

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

кафедра физики колебаний

Исследование оптических неоднородностей многослойных отражающих покрытий с высоким пространственным разрешением

Дипломная работа студентки 6–го курса Громовой Елены Сергеевны

Допущена к защите "22" декабря 2008 года Научный руководитель

Зав. кафедрой физики колебаний	к. фм. н.,
профессор,	доцент
д.фм.н	
А.С. Логгинов	И.А. Биленко

Оглавление

1	Вве	дение	2		
2	Оба	вор литературы	3		
	2.1	Структура и свойства многослойных покрытий	3		
	2.2	Классификация шумов в многослойных покрытиях	$\overline{7}$		
	2.3	Экспериментальные методы исследования прохождения, рассеяния и			
		поглощения в покрытиях	9		
	2.4	Влияние отжига на структуру и порог лазерного повреждения	13		
3	Mo,	делирование распространения тепловых волн в покрытии и под-			
	лох	ske	15		
	3.1	Тепловые волны	15		
	3.2	Одномерная задача	16		
	3.3	Трехмерная задача	20		
4 Экспериментальные исследования многослойных покрытий					
	4.1	Экспериментальная установка для измерения прохождения и рассеяния	21		
	4.2	Модифицированная установка для измерения поглощения	23		
5	Полученные результаты 2				
6	Вы	воды	30		
7	Приложение				
Л	итер	атура	34		

1 Введение

Одной из актуальных задач современной астрофизики является обнаружение и исследование гравитационных волн. Гравитационное излучение представляет собой рябь на поверхности пространства-времени, распространяющуюся со скоростью света. Создание антенн, способных регистрировать гравитационные волны, поможет изучать космические объекты, другие виды излучения от которых не доступны.

Наиболее перспективными в настоящее время являются лазерные интерферометрические антенны. Принцип их действия состоит в следующем. Между двумя разнесёнными в пространстве пробными массами распространяется лазерное излучение, при воздействии на систему гравитационной волны время его прохождения изменяется. Если в качестве пробных масс использовать зеркала, образующие интерферометр Майкельсона, то гравитационное излучение можно обнаружить по изменению интерференционной картины.

Проблема детектирования гравитационных волн заключается в том, что смещение пробных масс, вызываемое ими, очень мало. В настоящее время чувствительность детекторов обсерватории LIGO-I [1] составляет $h \simeq 10^{-21}$ в безразмерных единицах вариации метрики, что соответствует относительным колебаниям пробных тел, расположенных на расстоянии 4 км, амплитудой $x = 10^{-16}$ см на частотах от 100 Гц до 1 кГц. Для детектирования гравитационных волн от известных источников необходимо уменьшить данную величину, по крайней мере, на один порядок.

Чувствительность гравитационной антенны ограничивается многими факторами. Смещения зеркал могут быть вызваны внешними воздействиями (сейсмика, электрические и магнитные поля, космические лучи, акустические шумы) и внутренними факторами (тепловые и квантовые флуктуации, избыточные механические и электрические шумы).

Наличие дефектов в покрытиях зеркал может быть фактором, который ограничивает возможность дальнейшего повышения чувствительности таких систем. Можно сделать предположение, что именно внутренние дефекты поглощают и рассеивают значительную часть света, т.е. отвечают за дополнительные оптические потери, поскольку известно, что поглощение и рассеяние света в многослойных покрытиях намного больше, чем в однородных материалах. То, что диссипация механической энергии в многослойных покрытиях так же существенно выше, тоже может быть связано с наличием дефектов. В этом случае возможным источником дополнительных механических шумов будет концентрация упругой энергии на этих дефектах.

Целью данной работы является создание методики диагностирования отражающих покрытий с высоким пространственным разрешением и исследование диэлектрических зеркал с её помощью.

2 Обзор литературы

2.1 Структура и свойства многослойных покрытий

В данной работе изучаются многослойные покрытия из чередующихся тонких плёнок SiO_2/Ta_2O_5 на подложке из плавленого кварца. Свойства тонких пленок существенно отличаются от свойств исходных объёмных материалов [2]. Что касается оптических свойств, то наблюдаемые значения показателей преломления и коэффициентов поглощения часто ниже или выше по сравнению с оптическими постоянными тех же самых объёмных материалов. Очень тонкие пленки (< 10 нм) могут иметь настолько отличные свойства, что применение к ним термина "оптические постоянные" становится проблематичным. Наблюдается зависимость коэффициента отражения Rот толщины плёнки, свойств поверхности подложки и зависящих от них структурных свойств плёнки. Для более толстых плёнок (>40 нм) зависимость от толщины быстро ослабевает.

При падении сфокусированного лазерного пучка на зеркальный объект, помимо отражения, наблюдается поглощение и рассеяние света:

$$L = A + S \tag{1}$$

$$R + T + L = 1 \tag{2}$$

A - коэффициент поглощения по мощности, S - коэффициент рассеяния, R - коэффициент отражения, T - коэффициент пропускания, L - коэффициент, характеризующий полные потери.

В работе [3] проводилась серия тщательно продуманных экспериментов по измерению теплового шума в многослойных диэлектрических покрытиях детекторов гравитационных волн. Авторы поставили задачу выяснить какой из трех различных источников механических потерь в покрытиях является доминирующим:

- межслойное трение между покрытием в целом и подложкой;
- трение между индивидуальными слоями многослойного покрытия;
- внутреннее трение в слоях SiO_2 или Ta_2O_5

Было однозначно доказано, что главным источником шумов в этих покрытиях являются пленки Ta_2O_5 . По данным [3] внутреннее трение в пленках Ta_2O_5 на порядок превосходит значения, измеренные для прочих источников.

Оксидные диэлектрические пленки, из которых изготавливают многослойные оптические покрытия, могут, в принципе, иметь аморфную, поликристаллическую или монокристаллическую структуру. Многослойные структуры из монокристаллических оксидов - гетероэпитаксиальные многослойные оксидные структуры пока изготавливаются в отдельных экземплярах для приложений в микроэлектронике. Для их применения в оптике пока отсутствует необходимая технологическая база. Поликристаллические оксидные пленки очевидно непригодны для создания высококачественной оптики из-за сильного рассеяния от поверхности с высокой шероховатостью и границами кристаллитных зерен и из-за повышенного поглощения света на границах зерен. Поэтому все реально применяемые многослойные диэлектрические оптические покрытия представляют собой исключительно аморфные пленки, очень слабо поглощающие или рассеивающие свет.

Кристаллическая структура осаждаемой оксидной пленки - аморфная или поликристаллическая, зависит от выбора вида технологического процесса осаждения (их существует сегодня очень много) и от параметров этого процесса, а также от последующих отжигов, если таковые проводятся. Меняя режимы выбранного технологического процесса можно получать как аморфную структуру оксидов, так и поликристаллическую, а также их смеси.

В работе [4] изучался фазовый состав и структура тонких пленок Ta_2O_5 , полученных методом послойного атомного осаждения (atomic layer deposition, ALD), в зависимости от режимов процесса. Были получены поликристаллические пленки Ta_2O_5 , в которых доминировала либо одна из следующих полиморфных модификаций кристаллической решетки оксида тантала: орторомбическая фаза или β - Ta_2O_5 , гексагональная фаза или δ - Ta_2O_5 , тетрагональная фаза или α - Ta_2O_5 , либо присутствовали их смеси, к тому же вкрапленные в аморфную матрицу.

Поскольку энергия, необходимая для фазового перехода между этими полиморфными модификациями не высока, в структуре аморфной пленки оксида могут изначально присутствовать все энергетически допустимые полиморфные модификации кристаллической решетки оксида, пусть только в зародышевом виде и только на расстоянии ближнего порядка.

Свойства плёнок также существенно зависят от метода их осаждения. В случае тонких плёнок, полученных методом физического осаждения в вакууме, свойства плёнок зависят от условий осаждения, таких как: давление остаточного газа, его состав и пространственное распределение, температура подложки, кинетическая энергия атомов осаждаемого материала, скорость осаждения, угол падения, топография поверхности подложки и т.д.

Один из самых современных методов напыления - метод плазменно-стимулированного осаждения [5]. В установке для процесса плазменно-стимулированного осаждения (PAD) используется источник плазмы (см. рис. 1). Для улучшения качества плёнки



Рис. 1: Метод плазменно-стимулированного осаждения [5].

на образец напыляют плазму, полученную из кислорода, проходящего через ВЧ разряд с полым катодом мощностью 100 Ватт. Была выбрана минимальная плотность плазмы, которая дает пленки с адекватной стехиометрией, но все же позволяет получить минимальную подвижность прибывающих молекул. Стехиометрия SiO₂ слоев оценивалась по измерению УФ пропускания отдельного слоя, осажденного на свидетеле из кварцевого стекла. Испарение кремния в реактивной окружающей среде без плазменного стимулирования приводит к субстехиометрическим SiO_x пленкам.

Плёнки полученные методом распыления часто показывают меньшие потери рассеяния, чем плёнки полученные методом испарения из-за их более плотной однородной микроструктуры и гладкой поверхности.

Было идентифицировано два класса поглощающих дефектов: узелковые дефекты и дефекты типа пятна, как показано на рис. 2. Узелковые дефекты сформированы зародышами дефекта типа брызг исходного материала под действием электронного пучка, хлопьев, отставших от поверхностей в вакуумной камере или порожденных дугообразованием, которые включаются в пленку в течение всего процесса осаждения. Дефекты типа пятна представляют новую морфологию дефекта, уникальную для этого процесса осаждения. Высота этих дефектов, измеренных с помощью атомносилового микроскопа, была чрезвычайно мала, порядка 50 нм. Пиковая высота, измеренная на дефекте составила 200 нм. Это на порядок величины меньше, чем наблюдается для узелковых дефектов, которые достигают 2.3 мкм. Боковая протяженность пятен весьма обширна - 100 мкм, поэтому эти дефекты имеют структуру



Рис. 2: Виды дефектов на многослойных покрытиях [5].

блина. Существенное количество брызг наблюдалось при испарении кремния. В сочетании с высоким углом осаждения (30-40 градусов), это позволяет предположить, что расплавленные брызги, которые скользят вдоль поверхности, служат вероятной причиной возникновения дефекта.

2.2 Классификация шумов в многослойных покрытиях

На сегодняшний день известно несколько видов шумов существующих в гравитационноволновых антеннах, происхождение которых связанно с многослойными диэлектрическими покрытиями зеркал этих антенн: тепловой шум, термоупругий шум и терморефрактивный шум. Рассмотрим подробнее, как проявляет себя каждый шум в зеркалах.

Тепловой шум представляет собой случайные колебания поверхности зеркала. Эти колебания связанны с тепловым движением молекул зеркала, которые приводят к случайному сдвигу фазы оптической волны, отражающейся от зеркала. Согласно флуктуационно-диссипационной теореме (ФДТ) [6], этот сдвиг будет тем больше, чем больше тангенс угла механических потерь в материале зеркала. Спектральная плотность поверхностных флуктуаций зеркала, усредненная по сечению гауссова пучка с радиусом перетяжки ω (определяемым по спаданию интенсивности в $\frac{1}{e^2}$ раз), определяется выражением:

$$S_B^{sub} = \frac{2k_B T \phi(f)(1 - \sigma_s^2)}{\pi^{\frac{3}{2}} Y_s \omega f}$$
(3)

где k_B - константа Больцмана, T - температура зеркала, $\phi(f)$ - угол потерь в подложке зеркала на частоте анализа f, σ_s - коэффициент Пуассона и Y_s - модуль Юнга подложки.

Потери в покрытии, также как и потери в подложке, порождают дополнительные флуктуации. Такие флуктуации могут быть существенно сильнее, чем шумы связанные с подложкой. Так получается даже несмотря на малую толщину покрытия, поскольку потери в материалах покрытия могут на много порядков превышать уровень акустических потерь в теле зеркала. Эффективный тепловой шум, связанный с покрытием определяется выражением [7],[8]:

$$S_B^{coat} = \frac{2k_B T \phi_{coat}(f)(1-\sigma^2)}{\pi^{\frac{3}{2}} Y_s \omega f}$$

$$\tag{4}$$

Термоупругий и терморефрактивный шумы возникают вследствие существования фундаментальных термодинамических флуктуаций. Если в материале зеркала выделить отдельные микрообъёмы ("шарики"), значение температуры в один и тот же момент времени будет отличаться от одного "шарика" к другому тем больше, чем меньше их объем. Из-за эффекта теплового расширения это приведет к тому, что на поверхности зеркала все время будут появляться и исчезать "бугорки" и "впадины", что, в свою очередь, приведет к дополнительному дрожанию фазы отраженного от зеркала пучка - термоупругому шуму. Кроме того, от локальной температуры зависит локальный показатель преломления, флуктуации которого изменяют среднюю по поверхности эффективную толщину отражающего слоя, и как следствие, фазу отраженной волны. В работе [9] считается, что флуктуации температуры в подложке зеркала, которые вследствие теплового расширения трансформируются во флуктуации поверхности, должны порождать дополнительный механический шум. С помощью подхода ФДТ и метода ланжевеновских флуктуационных сил для анализа тепловых корреляционных функций, близкого к тому, который был ранее разработан в работах [10], [11], показано, что этот добавочный шум можно интерпретировать как шум, порождаемый термоупругими потерями:

$$S_{TE}^{sub} = \frac{4k_B T^2 \alpha_s^2 (1+\sigma_s)^2 k_s}{\pi^{\frac{5}{2}} (C_s \rho_s)^2 \omega^3 f^2}$$
(5)

где α_s - коэффициент теплового расширения, C_s - удельная теплоемкость, k_s - теплопроводность и ρ_s - плотность подложки.

Термоупругий шум покрытия аналогичен шуму в подложке, но он обеспечивается тепловым расширением покрытия или, с другой точки зрения, - термоупругими потерями в покрытии [11],[12].

Следует заметить, что все рассмотренные эффекты являются источниками стационарных шумов, спектральная плотность которых не зависит от времени.

В данной работе предполагается, что возможно существование новых механизмов, связанных со свойствами зеркал, способных вызывать как стационарные, так и нестационарные шумы в гравитационно-волновых детекторах. Один из них имеет сходство с дробовым шумом, который можно представить как последовательность случайных импульсов. "Дробовой" шум в нашем предположении связан со спонтанной релаксацией внутренних напряжений в покрытии зеркала, которые появляются при напылении.

Другим возможным механизмом можно считать возникновение предвестников оптического пробоя. Предвестники оптического пробоя - это процессы спонтанного образования и развития локальных каскадов ионизации. Под действием сильного оптического поля (а так же внешних факторов, например, космического излучения) в поверхностном слое могут появляться свободные электроны. Разгоняясь под действием поля, такой электрон ионизирует соседние атомы. Вследствие этого резко возрастает нагрев в этой области и происходит ее "вспучивание".

Очевидно, что оба этих процесса наиболее вероятны в тех областях, где энергия связи атомов и энергия их ионизации меньше, чем в среднем по объему, то есть в неоднородностях, количество, размеры и характер которых можно изучать, исследуя пространственное распределение прохождения и рассеяния света.

2.3 Экспериментальные методы исследования прохождения, рассеяния и поглощения в покрытиях

Понимание механизмов потерь имеет первостепенное значение для развития тонкоплёночных систем. Такая информация помогает улучшать оптическое качество компонентов и может существенно повысить сопротивление повреждениям тонких плёнок в случае применения мощных импульсных лазеров.

В работе [13] исследовали пространственное распределение поглощения и потерь рассеяния на дефектах в многослойных покрытиях. Особенностью этой работы было исследование пространственного распределения потерь для разных масштабов путем вариации исследуемых масштабных окон при сохранении пространственного разрешения. Пространственные окна могли варьироваться от микронных размеров для изучения микродефектов до сантиметровых областей, на которых можно проверять однородность потерь. Эксперимент требовал только одной калибровки, и юстировки для всех масштабов. В этих условиях величины поглощения (или рассеивания) в различных масштабах можно сравнить с высокой точностью.

В качестве источника накачки использовался аргоновый лазер с длиной волны 514 нм, излучение которого фокусировалось на образце линзами с различными фокусными расстояниями. Диаметр гауссовского луча на поверхности образца, от которого зависит пространственная разрешающая способность, находился в интервале от 3 до 100 мкм. Порог детектирования при отображении составлял 0.1 ррт для поглощения и 0.01 ррт для рассеивания.

Было показано, что можно использовать мультимасштабное отображение дефектов для того, чтобы оценить качество очистки подложки, которое не идентично на микронных и сантиметровых масштабах.

Отображения поглощения и рассеяния не являются коррелированными ни до, ни после очистки. Чувствительность к дефектам у поглощения лучше, чем у рассеяния, и его и надо, в основном, использовать в дальнейшем. Для измерения поглощения был использован метод фототеплового отклонения. Этот метод представляет собой самостоятельный интерес, поэтому опишем его более подробно.

Один из самых чувствительных методов обнаружения тепловых волн - техника фототепловой деформации [15], схематическая диаграмма которой показана на рис. 3.

Эта схема обнаружения использует модулируемый лазерный луч, который называют пучком накачки или нагревающим пучком, чтобы возбудить тепловые волны. Обнаружение тепловых волн достигается использованием второго лазерного пучка, который называют пробным и который отражается от поверхности образца. Пробный



Рис. 3: Схема обнаружения фототепловой деформации поверхности образца.

пучок контролирует наклон деформации поверхности, вызванной тепловым расширением. Так как пучок накачки модулируется, наклон деформации, и, следовательно, направление отраженного пробного пучка, также модулируется. Угол отклонения пучка, как показано на рис. 3, обнаруживается квадрантным детектором, который делает запись компонентов отклонения в обоих направлениях - нормальном и параллельном поверхности образца. Полученные сигналы подают на пару синхронных усилителей, которые селективно усиливают переменную часть сигнала. Лучи лазера накачки и пробного лазера обычно фокусируют к малым размерам (порядка десятков мкм). Путем сканирования создается двумерное изображение пространственно разрешенных фототепловых откликов образца, которое содержит информацию о свойствах поверхностных и приповерхностных слоев.

Еще один метод обнаружения тепловых волн - метод миража (рис. 4). В нем используется физическое явление зависимости коэффициента преломления воздуха от температуры и плотности. Метод использует модулируемый лазерный луч, чтобы генерировать тепловые волны, как и в случае метода фототепловой деформации. Если образец помещен в воздух, периодическое изменение температуры на поверхности образца вызывает периодический нагрев воздуха около горячей области и, следовательно, изменяет коэффициент преломления в оптическом пути пробного лазерного пучка. Пробный луч скользит или отклоняется от горячей области над поверхностью образца. Выходной сигнал - периодическое угловое отклонение пробного пучка, которое обнаруживается таким же способом как и в схеме фототепловой деформации.

Следующий метод обнаружения тепловых волн - тепловое линзирование. Его схема представлена на рис. 5. Если луч накачки и пробный луч установлены коллинеарно (соосно), то сигнала отклонения луча не будет. Вместо этого, изменение про-



Рис. 4: Описание методики миража ("поперечное" фототепловое отклонение).

филя показателя преломления, произошедшее из-за локального нагревания около оси пучка накачки, будет действовать как линза, которая будет расфокусировать или фокусировать лазерные лучи, в зависимости от того, отрицательна ли производная показателя преломления относительно температуры или положительна. Так как требуются лишь малые изменения в коэффициенте преломления, чтобы произвести измеримый эффект тепловой линзы, то тепловое линзирование стало широко используемым методом измерения поглощения во многих типах материалов. Однако чувствительность большинства методов теплового линзирования ниже, чем метод фототеплового отклонения пучка.

В эксперименте для техники теплового линзирования, эффект тепловой линзы измеряют, помещая фотодетектор с маленькой апертурой на пути пробного луча и измеряя изменения интенсивности в дальней зоне в центре пробного луча. Подобный метод обнаружения также используется в недавно представленном эффекте поверхностного теплового линзирования. В методе поверхностного теплового линзирования, экспериментальная схема похожа на схему для метода фототепловой деформации, показанную на рис. 3, за исключением того, что пробный лазер имеет такой же или больший размер пучка на поверхности образца, чем пучок накачки. Так как поверхностная тепловая деформация искажает фронт импульса пробного луча похожим образом, как и тепловая линза конечного размера, то схема обнаружения упоминается поэтому как поверхностное тепловое линзирование Surface Thermal Lensing (STL). Поверхностные тепловые линзы могут создать либо фототепловое расхождение (расфокусирующее), либо фототепловую конвергенцию - (фокусирование) или сложные интерференционные полосы, в зависимости от конкретной геометрии, используемой в схеме обнаружения [14].

Одно важное преимущество техники поверхностного теплового линзирования со-



Рис. 5: Описание методики теплового линзирования для "коллинеарного" фототеплового отклонения.

стоит в том, что она объединяет чувствительность метода фототепловой деформации и простоту традиционной схемы обнаружения теплового линзирования. Продемонстрировано, что STL - мощный инструмент для фототеплового определения характеристик слабо поглощающих оптических тонких пленок.

Следует отметить, что методики фототеплового отображения поверхностей и дефектов на них продолжают развиваться. Сегодня уже существуют фототепловые микроскопы, которые создают фототепловые изображения поверхности с помощью многопиксельных матриц, что позволяет на порядки сократить время сбора информации по сравнению с описанными выше методиками [16].

2.4 Влияние отжига на структуру и порог лазерного повреждения

Пример экспериментальных измерений порога устойчивости к лазерным повреждениям многослойных диэлектрических покрытий на основе Ta_2O_5/SiO_2 описан в работе [17]. Также в ней приведены результаты исследований по влиянию отжига на структуру и поглощательную способность плёнок Ta_2O_5 .

В этой работе многослойная структура Ta_2O_5/SiO_2 была отожжена в воздухе при температурах от 100°C – 400°C. Микроструктура образцов изучалась с помощью дифракции рентгеновских лучей (X-ray diffraction, XRD). Поглощение в многослойных структурах было измерено методом поверхностного теплового линзирования (STL). Порог разрушения, вызванного лазерным излучением (Laser-Induced Damage Threshold, LIDT), был оценен при использовании импульсного лазера с длиной волны 1064 нм при длительности импульса 220 мс.

Лазер был сфокусирован, чтобы обеспечить в дальней зоне круглый гауссовский пучок диаметром 0.53 мм на уровне e^{-2} максимальной интенсивности. Образец был установлен на прецизионный трехкоординатный столик, которым управляет шаговый двигатель. Лазерная энергия, которая использовалась, чтобы повредить образец, получена регулированием аттенюатора. Энергия импульса была измерена на выделенной части пучка. Для контроля испытаний и измерения рассеяния использовался Не-Ne лазер. Начало повреждения обнаруживалось в оптический микроскоп. Порог разрушения, вызванного лазерным излучением, был определен как плотность энергии падающего импульса (Дж/см²), при которой повреждение происходит с 50%-ой вероятностью.

Образцы были разделены на восемь групп. Они отжигались до определённой температуры в зависимости от группы. Группа 1 не отжигалась. Для групп 2 - 8, температура отжига изменилась от $100^{\circ}C$ до $400^{\circ}C$ с шагом $50^{\circ}C$. Спектры коэффициента пропускания образцов были измерены после отжига.

Спектры пропускания зеркал постепенно сдвигались в область более длинных волн по мере роста температуры отжига.

Поглощательная способность образцов после отжига резко уменьшается. Порог повреждения образцов увеличивается постепенно с ростом температуры отжига. Порог лазерного повреждения медленно возрастает с увеличением температуры отжига в диапазоне от $100^{\circ}C$ до $200^{\circ}C$, затем происходит сильное увеличение порога при температуре отжига $250^{\circ}C$. При $300^{\circ}C$, все еще заметен большой рост LIDT. Но дальнейший отжиг при температурах выше, чем $300^{\circ}C$ не увеличивает LIDT образцов столь же сильно. Чтобы исследовать кристаллическую структуру образца до и после отжига при различных температурах, использовалась дифракция рентгеновских лучей. Найдено, что никакие пики дифракции не появились после отжига. Широкая двойная структура сместилась после отжига, но дальнейший сдвиг при температурах выше 100°*C* не был замечен.

Из анализа дифракции рентгеновских лучей следует, что центральная длина волны образцов сдвигается после отжига в область более длинных волн, но кристаллическая структура образцов остается неизменной. Слои поглощают кислород в ходе отжига, что может вызвать изменение в плотности и оптических свойствах слоя. В этом заключается причина изменения длины волны в образцах.

Процесс в целом может быть описан следующим образом: температура ниже $250^{\circ}C$ не достаточна для того, чтобы слои смогли поглотить необходимое для соблюдения стехиометрии количество кислорода, поглощательная способность все еще относительно высока, LIDT растет медленно; затем поглощательная способность сильно уменьшается из-за лучшей стехиометрии и LIDT резко возрастает в диапазоне температур $200^{\circ}C - 300^{\circ}C$; в диапазоне температур от $350^{\circ}C$ до $400^{\circ}C$ вакансии кислорода насыщены, и поглощательная способность почти достигает минимума, поэтому LIDT дальше растет слабо.

Большинство пленок могут иметь значительное число вакансий кислорода, который вызывает относительно более высокую поглощательную способность пленок. Отжиг - эффективная мера, чтобы заполнить вакансии кислорода и снизить поглощательную способность образцов. При сравнении порога разрушения и поглощательной способности первых трех групп, установлено хорошее соответствие, при котором образец с высокой (низкой) поглощательной способностью будет иметь низкий (высокий) LIDT. Из результатов измерения порога разрушения всех образцов, мы можем видеть его последовательное увеличение. Возможно, что увеличение LIDT других образцов также вызвано уменьшением поглощательной способности.

3 Моделирование распространения тепловых волн в покрытии и подложке

3.1 Тепловые волны

Для понимания процессов, происходящих при взаимодействии лазерного излучения с многослойным покрытием, необходимо построить математическую модель пространственного распределения температуры в такой системе.

Пусть в среде создан зависящий от времени источник тепла. Тогда возникает процесс изменения тепловых полей в материале и окружающей среде. Изменяющиеся температурные поля обычно упоминаются как температурные волны.

Математически процесс проводимости тепла в однородном, изотропном материале твердого тела описывается уравнением теплопроводности:

$$\Delta T(r,t) = \frac{1}{a} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t},\tag{6}$$

где $a = k/\rho C$ - коэффициент температуропроводности, k - коэффициент теплопроводности, ρ - плотность, - удельная теплоемкость материала.

Тепловые волны представляют собой специальный класс решений уравнения теплопроводности, который существует, если источник тепла является периодическим во времени. В простом одномерном случае, когда периодический источник тепла с частотой ω действует на поверхность образца, тепловая волна может быть выражена в форме:

$$T(r,t) = T_0 e^{\frac{-x}{\mu}} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)$$
(7)

где μ - длина тепловой диффузии, определенная как $\mu = 2\sqrt{\left(\frac{a}{\omega}\right)}$, и λ - длина тепловой волны, определенная как $\lambda = 2\pi\mu$.

Уравнение (7) показывает, что тепловая волна имеет две важные особенности. Первая: амплитуда тепловой волны спадает по экспоненте, и длина тепловой диффузии μ определяет скорость спада тепловой волны по мере ее проникновения в образец. Так как длина диффузии обратно пропорциональна квадратному корню частоты, глубина проникновения тепловых волн уменьшается с увеличением частоты.

Вторая важная особенность тепловой волны - то, что скорость её распространения $v = (\sqrt{2\omega a})$ сильно зависит от частоты. Увеличение частоты тогда будет вести к увеличению скорости тепловой волны. Комбинация двух этих особенностей тепловых волн делает их особенно важными для характеристики нагрева тонкопленочных покрытий и для определения профиля их температуры по глубине.

3.2 Одномерная задача

Для определения параметров установки, необходимо знать пространственное распределение температуры в образце.

Рассмотрим одномерную задачу для одного слоя Ta_2O_5 на подложке из плавленого кварца SiO_2 . Теплопроводность Ta_2O_5 велика по сравнению с теплопроводностью SiO_2 , поэтому значительная часть тепла распространяется вдоль поверхности слоя. Поэтому будем считать, что источники тепла расположены на поверхности слоя и зададим их δ -функцией. В начальный момент времени температура слоя и в подложке одинакова. На границе слоя и подложки выполняется условие непрерывности тепловых потоков, что выражается равенством производных температур слоя и подложки по координате в точке их соприкосновения. Также мы считаем, что отсутствует теплообмен между слоем и окружающей средой. В нашем приближении подложка полубесконечная, и ее температура на бесконечности стремится к нулю.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t) = \frac{W}{\rho C} \delta(x) e^{i\omega t}$$
(8a)

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \tag{8b}$$

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=d} = -\lambda_2 \left. \frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x} \right|_{x=d}$$
(8c)

$$u_1(x,0) = u_2(x,0), u_2(+\infty,t) \to 0, 0 \le x < +\infty$$
(8d)

 u_1 - температура в слое, u_2 - температура в подложке, W - мощность источника, ρ - плотность, C - коэффициент теплопроводности, ω - частота модуляции источника, d - толщина слоя.

Мы считаем, что средняя температура в нагретой области постоянна. Будем считать, что глубина модуляции пробного луча накачки 100%, и время тепловой релаксации нагретой области много меньше времени, чем период модуляции:

$$\tau = \sqrt{\frac{k}{\rho C}} = 9 \cdot 10^{-4} \mathrm{c} \tag{9}$$

где k- коэффициент теплопроводности SiO_2 , ρ - плотность SiO_2 , C - теплоёмкость SiO_2 .

Получено пространственное распределение температуры в слое и подложке. На рис. 6 представлена зависимость температуры в слое от глубины при частоте модуляции 10 кГц.

В подложке зависимость температуры от глубины посчитана для толщины подложки от d до 5d при частотах 1 кГц и 10 кГц (см. рис. 7).



Рис. 6: Зависимость температуры в слое Ta_2O_5 от глубины при частоте модуляции 10 кГц.



Рис. 7: Зависимость логарифма температуры в подложке *SiO*₂ от глубины при частотах модуляции 1 кГц (верхняя кривая) и 10 кГц (нижняя кривая).



Рис. 8: Зависимость логарифма температуры в слое Ta_2O_5 от частоты модуляции при глубине 0, 5d.

Зависимость логарифма температуры от частоты модуляции при толщине слоя 0,5d показана на рис. 8. В подложке такая же зависимость (см. рис. 9) построена для нескольких глубин: 1,1d, 10d, 20d. С увеличением частоты тепловые волны хуже проникают в подложку.

При решении одномерной задачи был отработан математический аппарат решения уравнения теплопроводности с помощью функций Грина. В Maple построена теоретическая модель распределения тепла. Выполнен расчет для покрытия Ta_2O_5 толщиной 10 мкм на полубесконечной подложке из SiO_2 . Результаты полностью согласуются с качественными представлениями распространения тепловых волн.



Рис. 9: Зависимость логарифма температуры в подложке SiO₂ от частоты модуляции при глубине 1, 1*d* (верхняя кривая), 10*d* (средняя кривая), 20*d* (нижняя кривая).

3.3 Трехмерная задача

Решение трехмерной задачи позволяет оценить глубину нагревания образца и радиальное распределение температуры в покрытии и подложке.

Считаем, что на покрытие падает гауссов пучок. Тогда в правой части уравнения теплопроводности функция источника запишется следующим образом.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \Delta u = \frac{W}{\rho C} e^{i\omega t} \delta(x) \frac{1}{\pi r_0^2} exp(-\frac{y^2 + z^2}{r_0^2})$$
(10)

Граничные условия:

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \tag{11}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \bigg|_{x=d} = \lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \bigg|_{x=d}$$
(12)

Начальные условия:

$$u_1(x, y, z, o) = u_2(x, y, z, o), u_2(\infty, t) = 0$$
(13)

Данная задача решается методом Лапласа. В дальнейшем она будет доведена до численного ответа, что поможет рассчитать необходимые параметры установки.

4 Экспериментальные исследования многослойных покрытий

4.1 Экспериментальная установка для измерения прохождения и рассеяния

В данной работе описана экспериментальная установка (см. рис. 10) для тестирования многослойных покрытий и исследования их дефектной структуры, позволяющая одновременно измерять интенсивность прошедшего и рассеянного света.

В качестве образцов использовались: пластинки из плавленого кварца, толщиной 100 мкм с напылением 20 чередующихся четвертьволновых слоев Ta_2O_5/SiO_2 , диэлектрические зеркала с напылением 40 слоев Ta_2O_5/SiO_2 на суперполированной подложке 1" SiO_2 и зеркала с покрытием Ta_2O_5/SiO_2 на суперполированной подложке 0,5" SiO_2 допированые Ti.

Экспериментальная установка создана для многослойных покрытий, имеющих максимальный коэффициент отражения на длине волны $\lambda = 1.06$ мкм. В качестве источника излучения использовался Nd:YAG лазер Light Wave 1064-100 мощностью 100 мВт. Образец и линзы находились в вакуумной камере, откачанной до 10^{-4} Topp. Для достижения высокой чувствительности к вариациям коэффициента пропускания T в случае, когда его средняя величина достаточно мала ($10^{-2} \div 10^{-5}$), использовалась технология модуляции-демодуляции. Лазерный пучок модулировался сигналом с частотой 10 кГц посредством акустооптического модулятора, а выходной сигнал фотодетектора подавался на синхронный детектор. Полоса пропускания фильтра составляла 2 кГц и определялась максимальной скоростью сканирования (примерно 1мс на точку), которая, в свою очередь, ограничивалась наличием механических резонансов в конструкции крепления и позиционирования образца.

Фокусировка пучка производилась с помощью асферической оптики, что позволяло получить размер фокального пятна близкий к дифракционному пределу.

Перемещение образца производилось при помощи пьезокерамической подачи (по оси Y) и прецизионных шаговых двигателей (по оси X и вдоль оптической оси (Z) для точной фокусировки). Подача обеспечивала ограниченный диапазон перемещений (10 мкм), но большую скорость и отсутствие люфта, в то время, как диапазон перемещения двигателей составлял 2,5 см. Движение передавалось в камеру через гибкий сильфон. Точность позиционирования составляла 0.5 -1 мкм и ограничивалась деформациями крепления.

Прошедшее излучение регистрировалось фотодетектором, сигналы с выхода которого через АЦП поступали в компьютер. Разрешающая способность детектора про-



Рис. 10: Экспериментальная установка.

шедшего света составила примерно 1% и определялась техническими шумами усилителя и АЦП. Точность измерения коэффициента пропускания составляла 1-2 % для зеркал с $T = 10^{-4}$.

В качестве детектора рассеянного света использовался фотоэлектронный умножитель, который регистрировал часть света, рассеянного обратно под углом около 45° от оптической оси. Точность измерения относительных изменений рассеяния *S* составляла 0.5-1%. Основным фактором, ограничивающим точность, были флуктуации, возникающие при перемещении образца. Они связаны с попаданием в детекторы света, рассеянного на задней поверхности образца, фокусирующих линзах и стенках камеры.

Скорость сканирования определялась временем реакции пьезокерамической подачи и составляла примерно 5 минут на полосу образца 500 × 10 мкм. С помощью ССD камеры осуществлялся контроль и коррекция фокусировки. Специальная программа в среде LabView позволяла автоматически сканировать образец и обрабатывать полученную информацию.

Особенностью нашей установки является высокое пространственное разрешение (близкое к дифракционному пределу ≈ 1 мкм) и большая максимальная плотность мощности до 300 кВт/см². Мощность падающей волны составляет 30-100 мВт, прошедшей - порядка 0.03 % от падающей.



Рис. 11: Модифицированная установка для измерения поглощения.

4.2 Модифицированная установка для измерения поглощения

Для измерения коэффициента поглощения описанная в п. 4.1 установка была модифицирована (рис. 11). Использовалась схема фототепловой интерферометрии, аналогичная схеме "коллинеарного" теплового линзирования (см. рис. 5). В этой схеме используются два лазера: Nd:YAG лазер накачки с мощностью до 100 мВт и пробный He-Ne лазер мощностью 1 мВт.

Луч накачки модулируется с помощью акустооптического модулятора. Таким образом, создается источник тепла, зависящий от времени. Частота должна быть много меньше обратного времени релаксации образца.

При нагревании покрытия изменяется его показатель преломления (для $Ta_2O_5 \frac{\partial n}{\partial T} \simeq 10^{-5}$). Вследствие этого в нагретом слое скорость распространения света также изменяется. Изменение показателя преломления, ведет к изменению фазы:

$$\Delta \varphi = kL \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T \tag{14}$$

где k - волновой вектор, L - длина нагретой области, n - коэффициент преломления, T - температура.

Излучение лазера накачки сфокусировано на покрытии, и величина перетяжки составляет 1 мкм. Пробный луч имеет радиус > 2 мкм в фокусе луча накачки. По-



Рис. 12: Изменение фазы оптической волны.

этому излучение пробного лазера захватывает нагретую и не нагретую область одновременно. Это приводит к искажению волнового фронта пробного луча. Система специальных линз фокусирует пучок He-Ne лазера на фотодетекторе таким образом, что бы разные части волнового фронта интерферировали между собой (см. рис. 12).

Детектор регистрирует разность фаз света, пришедшего через нагретую и не нагретую области покрытия. Если свет от разных областей приходит в противофазе, то интерференция наиболее эффективна. Она возникает между центральным искаженным пятном и внешней неискаженной кольцевидной областью. Изменение фазы на $\pi/2$ возникает при разности оптических путей $\lambda/4$. Фотодетектор пробного лазера подключен к синхронному детектору. В качестве опорного сигнала используется сигнал, модулирующий лазер накачки. Минимально обнаружимая разность фаз ограничивается дробовым шумом. Дисперсия дробового шума зависит от оптической частоты и от мощности пробного пучка.

Коэффициент поглощения можно найти по формуле:

$$\alpha = C \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\lambda}{L} \frac{w_0^2}{W_p} \frac{\partial \Delta I}{\partial I}$$
(15)

где *C* - константа калибровки, *n* - коэффициент преломления, *T* - температура, *L* - длина эффективной интерференции, *w*₀ - радиус пучка накачки, *W_p* - мощность пучка накачки, *I* - ток на фотодетекторе. Константа *C* может быть определена, если использовать калибровочный образец с известным коэффициентом поглощения.

Было проведено измерение перетяжки лазерного пучка в зависимости от фокусного расстояния. Вместо образца в камеру поместили нож - стальное лезвие, непроницаемое для лазерного излучения. С помощью микроскопа образец установили в окрестности фокуса. Дальше производилось вертикальное перемещения ножа и выбирался такой участок, на котором фотодетектор зарегистрировал наиболее резкое изменение интенсивности лазерного пучка.

Таким образом, размер перетяжки составил 1 мкм. Это подтверждает оригинальность созданной установки, состоящую в высоком пространственном разрешении при сканировании образца.

Поскольку в данной схеме первая фокусирующая линза в вакуумной камере имеет дисперсию, фокусы двух лазерных пучков находятся в разных точках по оси z. Чтобы иметь возможность изменять положение фокуса пробного пучка, использовалась дополнительная линза. Она позволяет менять расходимость пробного пучка и в небольших пределах изменять положение его фокуса.

Особая проблема при использовании фототепловых методов измерения поглощения - точность калибровки [19]. Обычно для этой цели используется калибровочный образец тонкой пленки, который осажден на ту же самую подложку, что и тонкие пленки, которые будут изучать. Процедура калибровки основывается на предположении, что фототепловой сигнал S образца тонкой пленки с поглощением α удовлетворяет соотношению $S = C_0 \alpha$. Здесь C_0 - константа пропорциональности, которая зависит только от экспериментальных параметров и не зависит от оптических и тепловых свойств образцов тонких пленок, что справедливо при условии, что толщина пленки достаточно мала по сравнению с длиной тепловой диффузии. Таким образом, выполняя фототепловое измерение на калибровочном образце с теми же самыми параметрами, и сравнивая с ним результат измерения исследуемого тонкопленочного покрытия, поглощение в образце покрытия может получить из простой формулы:

$$\alpha = \left(\frac{S}{S_0}\right)\alpha_0\tag{16}$$

где S₀ и α_0 - фототепловой сигнал и известное поглощение калибровочного образца, соответственно.

В настоящий момент времени модифицированная установка собрана и находится в стадии отладки.

5 Полученные результаты

С помощью описанной выше установки измерены зависимости коэффициента пропускания (см. рис. 13) и относительной величины рассеяния (см. рис. 14) от координат на поверхности. Обнаружены области с характерными размерами от 3 до 20 мкм, в которых отличие коэффициентов пропускания и/или рассеяния от своих средних значений составляло от 1% до 1,5-2 раз, как в большую, так и в меньшую сторону.

Мы изучали влияние очистки образцов на результаты исследований. Использовалась ультразвуковая очистка ацетоном и метанолом. Также мы использовали "снежную" CO^2 -пушку, которая распыляла охлажденную до - $80^{\circ}C$ углекислоту. Этот способ очистки давал хорошие результаты, причём его можно было использовать, когда образец установлен в камере. Мы проводили измерения до и после очистки для доказательства того, что исследуемые дефекты не являются загрязнениями поверхности.



Рис. 13: Зависимость коэффициента пропускания от координат на поверхности.

С помощью описанной выше установки было исследовано влияние излучения высокой мощности на образцы. Облучение участка поверхности образца проводилось за времена от 10⁻³ с до 30 мин. Плотность мощности составляла 300 кВт/см² (при мощности 15 мВт). В пределах погрешности измерений не было обнаружено изменений коэффициентов пропускания и рассеяния.

Была построена таблица результатов измерений для всех исследуемых образцов (см. рис. 15). В ней приведены полная площадь сканирования и максимальные отклонения коэффициентов пропускания и рассеяния от средних значений. Для пяти разных образцов Ta_2O_5/SiO_2 на пластинках в 100 мкм были измерены распределения коэффициентов пропускания и рассеяния. Всего было просканировано 85 полос, их общая площадь составила 0,5 мм². Некоторые полосы сканировались многократ-

S, отн. ед.



Рис. 14: Зависимость относительной величины рассеяния от координат на поверхности.

но, до и после повторной очистки, для проверки повторяемости результатов. Всего обнаружена 81 область, в которых значение коэффициентов пропускания и/или рассеяния отличается от своих средних значений. Назовём такие области аномальными. Их общая площадь составила 0,008 мм² или 1,5% от общей обследованной площади. Примерно в 20% аномальных областей, в которых пропускание отличалось от среднего, рассеяние превышало среднее по образцу значение. В 9 аномальных областях, в которых рассеяние значимо отличалось от средней величины, отклонение коэффициента пропускания не превысило 1%. Повторная очистка не влияла на эти области. Напротив, пылинки, которые так же наблюдались в эксперименте в виде точек размером менее 5 мкм с большим (в 2 и более раз превышающем среднее значение) рассеянием, исчезали после промывки.

	Та ₂ O ₅ /SiO ₂ на пластинках 100 мкм T=5x10 ⁻³	Ta_2O_5/SiO_2 на суперполированной подложке 1" SiO2. $T=1x10^4$ (подготовлены LIGO Lab)	$\begin{tabular}{lllllllllllllllllllllllllllllllllll$
Полная площадь сканирования	0.5 мм ² (85 полос)	0.1 мм ² (20 полос)	0.3 мм ² (62 полос)
Число наблюдаемых дефектов	81	7	18
Площадь дефектов (% от сканированной площади	0.008 мм ² (1.5%)	0.0006 мм ² (0.6%)	0.002 мм ² (0.6%)
Максимальное отклонение коэффициента пропускания от среднего значения	60%	70%	30%
Максимальное отклонение коэффициента рассеяния от среднего значения	220%	30%	90%

Рис. 15: Сводная таблица результатов измерений для всех образцов.

Построена зависимость распределения числа пятен от коэффициента пропускания для зеркал Ta_2O_5/SiO_2 допированых Ті на суперполированной подложке 0.5" SiO_2 . Результаты представлены в виде гистограммы (см. рис. 16).

Основываясь на результатах измерений, можно сделать оценку максимально возможного дополнительного нагрева в дефектных областях. Рассмотрим области, в которых пропускание было на 10% меньше среднего ($T = 4, 5 \cdot 10^{-3}$ вместо $5 \cdot 10^{-3}$), а избыточное рассеяние не наблюдалось. Можно предположить, что излишек энергии ($5 \cdot 10^{-4}$ от падающей волны) поглощался дефектом. В случае когда коэффициент пропускания в пятне понижается из-за дополнительного поверхностного поглощения, возможно оценить верхний предел для нагрева дефекта в AdvLIGO. Согласно [18] в пределе, когда коэффициент теплопроводности покрытия k_f много больше, чем у подложки, изменение температуры в центре фокального пятна:

$$\Delta T_0 = \frac{W_a ds}{2\sqrt{\pi}k_f d} \simeq 0.06 \mathrm{K} \tag{17}$$

(В нашем случае $W_{ads} = 25$ мкВт - поглощенная мощность, $k_f = 33 \frac{B_T}{MK}$ - коэффициент теплопроводности Ta_2O_5 , $d = 10^{-6}$ м - характерный размер дефекта.



Рис. 16: Зависимость распределения числа пятен от коэффициента пропускания для зеркал Ta_2O_5/SiO_2 допированых Ti.

Такой слабый нагрев не может стать причиной ухудшения чувствительности интерферометров, использующих такие зеркала. Можно также отметить, что поскольку суммарная площадь обнаруженных дефектов не превышает 2% от площади зеркала, их влияние на резкость резонаторов с такими зеркалами может быть пренебрежимо мало, если площадь светового пучка на зеркале достаточно велика. В тоже время, для пучков с малым поперечным сечением (менее 20 мкм на зеркале) возможно значительное падение резкости.

6 Выводы

- Разработана методика диагностики многослойных отражающих покрытий с высоким пространственным разрешением (≈ 1мкм) и высокой плотностью мощности до (300 кВт/см²).
- 2. Собрана и отлажена автоматизированная экспериментальная установка для измерения прохождения и рассеяния в многослойных покрытиях. Точность измерения вариаций коэффициента пропускания составила 0.5 ÷ 2% (для зеркал с T= 10⁻⁴). Точность измерения вариаций коэффициента рассеяния в заданный телесный угол - 0.5 ÷ 1%.
- Получены пространственные распределения коэффициентов прохождения и рассеяния для образцов зеркал с покрытием Ta₂O₅/SiO₂ (допированых Ti и недопированых). Обнаружены области с аномальным рассеянием и пропусканием.
- Сделана оценка максимально возможного дополнительного нагрева в дефектных областях. Показано, что такой нагрев составляет ΔT₀ ≈ 0.06K и не может стать причиной ухудшения чувствительности интерферометров, использующих такие зеркала.
- Собрана установка для измерения поглощения в многослойных покрытиях. Использована методика фототепловой интерферометрии с коллинеарным расположением пучка накачки и пробного пучка.
- 6. Построена модель распределения температуры в однослойном покрытии для одномерного случая. Сделан расчет распределения тепла от координаты и частоты модуляции для покрытия Ta₂O₅ на подложке из SiO₂. Выполнена постановка задачи для трехмерного случая.

7 Приложение

Постановка одномерной задачи о распределении тепла в покрытии Ta_2O_5 и подложке SiO_2 .

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t) = \frac{W}{\rho c} \delta(x) e^{i\omega t}$$
(18a)

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \tag{18b}$$

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=d} = -\lambda_2 \left. \frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x} \right|_{x=d}$$
(18c)

$$u_1(x,0) = u_2(x,0), u_2(+\infty,t) \to 0, 0 \le x < +\infty$$
 (18d)

Если перейти к частотному представлению $u(x,t) = u(x,w)e^{i\omega t}$, тогда

$$i\omega u(x,\omega) - a^2 \frac{\partial^2 u(x,\omega)}{\partial x^2} = f(x) = \frac{W}{\rho C} \delta(x), \qquad (19a)$$

 $0 \le x < +\infty \tag{19b}$

Определим функцию Грина [20] для этого уравнения следующим образом:

$$u(x,\omega) = \int_0^{+\infty} G(\omega, x', x) f(x') dx'$$
(20)

Тогда

$$i\omega G(\omega, x', x) - a^2 \frac{\partial^2 G(\omega, x', x)}{\partial x^2} = \delta(x - x'), \qquad (21a)$$

$$0 \le x < +\infty \tag{21b}$$

После подстановки $G(\omega, x', x) = G(\omega, x')e^{ikx}$ и $\delta(x - x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(x-x')}$ получим:

$$G(\omega, x', x) = \frac{1}{2\pi a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 - \gamma^2} dk + C^+(\omega, x')e^{\gamma x} + C^-(\omega, x')e^{-\gamma x}$$
(22)

где

$$\gamma^2 = -\frac{i\omega}{a^2} \tag{23}$$

Требованиям задачи удовлетворяет $\gamma > 0$:

$$\gamma = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\omega}}{a} \tag{24}$$

В общем случае, функция Грина представляет собой сумму функции источника и двух тепловых волн, бегущих в противоположных направлениях. Ведем обозначения для интегралов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 - \gamma^2} dk = F(\omega, x', x, \gamma)$$
(25)

Таким образом $F(\omega, x', x, \gamma)$ является функцией источника тепловых волн.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ike^{ik(x-x')}}{k^2 - \gamma^2} dk = \frac{\partial F(\omega, x', x, \gamma)}{\partial x} = F'(\omega, x', x, \gamma)$$
(26)

$$\Psi(\omega, x', \gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ike^{-ikx'}}{k^2 - \gamma^2} dk$$
(27)

Тогда функция Грина для покрытия и подложки запишется следующим образом:

$$G(\omega, x', x, \gamma_1) = \frac{1}{2\pi a_1^2} F(\omega, x', x, \gamma_1) + C_1^+(\omega, x') e^{\gamma_1 x} + C_1^-(\omega, x') e^{-\gamma_1 x}$$
(28)

Запишем граничные условия через функцию Грина:

$$G(\omega, x', x, \gamma_2)|_{x \to \infty} = \left(\frac{1}{2\pi a_2^2} F(\omega, x', x, \gamma_2) + C_2^+(\omega, x')e^{\gamma x} + C_2^-(\omega, x')e^{-\gamma x}\right)_{x \to \infty} = 0$$
(29)

Считаем, что $\gamma_2 > 0$, и тогда $C_2^- \to 0$ при $x \to \infty$. Необходимо, чтобы $G(\omega, x', x, \gamma_2) \to 0$ или к некоторому пределу при $x \to \infty$, т.к. температура в подложке уменьшается с глубиной. Для этого коэффициент $C_2^+(\omega, x')$ должен удовлетворять условию:

$$C_2^+(\omega, x') = 0$$
 (30)

$$\frac{\partial G(\omega, x', x, \gamma_1)}{\partial x}\Big|_{x=0} = \left(\frac{1}{2\pi a_1^2}\Psi(\omega, x', \gamma_1) + \gamma_1(C_1^+(\omega, x') - C_1^-(\omega, x'))\right) = 0$$
(31)

Определим условие на границе между воздухом и слоем при x = 0, и между слоем и подложкой при $x = d_1$, тогда:

$$G(\omega, x', x_1, \gamma_1, a_1) = G(\omega, x', x_2, \gamma_1)$$
(32)

$$\frac{1}{2\pi a_1^2} F(\omega, x', x_1, \gamma_1) + C_1^+(\omega, x') e^{\gamma_1, x_1} + C_1^-(\omega, x') e^{-\gamma_1, x_1} = C_2^-(\omega, x') e^{-\gamma_2, x_1}$$
(33)

Используя (31),(33), получим:

$$C_{1}^{+}(\omega, x') = C_{2}^{-}(\omega, x') \frac{e^{-\gamma_{2}x_{1}}}{2\operatorname{ch}(\gamma_{1}d)} - \frac{1}{4\pi\operatorname{ch}(\gamma_{1}d)} \left(\frac{F(\omega, x', x_{1}, \gamma_{1})}{a_{1}^{2}} + \frac{e^{-\gamma_{1}, x_{1}}}{a_{1}^{2}\gamma_{1}}\Psi(\omega, x', \gamma_{1})\right)$$
(34)

$$C_{1}^{-}(\omega, x') = C_{2}^{-}(\omega, x') \frac{e^{-\gamma_{2}x_{1}}}{2\operatorname{ch}(\gamma_{1}d)} - \frac{1}{4\pi\operatorname{ch}(\gamma_{1}d)} \left(\frac{F(\omega, x', x_{1}, \gamma_{1})}{a_{1}^{2}} + \frac{e^{-\gamma_{1}, x_{1}}}{a_{1}^{2}\gamma_{1}}\Psi(\omega, x', \gamma_{1})\right) + \frac{1}{2\pi a_{1}^{2}\gamma_{1}}\Psi(\omega, x', \gamma_{1}) \quad (35)$$

Запишем уравнение непрерывности теплового потока на границе слоя и подложки через функции Грина:

$$\lambda_1 \frac{\partial G(\omega, x', d, \gamma_1)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial G(\omega, x', d, \gamma_2)}{\partial x}$$
(36)

$$\lambda_{1} \left(\frac{1}{2\pi a_{1}^{2}} F'(\omega, x', d, \gamma_{1}) + C_{1}^{+}(\omega, x') e^{\gamma_{1}, d} \gamma_{1} + C_{1}^{-}(\omega, x') e^{\gamma_{1}, d}(-\gamma_{1}) \right) = \lambda_{2} \left(\frac{1}{2\pi a_{2}^{2}} F'(\omega, x', d, \gamma_{2}) + C_{2}^{-}(\omega, x') e^{\gamma_{2}, d}(-\gamma_{2}) \right)$$

$$(37)$$

Температура в слое и подложке, выраженная через функции Грина:

$$u_{1}(\omega, x) = \int_{0}^{+\infty} G(\omega, x', x, \gamma_{1}, a_{1}) f(x') dx' =$$

$$= \frac{W}{\rho C} \left(\frac{1}{2\pi a_{1}^{2}} F(\omega, 0, x, \gamma_{1}) + C_{1}^{+}(\omega, 0) e^{\gamma_{1} x} + C_{1}^{-}(\omega, 0) e^{-\gamma_{1} x} \right)$$
(38)

$$u_2(\omega, x) = \int_0^{+\infty} G(\omega, x', x, \gamma_2) f(x') dx' = \frac{W}{\rho C} C_2^{-}(\omega, 0) e^{-\gamma_2 x}$$
(39)

Полученные значения коэффициентов и интегралов численно вычисляются в Maple и подставляются в выражения для температуры в слое Ta_2O_5 и подложке SiO_2 .

Список литературы

- [1] Abramovichi A., Althouse W., Drever W. et al., LIGO: The laser interferometer gravitational-wave observatory, Science, v. 256, p. 325-333, 1992.
- [2] Pulker H.K., Coatings on Glass, Elsevier, 1999.
- [3] Harry G. M., Armandula H., Black E., Crooks D. R. M., Cagnoli G., Hough J., Murray P., Reid S., Rowan S., Sneddon P., Fejer M. M., Route R., Penn S. D., Thermal noise from optical coatings in gravitational wave detectors, Applied optics, v. 45, No. 7, p. 1569-1574, 2006.
- [4] Kukli K., Ritala M., Matero R., Leskelak M., Influence of atomic layer deposition parameters on the phase content of Ta₂O₅ films, Journal of crystal growth, v. 212, p. 459-468, 2000.
- [5] Papandrew A. B., Stolz C. J., Wu Z. L., Loomis G. E., Falabella S., Laser Conditioning characterization and damage threshold prediction of hafnia/silica multilayer mirrors by photothermal microscopy, LLNL Preprint UCRL-JC- 137089-REV-1, 2000.
- [6] Callen H.B., Welton T.A., Irreversibility and Generalized Noise, Phys. Rev. 83, p. 34-40, 1951.
- [7] Webster S.A., Oxborrow M., et al., Thermal-noise-limited optical cavity, Phys. Rev. A, v. 77, p. 033847, 2008.
- [8] Gorodetsky M.L., Grudinin I.S., Fundamental thermal fluctuations in microspheres, JOSA B, v. 21, p. 697, 2004.
- [9] Braginsky V.B., Gorodetsky M.L and Vyatchanin S.P., Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae, Phys. Letts A, v. 264, p. 1, 1999.
- [10] Savchenkov A.A., Matsko A.B., et al., Whispering gallery-mode resonators as frequency references. II. Stabilization, JOSA B, v. 24, p. 2988, 2007.
- [11] Harry G.M., Abernathy M.R., et al., Titania-doped tantala/silica coatings for gravitational-wave detection, Class. Quantum Grav., v. 24, p. 405, 2007.
- [12] K. M. van Vliet, Menta H., Theory of transport noise in semiconductors, Phys. Stat. Solidi B, v. 106, p. 11, 1981.

- [13] Gatto A., Commandre M., Multiscale mapping technique for the simultaneous estimation of absorption and partial scattering in optical coatings, Applied optics, v. 41, No. 1, p. 225-234, 2002.
- [14] Markosyan A., PCI technique for thermal absorption measurements, LIGO documents, private communications.
- [15] Wu Z. L., Thomsen M., Kuo P. K., Lu Y., Stolz C., Kozlowski M., Photothermal characterization of optical thin film coatings, Opt. Eng. v. 36(1), p. 251-262, 1997.
- [16] Stolz C. J., Chinn D. J., Huber R. D., Weinzapfel C. L., Wu Z., Photothermal multipixel imaging microscope, Boulder damage symposium XXXV, Annual symposium on optical materials for high power lasers, Boulder, Colorado, September 22-24. Report Number UCRL CONF-153485, 2003.
- [17] Zhao Y., Wang Y., Gong H., Shao J., Fan Z., Annealing effects on structure and laser-induced damage threshold of Ta₂O₅/SiO₂ dielectric mirrors, Applied surface science, v. 210, p. 353-358, 2003.
- [18] Abraham E., Halley J.M., Some Calculations of Temperature Profiles in Thin Films with Laser, Appl. Phys. A 42, p.279, 1987.
- [19] Gallais L., Commandre M., Simultaneous absorption, scattering, and luminescence mappings for the characterization of optical coatings and surfaces, Applied optics, v. 45, No 7, p. 1416-1424, 2006.
- [20] Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики, М.: Изд-во МГУ, 1999, 228 с.

В заключение хочу выразить высокую благодарность моему научному руководителю кандидату физико-математических наук, доценту Игорю Антоновичу Биленко за предоставление интересной темы исследования, постоянное внимание и помощь в работе; сотруднику кафедры Сергею Евгеньевичу Стрыгину за бесценную помощь в математическом моделировании, ценные советы и моральную поддержку; сотруднику механической мастерской Апалькову В.К. за высокий профессионализм и оперативность в изготовлении деталей, а также всем сотрудникам кафедры физики колебаний МГУ за доброжелательность и поддержку во время выполнения дипломной работы.