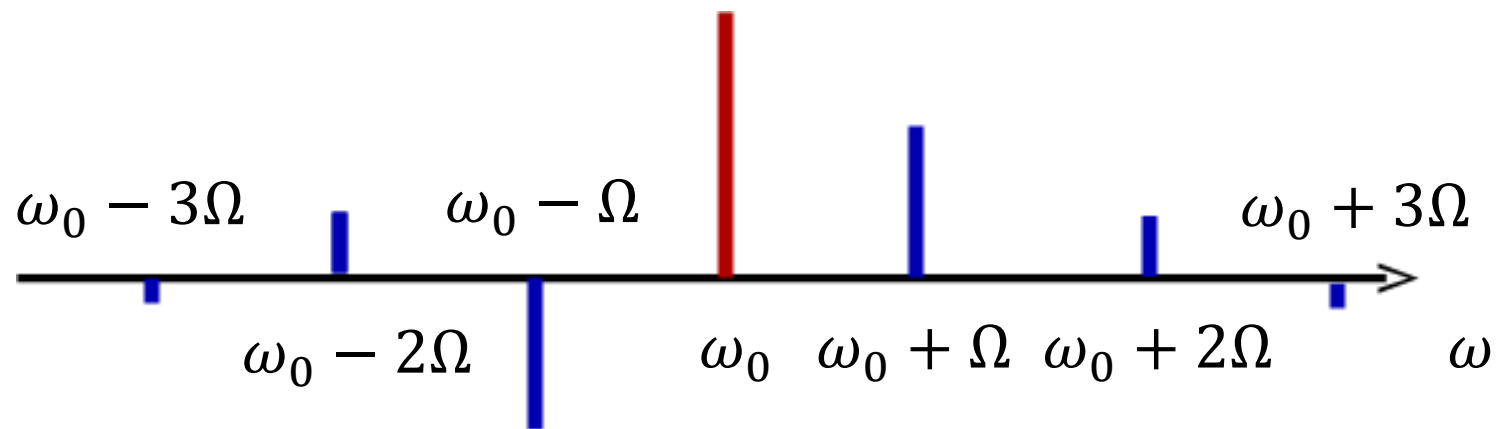




Фазовая модуляция

При увеличении индекса m спектр ФМ сигнала уширяется

$m = 1:$





ЧМ модуляция

$$U_{\text{ЧМ}} = A \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin\Omega t\right)t + \phi_0\right)$$

$$(U_{\text{ЧМ}} = A \cos\left\{\int_0^t (1 + m \cos\Omega t)\omega_0 dt\right\})$$

$$\frac{\Delta\omega}{\Omega} > 1 \quad \text{широкополосная ЧМ,}$$

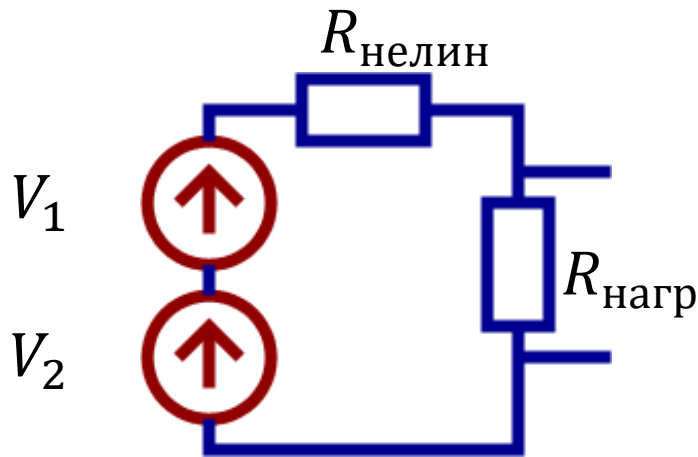
$$\frac{\Delta\omega}{\Omega} < 1 \quad \text{узкополосная ЧМ,}$$

$$U_{\text{ФМ}} = A \cos(\omega_0 t + m \sin\Omega t + \phi_0).$$

Нет принципиальных отличий
между ФМ и ЧМ



Применяем для модуляции смеситель с нелинейным элементом



$$V_1 = U_1 \sin \omega t, \quad V_2 = U_2 \sin \Omega t,$$

$$\text{Пусть } R_{\text{нагр}} \ll R_{\text{нелин}},$$

$$\text{Тогда } U_{\text{нагр}} \cong I R_{\text{нагр}}$$

$$\text{ВАХ: } I = S_1 (V_1 + V_2) + S_2 (V_1 + V_2)^2$$

Пусть $\Omega \ll \omega$ (Ω --- частота модуляции).

$$\begin{aligned} U_{\text{нагр}} \cong & R_{\text{нагр}} (S_1 [U_1 \sin \omega t + U_2 \sin \Omega t] + \\ & + S_2 [U_1^2 \sin^2 \omega t + U_2^2 \sin^2 \Omega t] + \\ & + S_2 U_1 U_2 \times \underbrace{2 \sin \omega t \sin \Omega t}_{\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t}) \end{aligned}$$



У нас $\Omega \ll \omega$

Тогда после фильтрации в полосе $\omega \pm \Omega$ получим

$$\begin{aligned} U_{\text{нагр}} &\cong R_{\text{нагр}} (S_1 U_1 \sin \omega t + S_2 U_1 U_2 [\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t]) = \\ &= R_{\text{нагр}} (S_1 U_1 \sin \omega t + 2 S_2 U_1 U_2 \sin \Omega t \sin \omega t) \end{aligned}$$

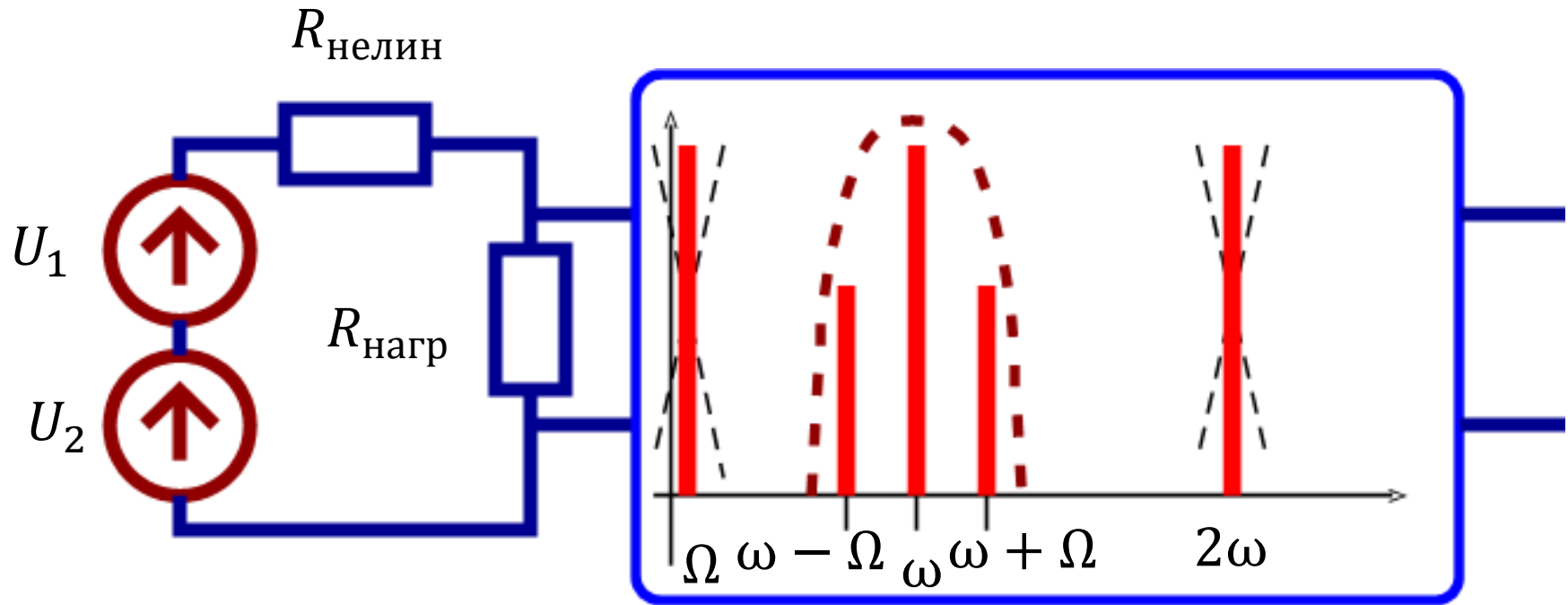
Если ВАХ содержит члены $S_3 U^3 + S_4 U^4 + \dots$, то появятся искажения сигнала. Подробнее:

$$\begin{aligned} S_3 &\Rightarrow (V_1 + V_2)^3 \Rightarrow 3V_1 V_2^2 = 3U_1 U_2^2 \sin \omega t \sin^2 \Omega t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3U_1 U_2^2}{4} (\sin(\omega + 2\Omega)t + \sin(\omega - 2\Omega)t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_4 &\Rightarrow (V_1 + V_2)^4 \Rightarrow 4V_1 V_2^3 = 4U_1 U_2^3 \sin \omega t \sin^3 \Omega t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{U_1 U_2^3}{2} (\cos(\omega + 3\Omega)t + \cos(\omega - 3\Omega)t) \end{aligned}$$



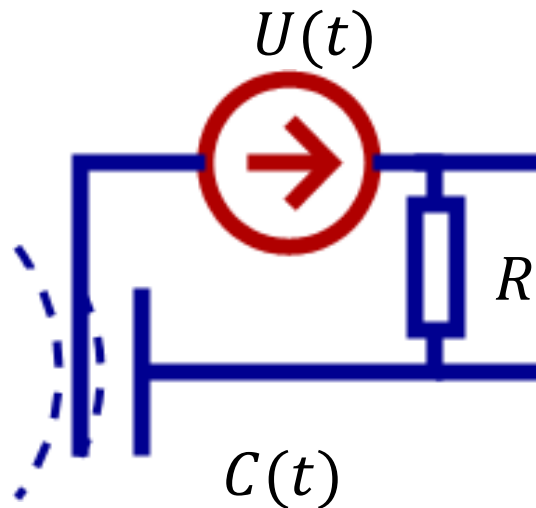
Фильтрация в полосе $\omega \pm \Omega$:



$$U_{\text{нагр}} \cong (S_1[U_1 \sin \omega t + U_2 \sin \Omega t] + S_2[U_1^2 \sin^2 \omega t + U_2^2 \sin^2 \Omega t] + \\ + S_2 U_1 U_2 \times \underbrace{2 \sin \omega t \sin \Omega t}_{\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t})$$



Задача «Емкостной микрофон» :



$$C(t) = C_0(1 + m\cos\Omega t),$$

$$U(t) = U_0\cos\omega t$$

Подвижная мембрана. $m \ll 1$,
 $\Omega \ll \omega$.

При каких условиях справедливо :

$$U_R(t) \cong U_0 \times (1 + m'\cos\Omega t) \cos(\omega t + \phi)$$

Найти U_0 , m' -- ? Частоты: ω , $\omega \pm \Omega$, $\Omega \ll \omega$.