

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИКИ КОЛЕБАНИЙ**

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА В НЕОДНОРОДНОМ АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Курсовая работа
студента 2-го курса
Мельникова А.А.

Научный руководитель:
Доктор физ.-мат. наук, профессор
В.И. Балакиши

Работа допущена к защите
«7» мая 2009 года
зав. кафедрой физики колебаний
профессор _____ ***А.С. Логгинов***

МОСКВА

2009

Содержание

Введение.....	3
Постановка задачи.....	5
Электрические характеристики.....	6
Акустические характеристики.....	11
Заключение	14
Литература	15

Введение

Работа посвящена теоретическому анализу дифракции света в неоднородном акустическом поле, созданном клиновидным пьезоэлектрическим преобразователем. В приближении малой толщины пьезоэлектрической пластины представлены зависимости, описывающие электрические, акустические и акустооптические свойства акустооптической ячейки. Показано, что акустическое поле имеет сложную амплитудно-фазовую структуру, изменяющуюся в зависимости от акустической частоты. Установлено, что несмотря на значительную фазовую расстройку эффективность дифракции в брэгговском режиме может достигать 100%.

В работах по изготовлению акустооптических (АО) ячеек, проводившихся на кафедре физики колебаний в 70-е годы [1] было неожиданно обнаружено, что некоторые ячейки показывали очень странную частотную зависимость угла Брэгга. Вместо прямой линии, характерной для изотропной АО дифракции (пунктирная прямая на рис. 1), в некотором частотном диапазоне были получены кривые, подобные 1 и 2 (для разных ячеек). Видно, что расхождение между теоретической и экспериментальными величинами брэгговского угла не было пренебрежимо малым. При повороте АО ячейки на 180° , разность $\theta_B^{\text{эксп}} - \theta_B^{\text{теор}}$ изменялась только по знаку.

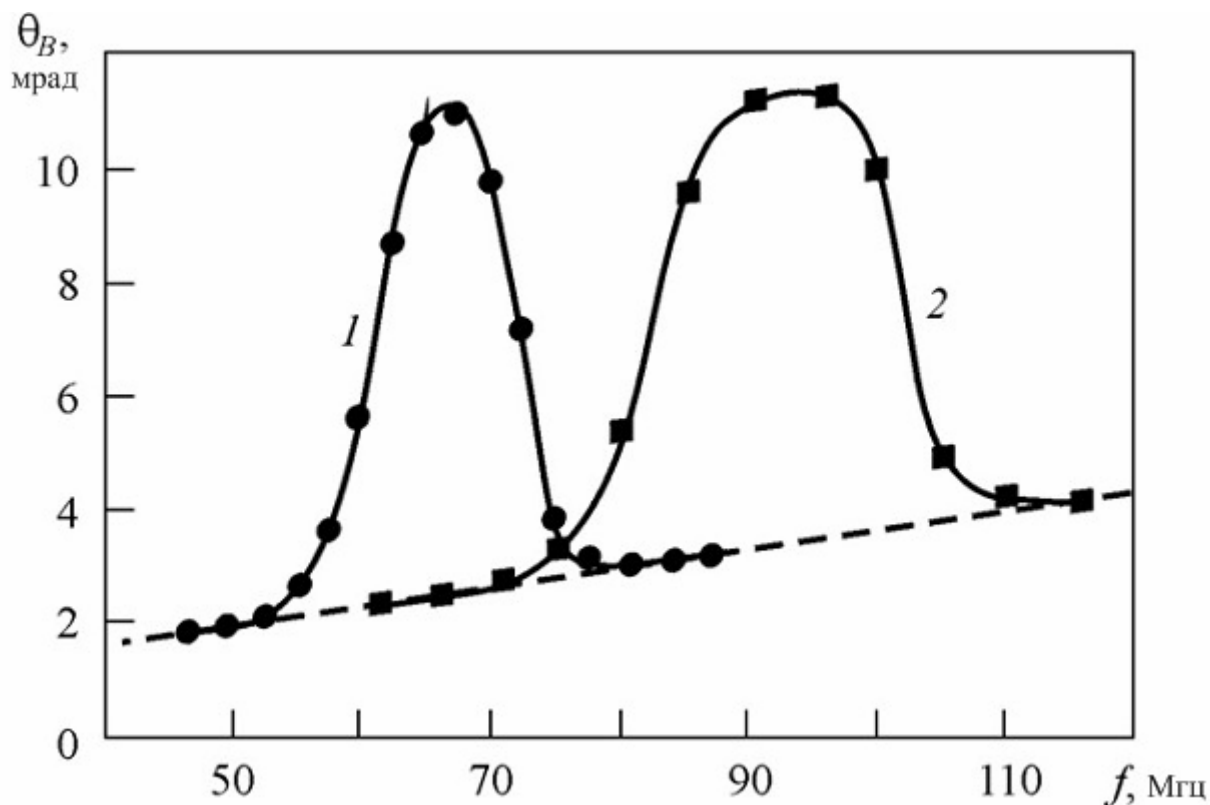


Рис.1 Теоретическая (пунктирная линия) и экспериментальные (кривые 1 и 2)

частотные зависимости брэгговского угла

Проанализировав эти результаты, предположили, что появлявшийся эффект вызван поворотом фронта акустической волны при изменении частоты ультразвука, что в свою очередь могло быть обусловлено клиновидной формой преобразователей. Для проверки этого предположения вместо одного большого внешнего электрода изготовили несколько небольших. Измеряя резонансные частоты этих малых преобразователей, убедились в том, что толщина пьезоэлектрических пластин действительно изменяется от одного края к другому.

Ранее обнаруженный эффект можно было бы рассматривать только как мешающий и подлежащий устранению. Однако к настоящему времени технология изготовления преобразователей продвинулась настолько, что позволяет создавать преобразователи почти любой формы. Это обстоятельство открывает новые возможности для прикладной акустооптики. Известно, что в АО устройствах очень важную роль играет зависимость угла Брэгга от частоты акустических волн [2-4]. Не будет преувеличением сказать, что все преимущества анизотропной дифракции перед изотропной вытекают из совершенно иной и очень разнообразной формы этой зависимости. Изготовление преобразователей с переменной толщиной позволяет получить еще одну возможность для управления брэгговским углом или, иными словами, для аподизации АО ячеек к конкретным решаемым задачам.

Следует отметить, что преобразователи подобного типа уже изучались в рамках чисто акустической проблемы расширения полосы частот преобразователя и сканирования акустического пучка [5-8]. Однако в акустооптике применение таких преобразователей имеет свою специфику. Здесь для оценки качества преобразователя недостаточно знать такие важные его характеристики, как полоса частот и эффективность преобразования электрической энергии в акустическую. Также очень важны структура акустического поля и характер ее изменения в зависимости от частоты. Традиционный метод расчета дифракции света на ультразвуке основан на предположении об однородном акустическом поле, ограниченном двумя параллельными плоскостями. Однако акустический пучок, возбужденный преобразователем с переменной толщиной, является неоднородным. Эта неоднородность может быть как амплитудной, так и фазовой. Априорно ясно, что эти виды неоднородности должны проявляться по-разному, однако эта задача до сих пор не изучена детально. В частности, всё ещё остается открытым вопрос о максимальной эффективности дифракции [9-12].

Постановка задачи

Задача сформулирована следующим образом. Пьезоэлектрическая пластина переменной толщины $h(x)$ присоединена к плоской поверхности АО среды (рис. 2). На эту пластину подается синусоидальное напряжение частотой $\Omega = 2\pi f$ от генератора высокой частоты, имеющего э.д.с. E_0 и внутреннее сопротивление R_i . Для определенности предполагается, что между генератором и преобразователем нет никаких элементов согласования – с тем, однако, допущением, что такие элементы могут дополнительно улучшить характеристики преобразователя. Зависимость толщины преобразователя от координаты x выражается как

$$h(x) = h_0(1 + \alpha x) \quad (1)$$

где α – угол клина, а h_0 – толщина пьезоэлектрической пластины в ее центре при $x = 0$. Общая длина пластины по оси x принята равной l .

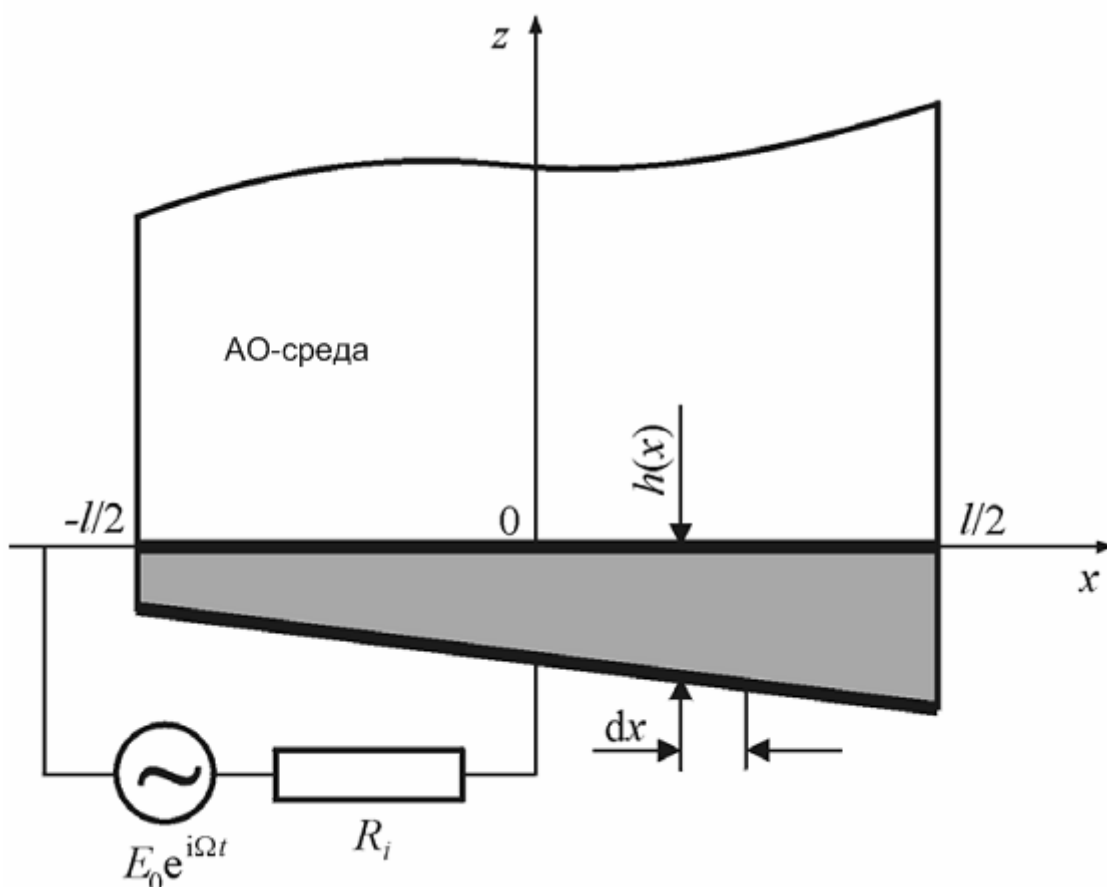


Рис. 2. Возбуждение ультразвука клиновидным преобразователем

Допустим, что толщина пластины мало изменяется по оси x , так что угол α достаточно мал. В этом случае можно использовать известное решение задачи о

возбуждении однородной пьезоэлектрической пластины [13] и записать следующее выражение для комплексной проводимости небольшого участка пластины dx :

$$dY = \frac{i\Omega^2 \varepsilon b}{V_0 F(x)} \times \left\{ 1 - \frac{k^2}{F(x)} \cdot \frac{Z_a \sin F(x) + 2i[1 - \cos F(x)]}{Z_a \cos F(x) + i \sin F(x)} \right\}^{-1} dx, \quad (2)$$

где $F(x) = \Omega h(x)/V_0$ – нормированная частота, $l \times b$ – размеры пьезоэлектрической пластины, ε – диэлектрическая проницаемость, k – коэффициент электромеханической связи, $Z_a = \rho_1 V_1 / \rho_0 V_0$ – относительное акустическое сопротивление, V_0, V_1 – скорости звука и ρ_0, ρ_1 – плотности преобразователя и АО среды соответственно.

Полная проводимость неоднородной пластины может быть определена по формуле [9,10]

$$Y = \int_{-l/2}^{l/2} dY = \frac{1}{R(\Omega)} + i\Omega C(\Omega), \quad (3)$$

где R и C – сопротивление и ёмкость в параллельной эквивалентной схеме преобразователя. Сопротивление R описывает преобразование в акустическую мощность электрической энергии, поступающей от генератора высокой частоты. Омическое сопротивление, нагревающее преобразователь, мало, и им можно пренебречь. Эквивалентные параметры R и C находятся в сложной зависимости от акустической частоты Ω .

Электрические характеристики

Соотношение (3) позволяет рассчитать поданное на преобразователь напряжение

$$U = \frac{E_0}{1 + YR_i}, \quad (4)$$

акустическую мощность, излучаемую в АО среду

$$P_a = \frac{E_0^2 \operatorname{Re}(Y)}{|1 + YR_i|^2} \quad (5)$$

и коэффициент преобразования электрической энергии в акустическую

$$\chi = \frac{P_a}{P_{match}} = \frac{4R_i \operatorname{Re}(Y)}{|1 + YR_i|^2}, \quad (6)$$

где P_{match} – мощность, передаваемая генератором высокой частоты в согласованную нагрузку $R = R_i$.

Для удобства численных расчётов введём следующие безразмерные параметры: $A = al/h_0$, $F_0 = \Omega h_0/V_0$, $X = x/l$ и $F(X) = F_0(l + AX)$. В этом случае выражение (3) примет вид

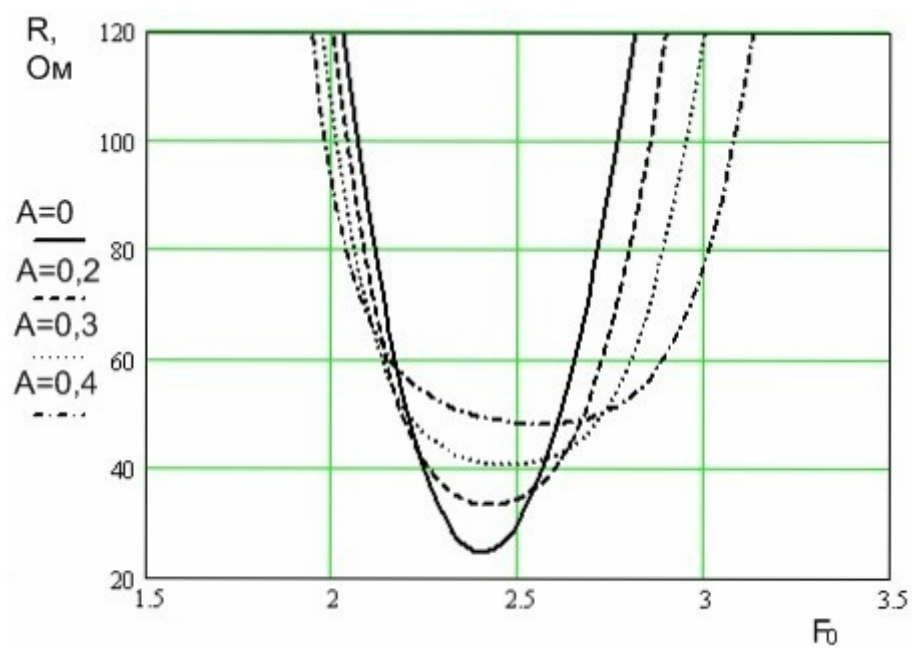
$$Y = i\Omega C_0 F_0 \int_{-1/2}^{1/2} \left\{ F(X) - k^2 \cdot \frac{Z_a \sin F(X) + 2i[1 - \cos F(X)]}{Z_a \cos F(X) + i \sin F(X)} \right\}^{-1} dX \quad (7)$$

где $C_0 = \epsilon lb/h_0$ – статическая ёмкость пьезоэлектрической пластины.

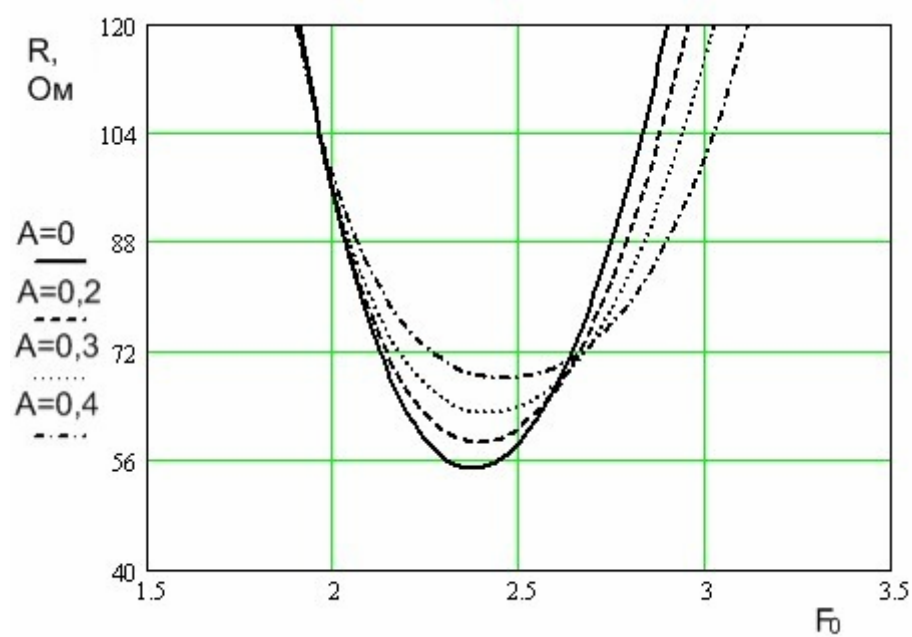
Ниже представлены численные расчёты, выполненные по формулам (4)-(7). Оригинальные расчеты сделаны для АО ячейки из плавленного кварца (SiO_2) с преобразователем из кристалла ниобата лития (LiNbO_3) X -среза. Для этого среза коэффициент электромеханической связи равен $k = 68\%$, а относительный акустический импеданс – $Z_a = 0,371$. Полученные результаты сравниваются с аналогичным расчетом, представленным в работе [12] для АО ячейки, изготовленной из кристалла парателлурита (TeO_2), возбуждаемой точно таким же пьезопреобразователем. В этом случае $Z_a = 0.166$. На основе этого сопоставления можно сделать вывод о влиянии акустических импедансов пьезоэлектрика и АО среды на акустические и акустооптические характеристики ячеек.

На рис. 3 показана зависимость эквивалентных электрических параметров R и C клиновидного преобразователя от нормализованной акустической частоты F_0 при различных значениях параметра клина A соответственно для ячеек из парателлурита (а) и плавленного кварца (б). Случай $A = 0$ соответствует однородному преобразователю, имеющему толщину h_0 . Как видно по графикам, клиновидность пьезоэлектрической пластины приводит к увеличению минимального значения сопротивления и сдвигу резонансной частоты в область более высоких частот. Одновременно происходит сглаживание характеристик и расширение частотного диапазона работы преобразователя. Это означает ослабление зависимости от частоты полного сопротивления и, как следствие, облегчение согласования преобразователя с генератором высокой частоты. В этом заключается одно из преимуществ клиновидных преобразователей. В случае ячейки из парателлурита эти особенности выражены более сильно. Например, при $A = 0.4$ (угол клина равен всего лишь $\alpha = 0,19^\circ$) в случае парателлуритной ячейки минимальное сопротивление возрастает с 25 Ом до 47 Ом, т.е. на 90%, тогда как для ячейки из плавленного кварца аналогичное увеличение сопротивления составляет 23% (с 55 Ом до 67 Ом).

На рис. 4 представлены частотные зависимости эквивалентной емкости преобразователя C для тех же значений параметра клина A . Наибольшее изменение

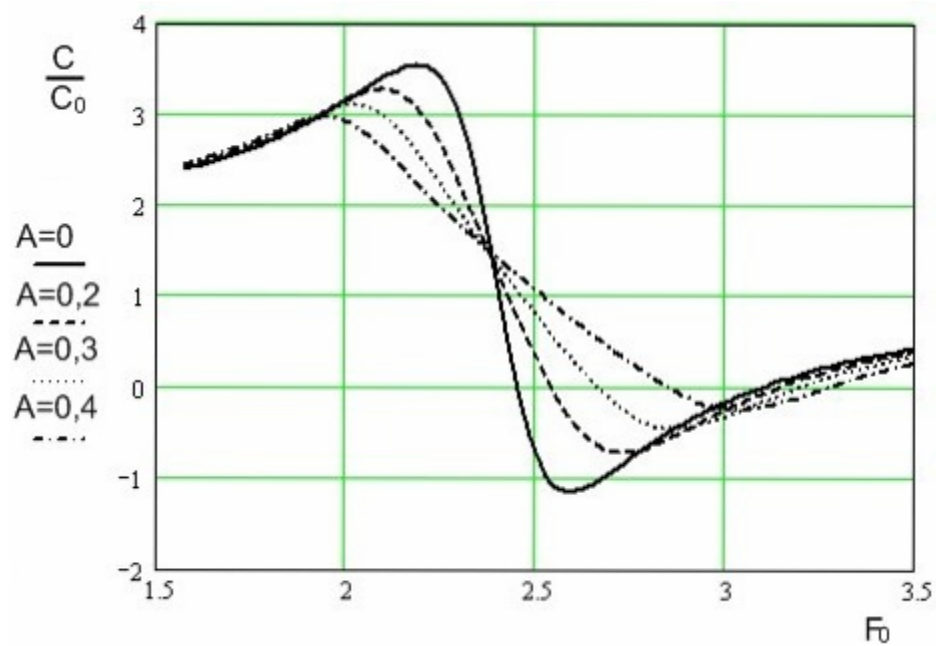


(a)

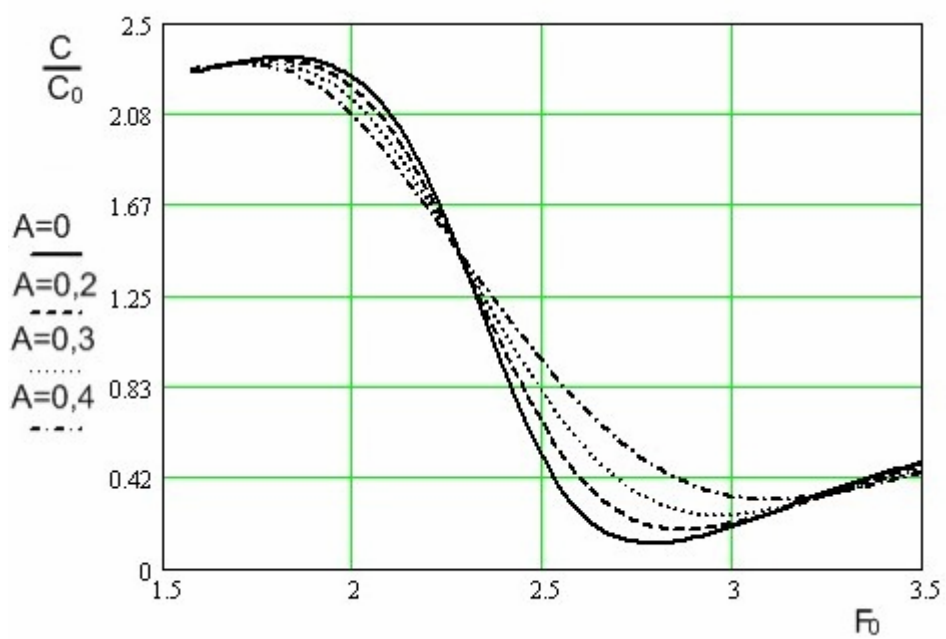


(б)

Рис. 3. Зависимость эквивалентного электрического параметра R от нормированной акустической частоты F_0 для TeO_2 (а) и SiO_2 (б) ячеек

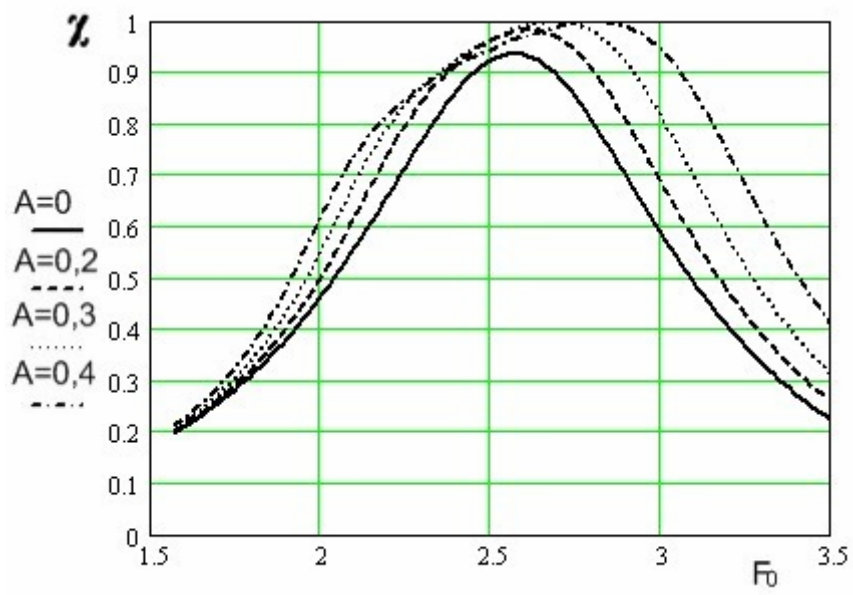


(a)

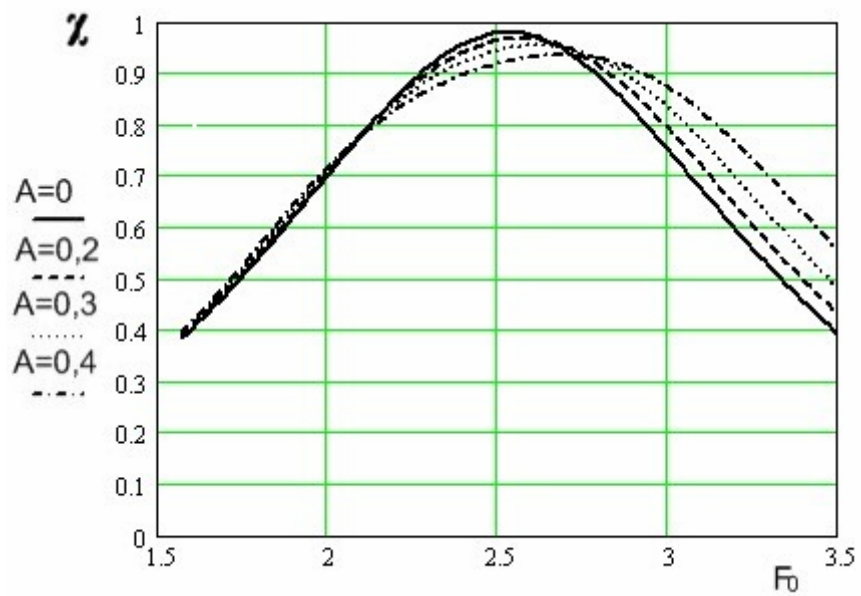


(б)

Рис. 4. Зависимость нормированной эквивалентной емкости C от акустической частоты F_0 для TeO_2 (а) и SiO_2 (б) ячеек



(a)



(б)

Рис. 5. Зависимость коэффициента преобразования электрической мощности в акустическую χ от акустической частоты F_0 для TeO_2 (а) и SiO_2 (б) ячеек

емкости имеет место как раз в области наиболее эффективного возбуждения ультразвука. При увеличении угла клина кривые сглаживаются. Но так же, как и в случае сопротивления R , эффект сильнее проявляется для параллелуритной ячейки. Если для нее перепад емкости $\Delta C/C_0$ уменьшается с 470% до 320%, т. е. на 150%, то для ячейки из плавленного кварца это уменьшение составляет всего лишь 20% (с 220% до 200%). Таким образом, сглаживающий эффект от клиновидности пьезопластины проявляется сильнее при большей разнице акустических импедансов материалов пьезоэлектрика и звукопровода.

Другое преимущество клиновидных преобразователей состоит в возможности возбуждения ультразвука в более широком частотном диапазоне. Эта особенность иллюстрирует рис. 5, где представлены частотные зависимости коэффициента преобразования χ . Причина расширения полосы частот очевидна: различные части пьезоэлектрической пластины имеют различные резонансные частоты. Рабочий диапазон преобразователя увеличивается по мере увеличения угла клина. Как видно из рисунка, для параллелурита при $A = 0,4$ ширина полосы относительных частот $\Delta F_0 = \Delta f/f$ в 1,6 раза больше ширины полосы однородного преобразователя, и это расширение достигается без малейшего понижения коэффициента преобразования.

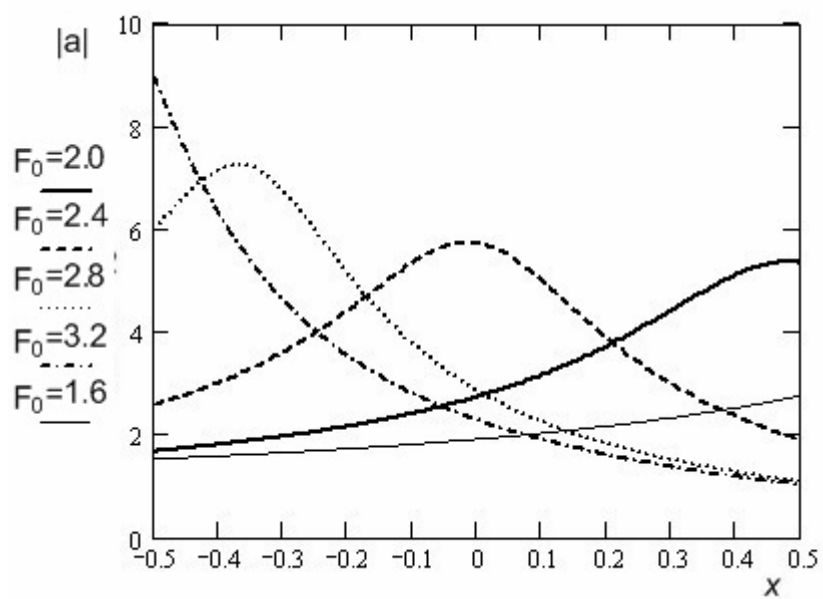
Акустические характеристики

Как было отмечено выше, вычисление АО характеристик означает решение задачи дифракции света в неоднородном акустическом поле. Акустическая деформация вблизи преобразователя определяется выражением [12]

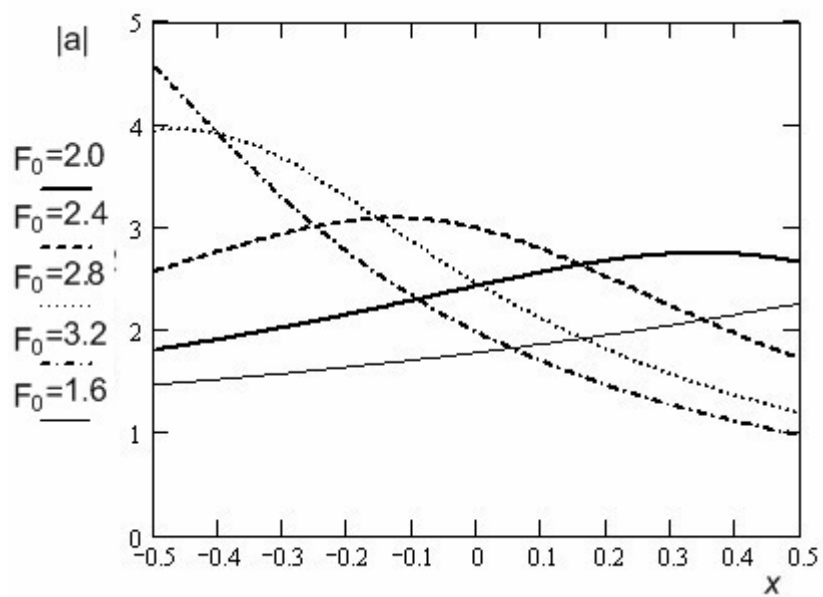
$$a(X) = -i \frac{E_0 e \Omega}{\rho_0 V_0^2 V_1 (1 + YR_i)} \cdot \frac{1 - \cos F(X)}{F(X) \sin F(X) - 2k^2 [1 - \cos F(X)] + iZ_a [k^2 \sin F(X) - F(X) \cos F(X)]} \quad (8)$$

Модуль $|a(X)|$ описывает амплитудное распределение в акустической волне по поверхности преобразователя, а аргумент $\arg(a(X)) = \Phi(X)$ определяет фазовое распределение. Таким образом, преобразователь с переменной толщиной возбуждает акустическую волну, имеющую сложную амплитудную и фазовую структуру. Кроме того, эта структура сильно зависит от акустической частоты Ω .

Результаты численных расчётов амплитудного и фазового распределения в акустическом пучке при разных углах клина и различных значениях акустической частоты показаны на рис. 6.



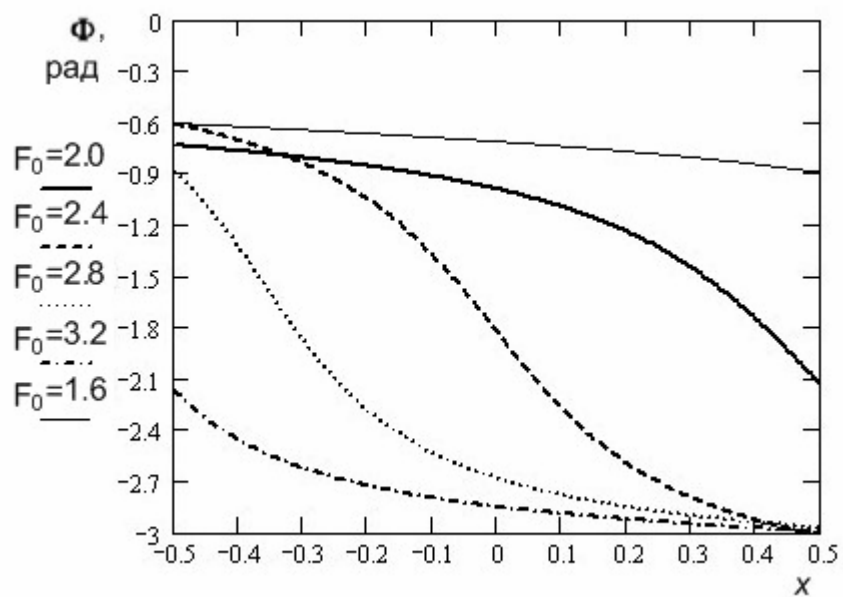
(a)



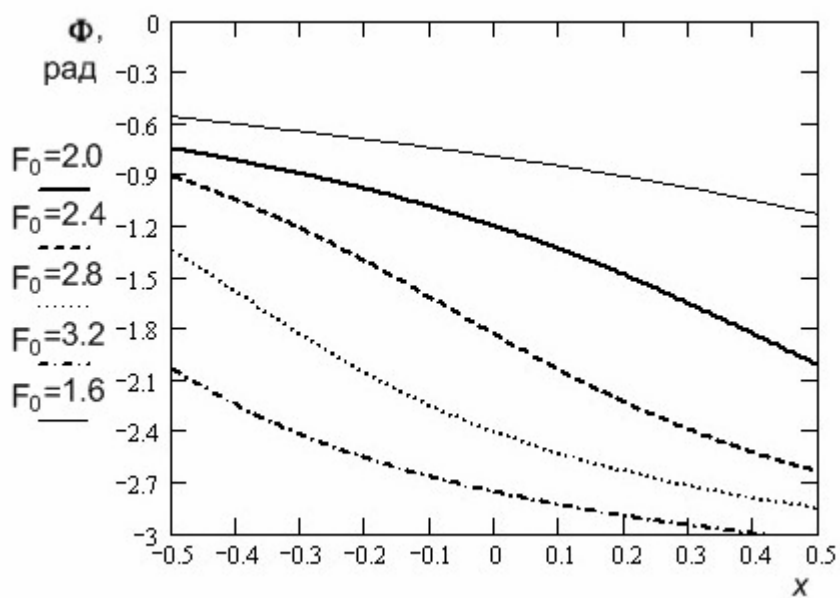
(б)

Рис. 6. Распределение акустической амплитуды по пьезоэлектрической пластине

для TeO_2 (а) и SiO_2 (б) ячеек



(a)



(б)

Рис. 7. Распределение акустической фазы по пьезоэлектрической пластине

для TeO_2 (а) и SiO_2 (б) ячеек

Как следует из рис. 3а, частота $F_0 = 2,4$ является резонансной для центрального участка пьезоэлектрической пластины в случае параллелуритной ячейки. Поэтому на этой частоте максимум функции $|a(X)|$ наблюдается в центре пластины (рис. 6а). Для ячейки из плавленного кварца резонансной является частота $F_0 = 2,37$, поэтому на рис. 6б максимум функции $|a(X)|$ немного смещён влево по оси x . Края имеют другие резонансные частоты; как следствие, амплитуда уменьшается в направлении к обоим краям.

При увеличении частоты максимум сдвигается к левому, более тонкому краю, потому что этот край имеет более высокую резонансную частоту. Аналогично при уменьшении частоты сильнее возбуждается правый, более толстый край пластины. Разность максимальных значений $|a(X)|$ объясняется изменением импеданса преобразователя в зависимости от частоты.

Представленные на рис. 7 фазовые характеристики по существу определяют форму фронта акустической волны. Видно, что направление нормали волны изменяется по поверхности преобразователя. Максимальная угловая разность между волновой нормалью и нормалью к плоскости преобразователя $\Delta\theta$ приходится на область резонансной частоты. Например, для параллелуритной ячейки она получается в центре пластины преобразователя, когда $F_0 = 2,4$. В этой точке угол $\Delta\theta$ достигает величины $0,16^\circ$. Следует отметить, что на значения функции $\Phi(X)$ влияют сдвиги фаз между упругим напряжением $a(X)$ и напряжением U , приложенным к преобразователю, а также между напряжением и э.д.с. E_0 из-за реактивной составляющей импеданса преобразователя.

Если акустическое поле имеет только амплитудную неоднородность, то можно полагать, что, подбирая соответствующую акустическую мощность и брэгговский угол падения света, можно всегда достигнуть 100%-й эффективности дифракции. Фазовая неоднородность оказывает иное влияние, так как она нарушает условие фазового синхронизма АО взаимодействия (условие Брэгга). В этом случае традиционное определение брэгговского угла θ_B теряет свой смысл, так как фронт акустической волны искривлен, и при любом угле падения θ_0 существует фазовая расстройка. Поэтому очень важен вопрос о максимальной эффективности дифракции в поле, имеющем фазовую неоднородность.

Заключение

В данной курсовой работе представлены результаты теоретического исследования возбуждения ультразвука пьезоэлектрическим преобразователем клиновидной формы. Оригинальные численные расчёты электрических и акустических характеристик

клиновидного преобразователя выполнены для акустооптической ячейки из плавленного кварца. Проведено сравнение этих характеристик с характеристиками параллелуритной ячейки, представленными в работе [12]. Показано, что клиновидная структура пьезопреобразователя приводит к сглаживанию электрических характеристик, что облегчает задачу согласования преобразователя с ВЧ генератором. Сглаживающий эффект от клиновидности пьезопластинки проявляется сильнее при большей разнице акустических импедансов материалов пьезоэлектрика и звукопровода.

Преобразователи такого типа позволяют расширить рабочий частотный диапазон без снижения коэффициента преобразования. Однако неоднородность пьезоэлектрической пластины по толщине приводит как к амплитудной, так и к фазовой неоднородности акустического пучка, возбуждаемого преобразователем. Важно отметить, что такая сложная амплитудно-фазовая структура акустического поля сильно зависит от акустической частоты. Эту особенность можно рассматривать как отрицательную при решении ряда чисто акустических задач. Однако в области акустооптики ситуация совершенно иная, поскольку оптическая волна пересекает весь акустический пучок, и поэтому влияние неоднородности акустического поля на дифракцию носит интегральный характер. Акустическая неоднородность может существенно изменить характеристики АО дифракции и параметры АО устройств.

Литература

1. В.И.Балакший, В.Н.Парыгин, Б.П.Филиппов. Угловое смещение акустического пучка, возбуждаемого клиновидным пьезопреобразователем. // *Акуст. журнал*, 1976, **22**, №4, с.596-598.
2. В.И.Балакший, В.Н.Парыгин, Л.Е.Чирков. *Физические основы акустооптики*. - М.: Радио и связь, 1985.
3. J.Xu and R.Stroud. *Acousto-Optic Devices*. Wiley, New York, 1992.
4. А.Корпел. *Акустооптика*. - М.: Мир, 1993.
5. L.German and J.D.N.Cheeke. Electronic scanning in ultrasonic imaging using a wedge transducer. // *IEEE Trans.*, **UFFC-40**, 1993, pp.140-148.
6. M.A.Breazeale, G.Du, and D.Joharapurkar. Analysis of the ultrasonic beam produced by a wedge transducer. // *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1990, **88**, p.S167.
7. Y.Jayet, M.Perdrix, and R.Goutte. Effects on the damping of ultrasonic transducers due to a lack of parallelism in the piezoelectric element. // *Ultrasonics*, 1981, **19**, pp.179-183.
8. Y.Jayet, J.-C.Babloux, F.Lakestani, and M.Perdrix. Theoretical and experimental

- investigation of a piezoelectric transducer with a nonparallel-faced wear plate. // *IEEE Trans.*, 1985, **SU-32**, pp.835-839.
9. V.I.Balakshy. Acousto-optic cells with transducers of varying thickness: Electrical, acoustic and acousto-optic characteristics. // *Proc. 5 World Congress on Ultrasonics WCU-2003*, Paris, 2003, pp. 573-576.
 10. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Light diffraction in an inhomogeneous acoustic field. // *Molec. and Quant. Acoustics*, 2006, **27**, pp.7-16.
 11. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Light diffraction in an inhomogeneous acoustic field excited by wedge-shaped and parabolic transducers. // *Eur. Phys. J., Special Topics*, 2008, **154**, pp.1-5.
 12. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Acousto-optic interaction in a non-homogeneous acoustic field excited by a wedge-shaped transducer. // *Ultrasonics*, 2008, **48**, №5, pp.351-356.
 13. N.F.Foster, G.A.Coquin, G.A.Rozgonyi and F.A.Vannatta. Cadmium sulphide and zinc oxide thin-film transducers. // *IEEE Trans.*, 1968, **SU-15**, pp.28-35.