

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

В.П. Митрофанов

**МЕТОДЫ ПРЕЦИЗИОННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ, ОСНОВАННЫЕ НА КВАНТОВЫХ
ЭФФЕКТАХ**

Москва
2010

В.П. Митрофанов. Методы прецизионных физических измерений, основанные на квантовых эффектах: Учебное пособие. – М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010. – 54 с.

Учебное пособие предназначено для изучения материала одноименного специального курса, читаемого автором на кафедре физики колебаний. В курсе рассматриваются устройства и методы измерений различных физических величин, основанные на эффектах, имеющих принципиально квантовую природу, и относящихся как к макроскопическим объектам, так и отдельным атомам и молекулам. Их применение позволяет значительно улучшить метрологическую точность и разрешение в физических экспериментах и технических приложениях. Специальное внимание уделяется рассмотрению физической сущности и анализу квантовых явлений, лежащих в основе этих измерительных систем.

Подписано к печати

Формат А5. Объем 4 п.л. Тираж 50 экз. Заказ № 184

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова
119991, ГСП-2, Москва, Ленинские горы

Отпечатано в отделе оперативной печати физического факультета МГУ

© Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010 г.

© Митрофанов В.П., 2010 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	5
Лекция 1. Туннельный эффект и его применение в измерительных системах. Туннелирование электронов через изолирующий промежуток между металлами. Туннельный магниторезистивный эффект. Туннельный преобразователь смещений.....	6
Лекция 2. Обратное динамическое и флуктуационное влияние туннельного преобразователя смещений на измеряемый объект. Стандартный квантовый предел чувствительности при измерениях силового воздействия с помощью туннельного преобразователя.....	9
Лекция 3. Принцип действия и устройство сканирующего туннельного микроскопа (СТМ). Атомно-силовой микроскоп (АСМ). Зондовая сканирующая микроскопия. Использование зондовых сканирующих микроскопов в физических исследованиях.....	10
Лекция 4. Туннелирование в мезоскопических структурах. Эффект кулоновской блокады электронного туннелирования. Квантовый стандарт тока. Одноэлектронный транзистор-электрометр с субэлектронной чувствительностью.....	12
Лекция 5. Явление сверхпроводимости и его описание. Сверхпроводники первого и второго рода. ВТСП. Электродинамика сверхпроводников. Волновая функция сверхпроводящего конденсата. Уравнение Лондонов. Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Сверхпроводящие резонаторы в измерительных системах. Квантование магнитного потока в сверхпроводниках.....	15
Лекция 6. Туннельные явления в переходах, образованных сверхпроводниками. Эффекты Джозефсона. Явления квантовой интерференции. Резистивная модель джозефсоновского перехода.....	19
Лекция 7. Квантовая магнитометрия. Принцип работы и схемы включения сквидов. Предельная чувствительность сквида. Использование сквидов для измерения малых токов и напряжений. Джозефсоновские зарядовые и фазовые кубиты.....	22
Лекция 8. Спектроскопия одиночных атомов и молекул. Электромагнитные ловушки для заряженных и нейтральных частиц. Ловушки Пауля и Пеннинга. Магнитные ловушки.....	25
Лекция 9. Магнито-оптические ловушки. Охлаждение атомов радиационным давлением лазерного излучения. Предельная температура охлаждения. Бозе-Эйнштейновская конденсация.....	30

Лекция 10. Молекула аммиака как пример двухуровневой системы. Стационарные состояния. Молекула аммиака в статическом электрическом поле. Разделение состояний.....	33
Лекция 11. Взаимодействие двухуровневых молекул с электромагнитным полем. Частота Раби. Аммиачный мазер.....	35
Лекция 12. Мазер как усилитель. Мазер как генератор высокостабильных электромагнитных колебаний. Факторы, определяющие нестабильность частоты лазера. Ширина линии генерации. Водородный мазер. Цезиевый стандарт частоты.....	38
Лекция 13. Ридберговские состояния атомов. Мазер на отдельном атоме. Генерация неклассических состояний электромагнитного поля. Эффекты квантовой электродинамики в резонаторах электромагнитных колебаний.....	42
Лекция 14. Лазерная интерферометрия. Интерферометрический детектор гравитационных волн. Стандартный квантовый предел чувствительности. Использование сжатого света для увеличения чувствительности детектора.....	44
Лекция 15. Система единиц СИ и эталоны основных физических величин. Измерение постоянной Планка с помощью эффекта Джозефсона и квантового эффекта Холла. Эталон килограмма, основанный на квантовых эффектах. Перспективы создания «полностью квантовой» системы СИ.....	47
Лекция 16. Планковские единицы основных физических величин. Соотношения единиц Стони и Планка. Вселенная в планковских единицах. Роль планковских единиц в современной физике.....	50
ЛИТЕРАТУРА	52

ВВЕДЕНИЕ

В курсе рассматриваются устройства и методы измерений различных физических величин, основанные на эффектах, имеющих принципиально квантовую природу, и относящихся как к макроскопическим объектам, так и отдельным атомам и молекулам. Их применение позволяет значительно улучшить метрологическую точность и разрешение при измерениях в физических экспериментах и технических приложениях. В качестве иллюстрации можно привести ситуацию, сложившуюся с измерением гравитационной постоянной. Погрешности измерений почти всех физических констант в настоящее время лежат в пределах $10^{-8} - 10^{-12}$, тогда как гравитационная постоянная известна с погрешностью около 10^{-4} . Это связано и с тем, что гравитация по существу пока не является квантовой наукой.

Устройства и методы условно разделены на несколько групп. Среди них: измерительные системы, основанные на туннельном эффекте (от туннельного микроскопа до джозефсоновских кубитов), системы, оперирующие с единичными электронами, атомами и молекулами, удерживаемыми в ловушках, измерительные системы, использующие квантовые макроскопические эффекты, такие как сверхпроводимость, использующие высокостабильные мазерные и лазерные генераторы электромагнитных колебаний, в том числе, на отдельных атомах. Анализируется современная метрология, которая, фактически тоже становится квантовой. Специальное внимание уделяется рассмотрению физической сущности и анализу квантовых явлений, лежащих в основе этих измерительных систем.

В конце каждой лекции приводятся контрольные вопросы и задачи для проверки усвоения материала лекции. Обширный список литературы позволяет более глубоко ознакомиться с изучаемыми явлениями.

Автор благодарен Т. В. Михиной за помощь при подготовке пособия к печати.

Лекция 1

Туннельный эффект и его применение в измерительных системах. Туннелирование электронов через изолирующий промежуток между металлами. Туннельный магниторезистивный эффект. Туннельный преобразователь смещений.

Прохождение частицы через потенциальный барьер. В курсе квантовой механики подобно рассматривается туннельный эффект, заключающийся в проникновении микрочастицы через область движения, запрещенную классической механикой. Типичный пример такого процесса – прохождение частицы через потенциальный барьер, когда ее энергия E меньше высоты барьера. Вероятность туннелирования частицы с массой m через прямоугольный барьер высотой U_0 и шириной a определяется коэффициентом прохождения D [1]:

$$D = \left[1 + \left(\frac{k^2 + \chi^2}{2k\chi} \right)^2 \operatorname{sh}^2(\chi a) \right]^{-1}, \quad (1.1)$$

где $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$; $\chi^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$.

В пределе малой вероятности туннелирования (когда $\chi a \gg 1$) из формулы (1.1) приближенно получаем:

$$D \sim \exp\left(-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\right), \quad (1.2)$$

Порядок величины D определяется экспонентой, поэтому предэкспоненциальный множитель в данном случае не существен. Подставляя в формулу (1.2) численные значения параметров, получаем, что для электронов $D \approx 10^{-6}$ при $(U_0 - E) = 1$ eV и $a = 10^{-9}$ м.

Туннелирование электронов через изолирующий промежуток между металлами. Далее рассмотрим два металла, разделенных слоем изолятора, в частности, вакуумным промежутком. Если этот слой достаточно тонкий (менее 1-2 нм), то, как следует из выше сказанного, имеется значительная вероятность перехода электрона из одного металла в другой. Используя методику расчета, приведенную, например, в работе [2] получаем, что плотность туннельного тока пропорциональна приложенному напряжению, т.е. для такого туннельного пе-

перехода справедлив закон Ома. Точное выражение для величины туннельного тока I в предположении, что потенциальный барьер между электродами имеет прямоугольную форму, а также $eU \ll \varphi_0$, где φ_0 – работа выхода материала электродов, впервые было получено Зоммерфельдом и Бете [3]:

$$I = \frac{e^2 \sqrt{2m_e \varphi_0}}{4\pi^2 \hbar^2 a} U A \exp\left[-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m_e \varphi_0}\right], \quad (1.3)$$

где m_e – эффективная масса электрона, e – его заряд, A – площадь электрода.

Формула получена в квазиклассическом приближении, т.е. при условии, что расстояние между электродами велико по сравнению с длиной волны электрона, имеющего энергию φ_0 :

$$a \gg \hbar \sqrt{2m_e \varphi_0} \quad (1.4)$$

Туннельный магниторезистивный эффект [4] возникает в магнитных переходах, электроды которых изготовлены из ферромагнитных материалов. Поскольку спин электрона сохраняется при туннелировании, а плотность электронных состояний зависит от направления спина по отношению к направлению намагниченности материала, то сопротивление туннельного перехода будет разным в зависимости от того одинаково (R_p) или противоположно (R_{ap}) направлены намагниченности электродов. Эффект характеризуется туннельным магниторезистивным отношением $(R_{ap} - R_p)/R_p$, величина которого достигает 600% при комнатной температуре в туннельных переходах Co-FeV/MgO/CoFeV [5]. Магнитные туннельные переходы используются в считывающих головках для жестких дисков [4].

Туннельный преобразователь смещений. Экспоненциальная зависимость туннельного тока от величины зазора между электродами используется в туннельном преобразователе малых смещений. Смещение Δx подвижного электрода вызывает изменение туннельного тока. С учетом условия (1.4) для малых смещений $\Delta x / a \ll 1$ оно сводится к следующему выражению, определяющему коэффициент преобразования:

$$\Delta I \approx I (2m_e \varphi_0)^{1/2} \hbar^{-1} \Delta x. \quad (1.5)$$

Для расчета минимального смещения, которое может быть измерено с помощью туннельного преобразователя, рассматривается его схема (рис. 1.1)

с учетом основных источников шума. Туннельный переход представлен его активным сопротивлением R_T и емкостью C_T . Здесь S_{V_T} и S_{I_T} – генераторы шумового напряжения и тока, описывающие соответственно тепловой и дробовой шум туннельного перехода. S_{V_A} и S_{I_A} – генераторы шумового напряжения и тока, представляющие шум усилителя, использующегося для усиления туннельного тока.

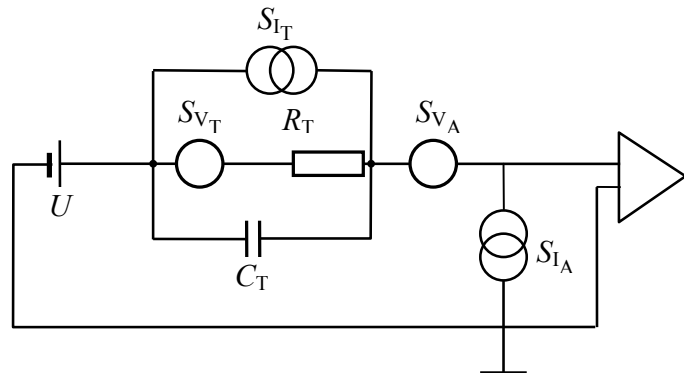


Рис. 1.1. Электрическая схема туннельного преобразователя смещений

Контрольные вопросы и задачи

- 1.1. Исходя из принципа неопределенности, оценить ширину потенциального барьера, при которой происходит туннелирование электронов через барьер.
- 1.2. Какие параметры туннельного перехода определяют его омическое сопротивление?
- 1.3. Рассчитать минимальное смещение, которое можно измерить с помощью туннельного преобразователя, если туннельный ток $I = 10^{-7}$ А, работа выхода материала его электродов $\varphi_0 = 3$ эВ, основным источником шума является дробовой шум туннельного тока перехода.

Лекция 2

Обратное динамическое и флуктуационное влияние туннельного преобразователя смещений на измеряемый объект. Стандартный квантовый предел чувствительности при измерениях силового воздействия с помощью туннельного преобразователя.

При измерении малых сил туннельный преобразователь используется для регистрации изменения координаты измерительного осциллятора, которое вызвано приложенной силой. Один из электродов крепится к массе осциллятора, другой – к неподвижной опоре. В этом случае необходимо учитывать *обратное динамическое и флуктуационное влияние преобразователя* на измерительный осциллятор. Туннелирующие электроны уносят импульс из одного электрода и передают его другому электроду, т.е. создают силовое воздействие на электроды. Расчет обратного влияния туннельного преобразователя проведем, следуя [6,7]. В результате получаем выражение для минимальной силы, которую можно измерить, регистрируя изменение амплитуды колебаний измерительного осциллятора с помощью туннельного преобразователя:

$$(F_0)_{\min} \approx 2\tau^{-1} \left[M\hbar\omega_0 \sqrt{\frac{E_F}{\pi\varphi_0}} \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

где E_F – энергия Ферми металла электродов туннельного преобразователя, M – величина массы измерительного осциллятора, ω_0 – его собственная частота, τ – время действия силы. Величина отношения энергии Ферми к работе выхода для металлов близка к единице. Таким образом, мы получаем *стандартный квантовый предел чувствительности* по измеряемой силе [8]. Он достигается при определенном значении туннельного тока преобразователя. Анализируются ситуации, в которых целесообразно использовать туннельный преобразователь смещений для измерения малых сил, действующих на пробные объекты.

Контрольные вопросы и задачи

- 2.1. Рассчитать величину силы, действующей на электроды туннельного преобразователя смещений со стороны туннелирующих электронов.
- 2.2. Рассчитать дополнительную жесткость, которую вносит в механический осциллятор туннельный преобразователь смещений его массы.

- 2.3. Рассчитать величину туннельного тока преобразователя смещений, при которой достигается стандартный квантовый предел чувствительности в измерителе силы, использующем такой преобразователь.
- 2.4. В каких измерительных системах оптимально использовать туннельный преобразователь перемещений?

Лекция 3

Принцип действия и устройство сканирующего туннельного микроскопа (СТМ). Атомно-силовой микроскоп (АСМ). Зондовая сканирующая микроскопия. Использование зондовых сканирующих микроскопов в физических исследованиях.

Туннельный ток между двумя проводниками, разделенными вакуумным промежутком, экспоненциально зависит от величины зазора между ними и принимает заметную величину при зазорах ≤ 1 нм. Это близко к атомному масштабу, поэтому возникает естественный вопрос: нельзя ли с помощью туннельного преобразователя различать отдельные атомы на поверхности твердого тела. Эта задача была решена в 1982 г., когда Г. Биннинг и Г. Рорер создали *сканирующий туннельный микроскоп*.

Основным элементом измерительной части СТМ является игла, закрепленная на пьезоэлектрическом держателе. Она устанавливается на расстоянии около 1 нм от поверхности образца и может перемещаться вдоль этой поверхности. Подробно устройство и принцип действия СТМ описаны, например в [9]. Важно представлять, чем обусловлена та или иная конструктивная особенность различных узлов микроскопа и каковы должны быть значения их параметров для обеспечения требований, предъявляемых к СТМ.

Также важным является вопрос о пространственном разрешении СТМ [10]. Показано, что туннельный ток пропорционален локальной плотности электронных состояний вблизи энергии Ферми на поверхности исследуемого образца под иглой. Эффективное разрешение определяется радиусом закругления иглы R , зазором между иглой и образцом d и характерной длиной затухания волновой функции электрона в вакууме вблизи поверхности χ (см.

первую лекцию). Оно приблизительно равно $[\chi(R+d)]^{1/2}$.

Применение СТМ ограничено тем, что образец должен быть проводящим. *Атомно-силовой микроскоп* позволил решить и эту проблему.

Ключевым элементом АСМ является его сенсор - чувствительный элемент, который деформируется под действием силы, возникающей между ним и исследуемой поверхностью. Механический сенсор АСМ – микролитографически изготовленная тонкая пластинка – кантилевер (cantilever) с острием на конце. Обычно это кремневая пластинка длиной 100-200 мкм, шириной 20-40 мкм и толщиной около 3 мкм. Резонансная частота основной моды ее изгибных колебаний достигает 100 кГц. В последнее время используются более миниатюрные кантилеверы с собственной частотой несколько мегагерц, у которых спектральная плотность флуктуаций амплитуды тепловых шумов составляет $\sim 5 \times 10^{-14}$ м/Гц^{1/2}. В атомно-силовой микроскопии также достигнуто «истинное» атомное разрешение.

Зондовая сканирующая микроскопия развивается в нескольких направлениях [11]. Рассмотрим только некоторые, наиболее интересные среди них: атомная манипуляция – контролируемое перемещение отдельных атомов и молекул по поверхности монокристалла, использование кантилеверов с активными элементами (например, диодом Шоттки) на острие, литография в атомном диапазоне размеров, магниторезонансная сканирующая микроскопия, позволяющая детектировать отдельные спины [12].

Контрольные вопросы и задачи

- 3.1. Каковы основные режимы работы СТМ?
- 3.2. Как отличить изменение работы выхода от изменения профиля поверхности при ее исследовании с помощью СТМ?
- 3.3. Какова форма иглы туннельного микроскопа и с чем это связано?
- 3.4. Рассчитать собственную частоту колебаний и среднеквадратичное значение амплитуды теплового шума кантилевера АСМ с размерами (100×20×2) мкм³.
- 3.5. Написать выражения для всех сил (детерминированных и флуктуационных), действующих на иглу туннельного микроскопа.

Лекция 4

Туннелирование в мезоскопических структурах. Эффект кулоновской блокады электронного туннелирования. Квантовый стандарт тока. Одноэлектронный транзистор-электрометр с субэлектронной чувствительностью.

Туннелирование тока через туннельные переходы со сверхмалой емкостью обладает очень интересными особенностями и приводит к качественно новому явлению – коррелированному туннелированию электронов, известному также под названием одноэлектроника.

В отличие от проводников, где электроны могут перемещаться на сколь угодно малую величину, и перенесенный заряд может изменяться плавно, прохождение электронов через туннельный переход может носить лишь дискретный характер. Уменьшение размеров (поперечного сечения) туннельного перехода уменьшает его емкость C . Если $C = 1 \times 10^{-16}$ Ф, то даже изменение заряда на 1 электрон создает относительно большое изменение напряжения $\Delta V = e/C \approx 1,6 \cdot 10^{-3}$ В.

Рассматривая изменение электрической энергии ΔE емкости перехода при добавлении или изъятии одного электрона $\Delta E = \frac{(Q \pm e)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C}$, получаем,

что, если заряд на емкости перехода заключен в интервале $-\frac{e}{2} < Q < +\frac{e}{2}$, то

туннелирование одного электрона может только увеличить энергию перехода. Эту ситуацию иллюстрирует рис. 4.1. Поэтому туннелирование через переход сильно подавлено при напряжении на нем $V < \frac{e}{2C}$. Этот эффект называется

кулоновской блокадой туннелирования [13].

Пусть заряд Q на электроде изменяется под действием источника тока I , подсоединенного к переходу. Как только $Q > \frac{e}{2}$, энергетически выгодным ста-

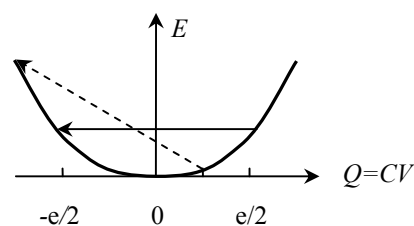


Рис. 4.1. Изменение электрической энергии емкости туннельного перехода при туннелировании электрона

новится туннелирование электрона, заряд уменьшается до значения чуть большего, чем $-\frac{e}{2}$, опять туннелирование подавляется и т.д. Процесс напоминает прокапывание воды в кране. Происходит периодическое прохождение отдельных электронов через переход с характерной частотой $\frac{\bar{I}}{e}$. На этом эффекте основано создание *квантового стандарта электрического тока*.

Условия наблюдения коррелированного туннелирования электронов:

$$1) \frac{e^2}{2C_T} \gg kT \quad - \quad \text{обеспечивает слабое влияние хаотических перескоков через туннельный барьер за счет тепловых флуктуаций;} \quad (4.1)$$

$$2) \frac{e^2}{2C_T} \gg \frac{\hbar\omega}{2} \quad - \quad \text{обеспечивает слабое влияние квантового шума.} \quad (4.2)$$

Подставляя в (4.2) значение характерной частоты туннельного перехода $\sim (R_T C_T)^{-1}$, где R_T – сопротивление туннельного перехода, получаем $R_T > R_Q = \frac{2\pi\hbar}{e^2} \approx 25$ кОм – так называемого кванта сопротивления.

Одноэлектронный транзистор (Single electron transistor – SET). На практике изучаются двух и более переходные туннельные системы. Это связано с тем, что в одиночных переходах трудно исключить влияние паразитной емкости подводющих проводников. Чтобы выполнить условие (4.1) емкость туннельного перехода должна быть меньше, чем $\sim 10^{-16}$ Ф, даже при температурах около 1 К.

Следуя [13], рассмотрим структуру, состоящую из двух последовательно соединенных туннельных переходов, изображенную на рис. 4.2. Если сопротивление каждого перехода достаточно велико по сравнению с R_Q , то островок между ними оказывается изолирован от внешних электронов. При этом большая емкость подводющих проводников не дает вклада в полную емкость острова. В такой системе туннелирование электрона через один из переходов увеличивает вероятность туннелирования через другой.

Важным свойством такой системы является зависимость ее характеристик от заряда центрального электрода – острова Q_0 . Этот заряд можно непрерывно (через поле) изменять, меняя потенциал острова путем подачи управляющего напряжения на затвор, связанный с островом емкостной связью через емкость C_g . Причем величина наведенного заряда необязательно кратна заряду электрона. При этом ток, протекающий через переходы, изменяется периодически при изменении напряжения на затворе с периодом $\Delta V_g = e/C_g$. Области кулоновской блокады одноэлектронного транзистора представлены на рис. 4.3. Отсюда произошло название такого устройства: *одноэлектронный транзистор*.

Одноэлектронный транзистор-электрометр с субэлектронной чувствительностью. Одноэлектронный транзистор обладает высокой чувствительностью к заряду острова, т.е. позволяет регистрировать очень малые изменения эффективного заряда центрального острова транзистора, то есть такое устройство является электрометром с уникальной чувствительностью $\delta Q \approx 4 \times 10^{-6} e/\Gamma_{\text{ц}}^{1/2}$ [13].

Контрольные вопросы и задачи

- 4.1. Почему коррелированное туннелирование наблюдается в мезоскопических структурах и не наблюдается в макроскопических?
- 4.2. Изобразить сигнальную характеристику одноэлектронного транзистора.
- 4.3. В каких устройствах применяются электрометры на одноэлектронных транзисторах?

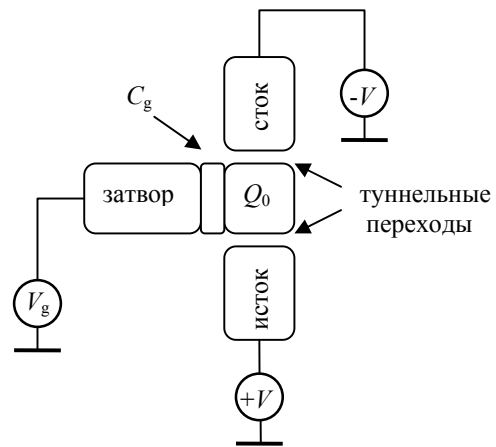


Рис. 4.2. Блок-схема одноэлектронного транзистора

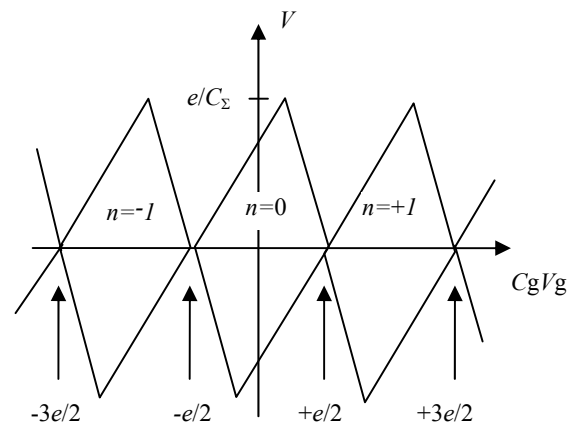


Рис. 4.3. Области кулоновской блокады одноэлектронного транзистора

Лекция 5

Явление сверхпроводимости и его описание. Сверхпроводники первого и второго рода. ВТСП. Электродинамика сверхпроводников. Волновая функция сверхпроводящего конденсата. Уравнение Лондонов. Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Сверхпроводящие резонаторы в измерительных системах. Квантование магнитного потока в сверхпроводниках.

Явление сверхпроводимости было открыто в 1911 году Камерлинг-Оннесом [14]. Он обнаружил, что электрическое сопротивление ртути скачкообразно уменьшается до нуля при температуре около 4 К. Температура перехода называется критической температурой T_c . То, что сверхпроводники действительно обладают нулевым сопротивлением на постоянном токе, было продемонстрировано в экспериментах по измерению времени затухания тока в кольце из сверхпроводника, которое превосходило 10^5 лет.

Сверхпроводники отличаются от идеальных проводников (для которых удельное сопротивление равно нулю) наличием в них эффекта Мейснера. При охлаждении сверхпроводника в постоянном магнитном поле ниже критической температуры T_c магнитное поле выталкивается из объема образца, проникая только в тонкий поверхностный слой толщиной λ_L , называемой лондонской глубиной проникновения.

Также было установлено, что сверхпроводимость разрушается внешним магнитным полем и током, текущим через сверхпроводник. Разрушение сверхпроводимости магнитным полем происходит по-разному в зависимости от типа, к которому принадлежит сверхпроводник. В сверхпроводниках I рода сверхпроводимость разрушается во всем объеме, как только магнитное поле превышает критическое значение H_c . В сверхпроводниках II рода магнитное поле при достижении первого критического поля H_{c1} начинает проникать в объем в виде вихрей, при достижении второго критического поля H_{c2} сверхпроводимость полностью разрушается.

До открытия в 1986 году так называемых высокотемпературных сверхпроводников, максимальная критическая температура 23,2 К была получена для сплава Nb_3Ge . В настоящее время получены высокотемпературные сверхпроводники, имеющие критическую температуру, превышающую тем-

пературу кипения жидкого азота (≈ 77 К). Так, например, материал со сложной структурой $YBa_2Cu_2O_{7-8}$ имеет $T_c \approx 92$ К, для $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ $T_c \approx 138$ К.

Полная микроскопическая теория сверхпроводимости была создана в 1957 году Бардиным, Купером, Шриффером (БКШ). Согласно теории БКШ носителями тока в сверхпроводнике являются куперовские пары. Образование электронных пар происходит благодаря обмену фононами между электронами, составляющими пару [14].

Сверхпроводимость является квантовым явлением, проявляющимся в макроскопических масштабах. Рассмотрим поведение заряженной частицы, имеющей массу m и заряд q , с учетом действия на нее магнитного поля. Волновая функция частицы Ψ подчиняется уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi = \frac{1}{2m} \{(-i\hbar \vec{\nabla} - q\vec{A})(-i\hbar \vec{\nabla} - q\vec{A})\Psi + q\phi \Psi\}. \quad (5.1)$$

Электрическое поле описывается потенциалом ϕ , магнитное поле задается вектор-потенциалом \vec{A} . Заметим, что магнитное поле вводится в гамильтониан через динамический импульс или \hat{p} -импульс

$$\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} = m\vec{v} + q\vec{A}.$$

Вероятность обнаружить частицу в объеме пространства dV :

$$dP = p dV = |\Psi|^2 dV. \quad (5.2)$$

Для плотности вероятности можно написать уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\text{div } \vec{J}. \quad (5.3)$$

Записывая выражение для $p(r,t)$ через $\Psi(r,t)$ и $\Psi^*(r,t)$ и проводя дифференцирование по времени из (5.3) получаем выражение для плотности тока вероятности:

$$\vec{J}_p = \frac{1}{2m} \{ \Psi^* (-i\hbar \vec{\nabla} - q\vec{A})\Psi + \Psi (-i\hbar \vec{\nabla} - q\vec{A})\Psi^* \}. \quad (5.4)$$

Если частицы подчиняются статистике Бозе, то в одном и том же состоянии может находиться большое число частиц, которые описываются одной и той же волновой функцией. В этом случае $\Psi^*\Psi$ можно отождествить с плотностью частиц. Если частицы имеют заряд q , то $\Psi^*\Psi$ представляет собой

плотность электрического заряда.

При анализе электрических явлений заряд q включается в волновую функцию и модуль волновой функции $\Psi^*\Psi$ рассматривается как плотность электрического заряда, а плотность тока вероятности \bar{J}_p – как плотность электрического тока.

Такая ситуация имеет место при рассмотрении явления сверхпроводимости. В этом случае $\Psi(r)$ – волновая функция сверхпроводящего конденсата куперовских пар. Она может быть представлена в наиболее общем виде:

$$\Psi(r) = \sqrt{\rho(r)} e^{i\theta(r)}, \quad (5.5)$$

где $\rho(r) = |\Psi(r)|^2$ – плотность электрического заряда.

Подставляя (5.5) в уравнение (5.4) для плотности тока вероятности и произведя вычисления, получаем выражение для плотности электрического тока носителей, описываемых указанной волновой функцией:

$$\bar{J} = \frac{\hbar}{m} \left(\vec{\nabla} \theta - \frac{q}{\hbar} \vec{A} \right) \rho. \quad (5.6)$$

Для сверхпроводников плотность электрического заряда и плотность электрического тока имеют реальный физический смысл, а, следовательно, фаза θ , вернее ее градиент, также является наблюдаемой величиной, как составляющая плотности тока.

Из уравнения (5.6) следует, что в сплошном куске проводника $\theta = \text{const}$, и, следовательно:

$$\bar{J} = -\frac{\rho q}{m} \vec{A}. \quad (5.7)$$

Это уравнение называется *уравнением Лондонов*. Подставляя уравнение (5.7) в уравнение электродинамики, связывающее вектор-потенциал с плотностью тока, получаем следующее уравнение для вектор-потенциала:

$$\nabla^2 \vec{A} = \frac{q\rho}{\varepsilon_0 c^2 m} \vec{A} = \frac{1}{\lambda^2} \vec{A}. \quad (5.8)$$

Из уравнения (5.8) следует, что *магнитное поле проникает в тонкий приповерхностный слой сверхпроводника толщиной $\lambda_L = (\varepsilon_0 m c^2 / \rho q)^{1/2}$* (эффект Мейснера).

Одним из возможных применений явления сверхпроводимости в измерительных системах является создание *сверхпроводящих резонаторов* электромагнитных колебаний с высокой добротностью. Через сверхпроводник без диссипации протекает только постоянный электрический ток. Протекание же переменного тока принципиально сопровождается потерями, которые и определяют предельную добротность сверхпроводящих резонаторов. В гигагерцовом диапазоне частот добротность объемных сверхпроводящих резонаторов, изготовленных из специально обработанного ниобия, достигает 5×10^{11} [15].

Из различных применений сверхпроводящих резонаторов следует отметить их использование для приготовления произвольных квантовых состояний электромагнитного поля [16].

Далее рассмотрим не сплошной кусок сверхпроводника, а сверхпроводящее кольцо, толщина которого велика по сравнению с λ_L . Если мы поместим кольцо в магнитное поле, затем охладим его ниже температуры T_c и выключим поле, то в нем останется захваченный магнитный поток. Его можно рассчитать, используя уравнение (5.6), применив его к контуру, расположенному в глубине тела кольца, где плотность тока $J = 0$. Несложные вычисления показывают, что захваченный в кольце магнитный поток всегда будет кратным кванту магнитного потока Φ_0 :

$$\Phi = N \frac{2\pi\hbar}{q} = N \frac{\pi\hbar}{q_e}. \quad (5.9)$$

В 1961 г. Дивер и Фейрбэнк выполнили эксперимент по обнаружению *квантования магнитного потока в сверхпроводниках*. Их исследования показали, что измеренная величина кванта потока соответствует формуле (5.9), если в качестве q взять удвоенный заряд электрона, то есть заряд куперовской пары q_p .

Контрольные вопросы и задачи

- 5.1. Рассчитать глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводник, если плотность свободных электронов в нем $n = 1 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}$.
- 5.2. Объяснить, почему нельзя сделать вывод о природе носителей электрического тока в сверхпроводнике, измеряя глубину проникновения магнитного поля, но можно сделать такой вывод, измеряя квантование маг-

нитного поля в нем.

- 5.3. Кусок медной проволоки диаметром 10 мкм, покрытый тонким слоем свинца, опустили в гелиевый криостат. Сколько квантов магнитного потока пронизывает поперечное сечение проволоки, если опыт проводится в магнитном поле Земли $H = 30 \text{ А/м}$?

Лекция 6

Туннельные явления в переходах, образованных сверхпроводниками. Эффекты Джозефсона. Явления квантовой интерференции. Резистивная модель джозефсоновского перехода.

Рассмотрим *туннельный эффект в структуре, образованной двумя сверхпроводниками*, разделенными тонким изолирующим слоем, называемой *переходом Джозефсона*. Как показал Джозефсон, через такой переход могут туннелировать не только отдельные электроны, но и куперовские пары. Это приводит к новым интересным эффектам, впоследствии названным *эффектами Джозефсона*. Можно понять их сущность, используя упрощенный расчет.

Обозначая общую волновую функцию пар в первом сверхпроводнике через Ψ_1 , а во втором – через Ψ_2 , записываем для них систему уравнений Шредингера:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} &= U_1 \Psi_1 + K \Psi_2 \\ i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} &= U_2 \Psi_2 + K \Psi_1 \end{aligned} \tag{6.1}$$

В гамильтониане оставлен только член с потенциальной энергией, поскольку в рассматриваемом случае внешнее магнитное поле отсутствует и не учитывается влияние магнитного поля тока, протекающего через переход. Постоянная K является характеристикой перехода. Она описывает связь между волновыми функциями электронных пар в двух сверхпроводниках. Если переход подключен к источнику с разностью потенциалов V , то $U_1 - U_2 = q_p V$ и можно положить $U_1 = \frac{1}{2} q_p V$, $U_2 = -\frac{1}{2} q_p V$.

Подставив в систему уравнений (6.1) волновые функции электронных пар в виде:

$$\Psi_1 = \sqrt{\rho_1(t)} e^{i\theta_1(t)}, \quad \Psi_2 = \sqrt{\rho_2(t)} e^{i\theta_2(t)} \quad (6.2)$$

и приравняв отдельно действительные и мнимые части уравнений, получаем четыре уравнения для $\dot{\rho}_1, \dot{\rho}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$. Полагая $\rho_1 \approx \rho_2 = \rho_0$ и обозначив $\delta = \theta_2 - \theta_1$, $2K_0\rho_0/\hbar = J_c$, получаем два уравнения, описывающие эффекты Джозефсона:

$$J = J_c \sin \delta, \quad (6.3)$$

где J – ток, текущий через переход, J_c – критический ток джозефсоновского перехода. Величину δ для краткости называют просто фазой.

$$\delta(t) = \delta_0 + q_p/\hbar \int V(t) dt. \quad (6.4)$$

Их следствием является ряд свойств, присущих джозефсоновским переходам:

1) Если к переходу приложено постоянное напряжение V_0 , то через него течет переменный ток с частотой $\omega_J = q_p V_0/\hbar$.

2) Если напряжение на переходе равно нулю, то ток, текущий через него, может принимать любое значение от $-J_c$ до $+J_c$.

Заметим, что в обоих случаях мощность, рассеиваемая на переходе, равна нулю. Эффекты Джозефсона называют «слабой сверхпроводимостью», поскольку пары движутся через туннельный переход без потерь энергии.

3) Если к переходу приложена сумма постоянного и переменного напряжений $V = V_0 + v \cos \omega t$, то при $\omega = \omega_J = q_p V_0/\hbar$ через переход потечет постоянный ток.

Явление квантовой интерференции токов, протекающих через два джозефсоновских перехода. Рассмотрим два джозефсоновских перехода, включенных параллельно между сверхпроводниками 1 и 2, так что образуется кольцо. Внешнее магнитное поле создает магнитный поток $\Phi = BS$, пронизывающий кольцо. Через сверхпроводники пропускается электрический ток J , как показано на рис. 6.1.

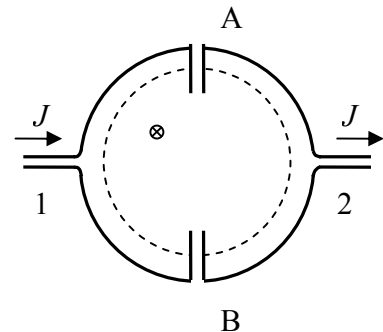


Рис. 6.1. Сверхпроводящее кольцо с двумя джозефсоновскими переходами

Этот ток является суммой токов J_A и J_B , протекающих через каждый переход, и которые определяются разностью фаз на переходах $\delta_A = \theta_{2A} - \theta_{1A}$ и $\delta_B = \theta_{2B} - \theta_{1B}$:

$$J = J_A + J_B = J_c \sin \delta_A + J_c \sin \delta_B = 2J_c \sin^{1/2}(\delta_A + \delta_B) \cos^{1/2}(\delta_A - \delta_B), \quad (6.5)$$

где J_c – критический ток переходов (предполагаем их равенство для обоих переходов).

Изменение фазы при обходе по контуру, выделенному внутри кольца с двумя переходами, складывается из скачков фазы на переходах и ее изменения в сверхпроводниках благодаря магнитному полю. Оно должно быть кратным 2π . Это позволяет получить следующее выражение для полного тока, содержащее интерференционный член:

$$J = 2J_0 \sin \delta_0 \cos(q_p \Phi / \hbar), \quad (6.6)$$

где $\delta_0 = 1/2(\delta_A + \delta_B)$.

При выводе (6.6) пренебрегалось собственной индуктивностью кольца. Формула (6.6) описывает эффект Джозефсона в структуре, в которой критический ток структуры (кольцо с двумя переходами) выражается формулой:

$$J_c = 2J_0 |\cos(q_p \Phi / \hbar)| \quad (6.7)$$

Критический ток изменяется периодически с увеличением магнитного потока, пронизывающего кольцо, достигая максимального значения, когда поток равен целому числу квантов:

$$\Phi = n\pi \hbar / q_e \quad (6.8)$$

Резистивная модель джозефсоновского перехода с малой емкостью. Рассмотрим поведение джозефсоновского перехода, когда он подключен к источнику тока, который превышает критический ток перехода. В этом случае

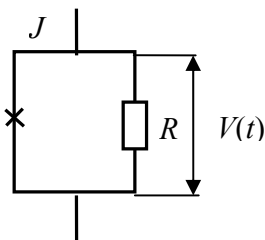


Рис. 6.2. Резистивная модель джозефсоновского перехода

переход может быть представлен резистивной моделью (рис. 6.2). Полный ток равен:

$$J = 2J_c \sin \delta + V/R, \quad (6.9)$$

С другой стороны напряжение на переходе связано с производной по фазе вторым уравнением Джозефсона $V = (\hbar/2q_e) \dot{\delta}$. Подставляя его в (6.9), получаем дифференциальное уравнение, связы-

вающее фазу и ток. Его решение позволяет получить следующее соотношение:

$$\langle V \rangle = R(J^2 - J_c^2)^{1/2}, \quad (6.10)$$

где $\langle V \rangle$ среднее значение напряжения на переходе.

Формула (6.10) описывает поведение электрических цепей с джозефсоновскими переходами. Типичные параметры джозефсоновского перехода $R \approx 1$ Ом, $J_c \approx 1$ мА.

Контрольные вопросы и задачи

- 6.1. Доказать, что если к джозефсоновскому переходу приложена сумма постоянного и переменного напряжений, то через переход потечет постоянный ток.
- 6.2. Показать, что джозефсоновский переход ведет себя как индуктивность, величина которой зависит от его фазы δ .

Лекция 7

Квантовая магнитометрия. Принцип работы и схемы включения сквидов. Предельная чувствительность сквида. Использование сквидов для измерения малых токов и напряжений. Джозефсоновские зарядовые и фазовые кубиты.

Явление квантовой интерференции токов, текущих в двух половинках сверхпроводящего кольца с двумя джозефсоновскими переходами, используется в высокочувствительных *измерителях магнитного потока*. Кольцо с двумя переходами называется СКВИДом (SQUID – Superconducting Quantum Interference Device).

Критический ток СКВИДа зависит от величины магнитного потока, пронизывающего кольцо. Максимальный критический ток соответствует целому числу квантов магнитного потока n , минимальный – полуцелому ($n + 1/2$). Глубина модуляции критического тока зависит от величины собственной индуктивности кольца L_0 . Обычно выбирают $L_0 = \Phi_0/2J_0$. Вольтамперная характеристика СКВИДа показана на рис. 7.1. Выбирая ток $J > 2J_0$, получаем, что при увеличении магнитного потока напряжение на СКВИДе изменяется от V_{\min} до V_{\max} (рис.7.2).

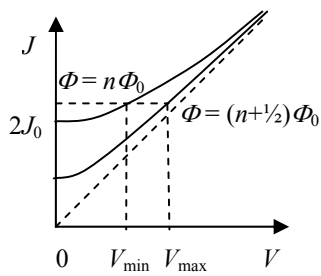


Рис. 7.1. Вольтамперная характеристика СКВИДа

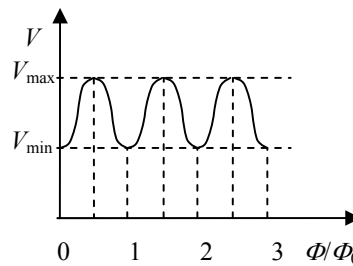


Рис. 7.2. Зависимость напряжения на СКВИДе от пронизывающего магнитного потока

Схема магнитометра представлена на рис. 7.3 [17].

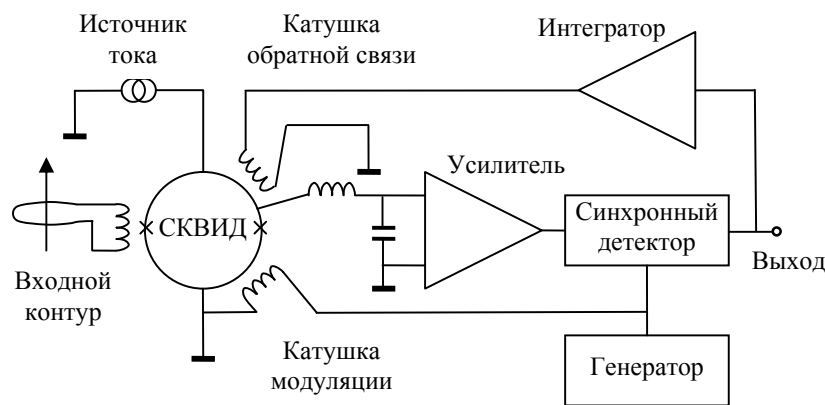


Рис. 7.3. Схема СКВИД-магнитометра

В магнитометре СКВИД снабжен цепью обратной связи, что позволяет существенно увеличить динамический диапазон магнитометра.

Оценку коэффициента преобразования СКВИДа можно провести согласно простым соображениям:

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = \frac{RJ_0}{LJ_0} = \frac{R}{L}, \quad (7.1)$$

где $R \approx 10$ Ом – сопротивление перехода, L – индуктивность кольца СКВИДа $L \approx \Phi_0/2J_0 \approx 10^{-12}$ Гн.

Если минимальное измеряемое напряжение на СКВИДе ограничено тепловым шумом переходов, то используя (7.1) получаем, что при $T = 4,2$ К минимальные вариации магнитного потока, измеряемые СКВИДом,

$$d\Phi_{\min} \approx 2 \times 10^{-23} \text{ Вб/Гц}^{1/2} \approx 10^{-7} \Phi_0/\text{Гц}^{1/2}.$$

СКВИД-магнитометр может быть использован для измерения, например, *малых токов*. В этом случае измеряется магнитное поле, создаваемое током, протекающим через измерительную катушку, и минимальный измеряемый ток определяется соотношением:

$$i_{\min} = \Phi_{\min}/L \approx 10^{-12} \text{ А/Гц}^{1/2}.$$

На этом же принципе основано использование СКВИДа для усиления высокочастотных сигналов. Так усилитель, работающий при температуре 20 мК, имеет шумовую температуру 0,05 К при усилении сигналов с частотой ≈ 650 МГц.

Еще одно применение джозефсоновских контактов связано с созданием на их основе кубитов (элементов для записи и хранения информации в квантовом компьютере). Были предложены две альтернативные реализации кубита [18]. Первая называется *зарядовым кубитом*. Простейший вариант зарядового кубита представлен на рис. 7.4. Он

состоит из маленького сверхпроводящего острова (называемого также «Cooper-pair box»), на котором находятся n куперовских пар, избыточных относительно некоторого равновесного состояния, являющегося отсчетным. Остров соединен с другим сверхпроводящим электродом через джозефсоновский туннельный переход, имеющий емкость C_J . Управляющее напряжение V_g подается на затвор, имеющий емкость C_g . Ем-

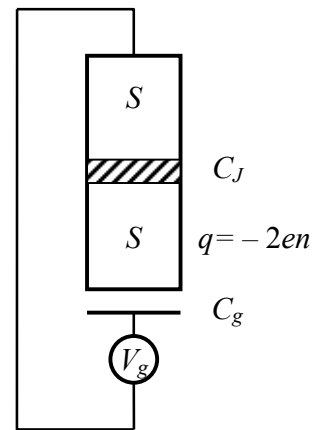


Рис. 7.4. Схема джозефсоновского зарядового кубита

кость перехода и емкость затвора выбираются предельно малыми, так чтобы одноэлектронная электростатическая энергия острова $E_c = \frac{1}{2} e^2/C_g + C_J \geq k_B \cdot 1\text{К}$. Зарядовая энергия E_c также существенно превышает джозефсоновскую энергию связи $E_J = h\Delta/(8e^2R_T)$, где R_T – сопротивление параллельно соединенных двух туннельных переходов острова, Δ – ширина сверхпроводящей энергетической щели. Состояние кубита определяется числом куперовских пар, которые протуннелировали через джозефсоновский переход. Квантовая су-

перпозиция зарядовых состояний достигается изменением напряжения на затворе. Число куперовских пар на острове может быть измерено, если связать его емкостной связью с электрометром, построенным на основе одноэлектронного транзистора.

В основе *фазового кубита* лежит одноконтактный сверхпроводящий интерферометр. На джозефсоновский переход с малой емкостью подается ток I , величина которого не превышает критический ток перехода I_c . В этом режиме переход ведет себя как нелинейная индуктивность $L = \hbar/2eI_c \cos \delta_0$, где δ_0 – фаза, определяемая в соответствии с уравнением Джозефсона: $I = I_c \sin \delta_0$. Вместе с емкостью перехода C_J эта индуктивность образует колебательный контур, в котором два нижних энергетических уровня являются двумя состояниями кубита.

Основная проблема кубитов связана с их взаимодействием с окружением, которое приводит к декогерентизации и разрушению когерентной суперпозиции состояний кубита.

Контрольные вопросы и задачи

- 7.1. Чем определяется верхний предел индуктивности кольца СКВИДа?
- 7.2. Каким образом осуществляется увеличение динамического диапазона СКВИД – магнитометра.
- 7.3. Рассчитать предельную чувствительность измерителя магнитного потока на основе СКВИДа, работающего при температуре $T = 4,2$ К.

Лекция 8

Спектроскопия одиночных атомов и молекул. Электромагнитные ловушки для заряженных и нейтральных частиц. Ловушки Пауля и Пеннинга. Магнитные ловушки.

Тенденцией современной физики является переход к более мелким объектам исследования вплоть до отдельных атомов. Отдельные атомы вещества или ионы могут быть захвачены в специальные ловушки и в течение длительного времени удерживаться в них без контакта с веществом стенок. При этом стремятся максимально уменьшить энергию захваченных частиц. Это дает

возможность измерять их характеристики, например, вероятности перехода между состояниями атома, с беспрецедентной точностью, значительно ослабляя возмущение со стороны других атомов, которое имеет место в обычном состоянии вещества.

Например, магнитный момент электрона, вернее, его g -фактор был измерен с точностью 4×10^{-12} [19]. Такая точность была обусловлена тем, что величина g определялась как отношение двух частот, измеренных для электрона, захваченного в ловушке.

Рассмотрение начнем с анализа процесса удержания иона в двумерном радиочастотном квадрупольном поле квадрупольного масс-спектрометра [20]. Конструкция ловушки изображена на рис. 8.1.

Законы электростатики не позволяют иметь устойчивое положение заряженной частицы в электростатическом поле, создаваемом внешними источниками с постоянной ЭДС. Од-

нако это можно сделать, если добавить осциллирующее поле. При этом возникает эффект динамической стабилизации. Электрические напряжения $U + V \cos \omega t$ приложены к каждой паре из четырех электродов, имеющих в сечении гиперболическую форму и удлиненных вдоль оси y . Уравнения движения для заряженной частицы вдоль осей x и z являются уравнениями Матье. Для них характерно наличие областей устойчивости и неустойчивости для движения в плоскости xz . При устойчивом движении частицы колеблются в плоскости xz с ограниченной амплитудой и могут двигаться вдоль оси y , не соприкасаясь с электродами. При неустойчивом движении амплитуда колебаний в плоскости xz непрерывно растет и частица теряется. Нижняя область устойчивости, построенная в координатах a и q для частицы с массой m и зарядом e , находящейся в такой квадрупольной ловушке, представлена на рис. 8.2. Вели-

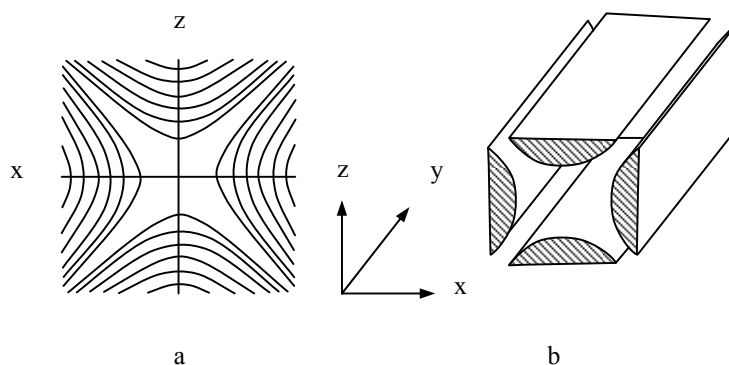


Рис. 8.1. Схематическое изображение электродов в масс-спектрометре

чины a и q следующим образом связаны с параметрами ловушки и частицы:

$$a = \frac{4eU}{m\omega^2 r_0^2}; \quad q = \frac{4eV}{m\omega^2 r_0^2}$$

На диаграмме устойчивости (рис. 8.2) частицы с различной массой располагаются на прямой линии, проходящей через нулевую точку, т.е. попадают

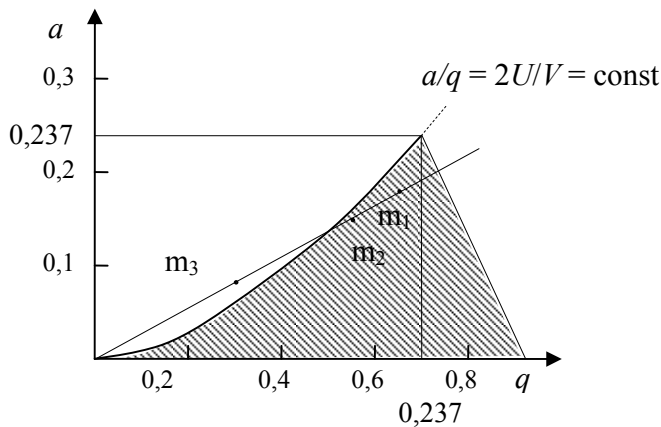


Рис. 8.2. Область устойчивости (заштрихована) заряженной частицы в квадрупольном поле

либо в область устойчивости, либо в область неустойчивости. Таким образом осуществляется разделение частиц в масс-спектрометре с разрешением $\Delta m/m$, достигающим 10^{-4} .

В координатах x, z потенциальная поверхность имеет седловидную форму с точкой перегиба в центре ловушки. Смена полярности потенциала на электродах приводит к вращению потенциальной поверхности относительно оси, проходящей через центр с частотой изменения напряжения на электродах.

На аналогичных принципах основана трехмерная *ловушка Пауля* (рис. 8.3). Кольцевой электрод, сечение которого имеет форму гиперболы, закрывается сверху и снизу двумя крышками, также имеющими гиперболическую форму.

Ловушка Пеннинга. Если к квадрупольной ловушке приложено только постоянное напряжение такой полярности, что ионы совершают стабильные колебания в направлении оси z с частотой

$\omega_z^2 = 2eU / mr_0^2$, то ионы будут неустойчивы в плоскости $x-y$. Приложение аксиально направленного магнитного поля не меняет движения ионов вдоль оси z , тогда как вызывает циклотронное движение в плоскости $x-y$. Оно

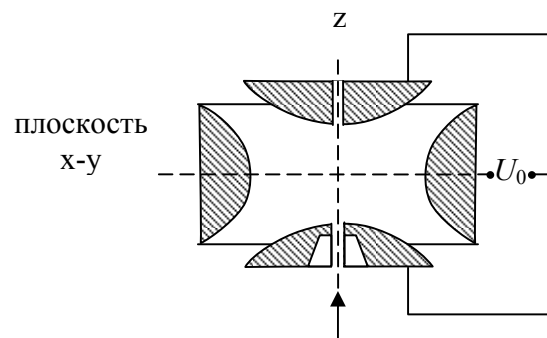


Рис. 8.3. Схема ионной ловушки

обусловлено силой Лоренца, направленной к центру. Эта сила частично компенсируется радиальной электрической силой. Поскольку магнитная сила много больше, чем электрическая, в плоскости x - y возникает стабильное вращение с частотой, близкой к циклотронной частоте $\omega_c = eB/m$. В результате одновременного воздействия электрического и магнитных полей частица будет двигаться по кольцевой орбите в плоскости x - y вокруг оси z с магнетронной частотой $\omega_m \approx \omega_z^2 / 2\omega_c$, которая не зависит от массы частицы. Таким образом, траектория иона в ловушке Пеннинга является суперпозицией трех практически независимых колебаний. Траекторию можно представить в виде орбиты с эпициклами в плоскости x - y , на которую наложены гармонические колебания вдоль оси z . При этом имеет место следующая иерархия частот $\omega_m \ll \omega_z \ll \omega_c$.

Для электрона, захваченного в ловушку Пеннинга с параметрами $r_0 = 0,5$ см, $U = 10$ В, $B = 60$ кГс, частоты равны 12 кГц, 62 МГц и 164 ГГц, соответственно.

Захваченные в ловушку ионы могут служить реперами частоты в микроволновом или оптическом диапазонах частот. В первом случае обычно используются магнитные дипольные переходы между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния. В оптической области спектра используются электрические дипольные или мультипольные переходы между электронными состояниями. Например, микроволновый стандарт на ионах $^{199}\text{Hg}^+$ ($f \approx 40,5$ ГГц) обеспечивает добротность спектральной линии $\approx 10^{10}$ и высокую стабильность частоты, так что девиация Аллана составляет $\sigma_y(\tau) = 7 \times 10^{-14} (\tau/\text{с})^{-1/2}$.

Ловушки позволяют провести наиболее точные измерения параметров частиц, таких как магнитный момент электрона, или, точнее, его g -фактора. Отклонение g -фактора от 2 обусловлено только поправками квантовой электродинамики. Экспериментальное значение $g/2 = 1,001\,159\,652\,193(4)$. Оно изменено с погрешностью 4×10^{-12} . Такая высокая точность достигается благодаря тому, что фактически измеряется отношение двух частот одного и того же атома.

Хотя заряженные частицы могут быть захвачены в ловушки Пеннинга или Пауля, использующие комбинации электрических и магнитных полей,

они не работают для нейтральных атомов. Для удержания нейтральных атомов используются *магнитные ловушки*. Потенциальная энергия W частицы с постоянным магнитным моментом μ в магнитном поле B : $W = -\mu B$. В неоднородном поле на частицу действует сила $F = \text{grad}(\mu B)$. В случае нейтрона, имеющего спин $\hbar/2$, допускаются только две ориентации спина относительно направления поля, поэтому его магнитный момент может быть ориентирован только параллельно или антипараллельно полю B . В параллельном состоянии частицы втягиваются в магнитное поле, а в антипараллельном – выталкиваются.

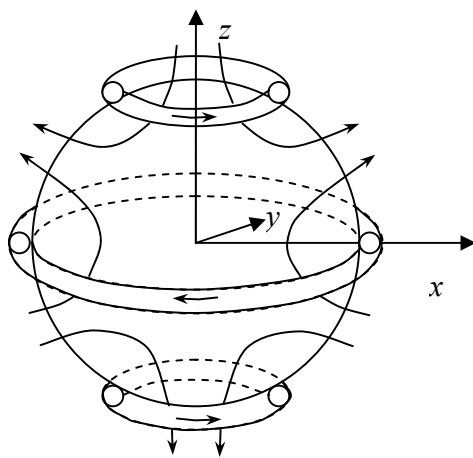


Рис. 8.4. Шестиполюсная магнитная ловушка

Это позволяет удерживать их в объеме с магнитными стенками. Соответствующая конфигурация поля создается в магнитном шестиполюснике (рис. 8.4). Поскольку нейтрон имеет небольшой магнитный момент $\mu = 6 \times 10^{-8}$ эВ/Т, глубина потенциальной ямы $\mu B_0 = 1,8 \times 10^{-7}$ эВ в поле $B_0 = 3$ Т. Это означает, что скорости захваченных нейтронов не могут превышать 6 м/с, то есть их необходимо охлаждать.

Контрольные вопросы и задачи

- 8.1. Каким образом регистрируется движение заряженных частиц в ловушках Пауля и Пеннинга?
- 8.2. Каким образом можно изменять число частиц, захваченных в ловушках?
- 8.2. Как изменится характер движения иона в ловушке Пеннинга, если увеличить магнитное поле?
- 8.4. Рассчитать максимальную температуру, которую могут иметь нейтроны, захваченные в магнитной ловушке.

Лекция 9

Магнито-оптические ловушки. Охлаждение атомов радиационным давлением лазерного излучения. Предельная температура охлаждения. Бозе-Эйнштейновская конденсация.

Магнито-оптические ловушки позволяют удерживать и охлаждать нейтральные атомы до предельно низких температур. Сначала рассмотрим процесс лазерного охлаждения атомов [21]. Когда атом поглощает фотон, он получает от фотона импульс $\hbar\vec{k}$ (\vec{k} – волновой вектор фотона). Если частота излучения лазера меньше, чем частота оптического резонанса атома, то благодаря эффекту Доплера атомы, движущиеся навстречу лучу, будут при соответствующей отстройке поглощать фотоны, а движущиеся в противоположном направлении не будут с ними взаимодействовать. Впоследствии возбужденный атом может излучить поглощенный фотон благодаря спонтанной эмиссии. Поскольку это случайный процесс и атом испускает фотон в произвольном направлении, то происходит замедление движения атома, движущегося навстречу лазерному лучу. Если на атом направлены три взаимно-ортогональные пары лучей отстроенных лазеров, то есть лучи падают на атом с шести направлений, то действующая на атом результирующая сила будет зависеть от его скорости и действовать в направлении, противоположном этой скорости. Таким образом, формируется «оптическая патока», то есть вязкая среда. Оптимальная отстройка частоты лазера от частоты оптического резонанса $\Delta = \omega_p - \omega_l = \frac{1}{2} \gamma$, где γ – ширина линии оптического резонанса атома.

Минимальная температура, которую можно получить при лазерном охлаждении атомов определяется *доплеровским пределом охлаждения*:

$$T_{\min} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B} \quad (9.1)$$

Он возникает в результате установления равновесия между процессами охлаждения атомов и их нагревания из-за спонтанной эмиссии фотонов.

Лазерное охлаждение позволяет замедлить атомы, но оно не локализует атомы в определенной пространственной области. Такая локализация осуще-

ствляется с помощью магнитного поля в *магнито-оптической ловушке* (МОТ – magneto-optical trap). Две катушки располагаются симметрично относительно центра, где сходятся шесть лазерных лучей. Через катушки пропускают токи, текущие в них в противоположных направлениях, создающие магнитное поле. В центре поле равно нулю и с удалением от центра увеличивается по линейному закону. Это поле создает Зеемановское расщепление атомных энергетических уровней, которое также увеличивается по мере удаления от центра ловушки. Если атом движется от центра, то атомный резонанс сдвигается ближе к частоте лазера, и увеличивается вероятность поглощения атомом фотона и получения им импульса, возвращающего атом к центру. На-

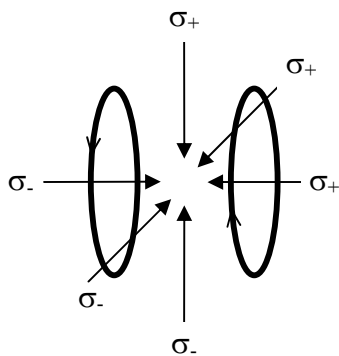


Рис. 9.1. Схема магнито-оптической ловушки

правление импульса задается направлением круговой поляризации света, как показано на рис. 9.1.

Плотность атомов в ловушке также ограничена спонтанной эмиссией фотонов атомами. При большой плотности увеличивается вероятность того, что фотон, испускаемый одним из атомов, поглотится другим с передачей

ему импульса, что равносильно возникновению силы, расталкивающей атомы. Кроме того, в МОТ существуют другие механизмы, ограничивающие плотность удерживаемых атомов.

Более удобной является оптическая дипольная ловушка, которая формируется вместо МОТ при выключении магнитного поля и создании электрического поля с большим градиентом, в которое втягиваются атомы благодаря наличию у них дипольного момента. Такое поле создается двумя пересекающимися лучами мощного CO_2 лазера (частота излучения далека от резонансной частоты атомов), сфокусированными в центре ловушки. Лазерное излучение мощностью 10 Вт позволило создать ловушку глубиной ~ 900 мкм. Охлаждение атомов в дипольной оптической ловушке осуществлялось путем «испарительного охлаждения». При уменьшении мощности оптического излучения, создающего потенциальную яму, уменьшается ее глубина и «горя-

чие» атомы выскакивают из ловушки, а «холодные» остаются в ней. Комбинируя различные методов охлаждения, удалось снизить температуру захваченных атомов рубидия-87 ниже 170 нК. Количество атомов было около двух тысяч, а их плотность превышала то значение, при котором возникает перекрытие де_Бройлевских волновых пакетов атомов и наступает состояние *Бозе-Эйнштейновской конденсации* (ВЕС – Bose-Einstein condensation) [22]. Другие широко известными проявлениями ВЕС – это сверхпроводимость и сверхтекучесть.

Условие возникновения ВЕС можно записать в следующем виде:

$$n\Lambda_{dB}^3 \approx 1$$

где n – количество атомов в единице объема, Λ_{dB} – тепловая длина волны де Бройля:

$$\Lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi mk_B T}} .$$

При этом большая часть атомов находилась в основном квантовом состоянии потенциала ловушки.

Получение Бозе-Эйнштейновского конденсата в ансамбле захваченных в ловушке атомов позволило наблюдать и исследовать целый ряд квантовых эффектов в этой макроскопической системе.

Контрольные вопросы и задачи

- 9.1. Определить температуру Доплеровского предела лазерного охлаждения атомов натрия, если длина волны излучения, вызывающего резонансное возбуждение атома $\lambda = 589$ нм, время жизни возбужденного состояния 16,2 нс. Какую среднеквадратичную скорость имеют при этом атомы в ловушке?
- 9.2. Каким образом можно сократить число лазеров, используемых для удержания атомов в магнито-оптической ловушке?
- 9.3. Почему в MOT используется лазерное излучение с круговой поляризацией?
- 9.4. В ловушке находится облако из 3000 атомов рубидия-87, имеющее форму шара. До какой температуры необходимо охладить атомы, чтобы они перешли в состояние Бозе-Эйнштейновской конденсации.

Лекция 10

Молекула аммиака как пример двухуровневой системы. Стационарные состояния. Молекула аммиака в статическом электрическом поле. Разделение состояний.

Частота колебательного процесса является наиболее точно измеряемой физической величиной, а мазер и лазер наиболее стабильными генераторами электромагнитных колебаний. Рассмотрим принципы действия лазера как двухуровневой квантовой системы на примере аммиачного лазера [23]. Из всех возможных состояний молекулы аммиака NH_3 будем рассматривать состояния вращения и поступательного движения. Два базисных состояния отличаются положением атома азота относительно плоскости, в которой находятся атомы водорода. Обозначим C_1 – амплитуду пребывания в состоянии $|1\rangle$, C_2 – в состоянии $|2\rangle$. Эти амплитуды изменяются со временем согласно уравнениям

$$\begin{aligned}i\hbar \frac{dC_1}{dt} &= H_{11}C_1 + H_{12}C_2 \\i\hbar \frac{dC_2}{dt} &= H_{21}C_1 + H_{22}C_2\end{aligned}\tag{10.1}$$

Коэффициенты H_{ij} образуют гамильтонову матрицу. Используя симметричность двух состояний молекулы аммиака, получаем $H_{11} = H_{22} = W_0$, $H_{12} = H_{21} = -A$. Тогда решение системы уравнений (10.1) имеет вид:

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{a}{2} e^{-i \frac{W_0 - A}{\hbar} t} + \frac{b}{2} e^{-i \frac{W_0 + A}{\hbar} t} \\C_2 &= \frac{a}{2} e^{-i \frac{W_0 - A}{\hbar} t} - \frac{b}{2} e^{-i \frac{W_0 + A}{\hbar} t}\end{aligned}\tag{10.2}$$

Если при $t = 0$ молекула находится в состоянии $|1\rangle$ ($C_1(0) = 1$), то с течением времени вероятность нахождения в $|1\rangle$ $P_1(t)$ уменьшается, а вероятность нахождения в $|2\rangle$ $P_2(t)$ увеличивается:

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 = \cos^2 \frac{At}{\hbar} \quad (10.3)$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \sin^2 \frac{At}{\hbar}$$

При $a = 0$ $C_1(t)$ и $C_2(t)$ изменяются с одной и той же частотой, т.е. состояние является стационарным с энергией $(W_0 + A)$, в котором $C_1 = -C_2$. При $b = 0$ имеем второе стационарное состояние с энергией $(W_0 - A)$, в котором $C_1 = +C_2$.

Разность энергий этих стационарных состояний равна $2A \approx 10^{-4}$ эВ. Она соответствует частоте перехода $f = 2A/h \approx 24$ ГГц ($\lambda \approx 1,25$ см) между двумя вращательными уровнями молекулы аммиака.

Эти стационарные состояния можно выбрать в качестве новых базисных состояний $|I\rangle$ и $|II\rangle$. Они связаны с исходными базисными векторами:

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |2\rangle); \quad |II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |2\rangle); \quad (10.4)$$

а амплитуды пребывания в $|I\rangle$ и $|II\rangle$ связаны с C_1 и C_2 формулами:

$$C_I = \frac{1}{\sqrt{2}} (C_1 - C_2); \quad C_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}} (C_1 + C_2); \quad (10.5)$$

Заметим, что поведение молекулы аммиака сходно с поведением связанных маятников.

Молекула аммиака в статическом электрическом поле. Поместим молекулу аммиака в статическое электрическое поле так, чтобы плоскость атомов водорода была перпендикулярна направлению поля. Поскольку молекула обладает дипольным моментом p_m , ее энергия в электрическом поле зависит от ориентации. Таким образом, в электрическом поле энергии двух состояний молекулы аммиака различны и разность энергий пропорциональна напряженности поля E . Теперь в уравнениях (10.1) $H_{11} = W_0 + p_m E$, $H_{22} = W_0 - p_m E$. Решая их, получаем значения энергии двух стационарных состояний:

$$W_I = W_0 + (A^2 + p_m^2 E^2)^{1/2}; \quad W_{II} = W_0 - (A^2 + p_m^2 E^2)^{1/2} \quad (10.6)$$

Зависимость энергии стационарных состояний молекулы аммиака от напряженности электрического поля представлена на рис. 10.1.

Такая зависимость энергии стационарных состояний молекул аммиака от напряженности электрического поля позволяет провести их *разделение по состояниям*, пропуская пучок молекул через неоднородное электрическое поле, так чтобы его градиент был перпендикулярен оси пучка.

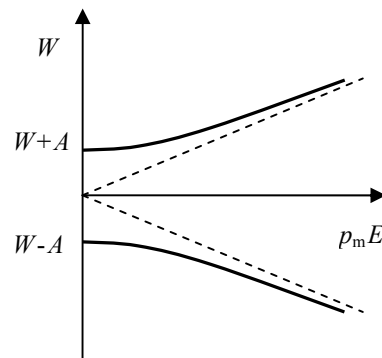


Рис. 10.1. Зависимость энергии стационарных состояний молекулы аммиака от напряженности электрического поля

Контрольные вопросы и задачи

- 10.1. Какое свойство молекул аммиака используется для их разделения по состояниям и как осуществляется это разделение?
- 10.2. Какая аналогия существует между поведением молекул аммиака и связанных осцилляторов?

Лекция 11

Взаимодействие двухуровневых молекул с электромагнитным полем. Частота Раби. Аммиачный мазер.

В аммиачном мазере пучок молекул в верхнем энергетическом состоянии пропускает через резонатор электромагнитных колебаний, в котором осуществляется *взаимодействие молекулы с переменным электромагнитным полем*. Запишем его в виде:

$$E_{\sim} = 2E_0 \cos \omega t = E_0(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (11.1)$$

Тогда коэффициенты H_{ij} в уравнениях (10.1) являются функциями времени. Однако эти уравнения можно решить приближенно методом медленно меняющихся амплитуд, если электрическое поле слабое ($E_0 p_m \ll A$).

Амплитуды, которые в отсутствие электрического поля описывают стационарные состояния, запишем в виде:

$$\begin{aligned}
C_I &= \gamma_I e^{-i \frac{W_0 + A}{\hbar} t} \\
C_{II} &= \gamma_{II} e^{-i \frac{W_0 - A}{\hbar} t}
\end{aligned}
\tag{11.2}$$

В результате вычислений получаем следующие уравнения для медленно меняющихся амплитуд γ_I , γ_{II} :

$$\begin{aligned}
i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt} &= p_m E_0 e^{-i(\omega - \omega_0)t} \gamma_{II} \\
i\hbar \frac{d\gamma_{II}}{dt} &= p_m E_0 e^{-i(\omega - \omega_0)t} \gamma_I
\end{aligned}
\tag{11.3}$$

Анализ взаимодействия молекулы с электрическим полем начнем с резонансного случая, когда частота перехода ω_0 в точности равна частоте внешнего поля ω . Решение уравнения (11.3) при условии $\omega = \omega_0$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\gamma_I &= a \cos\left(\frac{p_m E_0}{\hbar} t\right) + b \sin\left(\frac{p_m E_0}{\hbar} t\right) \\
\gamma_{II} &= ib \cos\left(\frac{p_m E_0}{\hbar} t\right) - ia \sin\left(\frac{p_m E_0}{\hbar} t\right),
\end{aligned}
\tag{11.4}$$

где a и b – константы, зависящие от начальных условий.

Из (11.4) следует, что если молекула попадает в электромагнитное поле резонатора, находясь, например, в состоянии $|I\rangle$, то с течением времени вероятность нахождения ее в этом состоянии будет уменьшаться, а вероятность нахождения в состоянии $|II\rangle$ увеличивается. Далее этот процесс будет периодически повторяться. Частота, с которой периодически изменяется вероятность нахождения молекулы в определенном состоянии при резонансном воздействии на нее электрического поля, называется *частотой биений Раби* $\Omega_R = 2p_m E_0 / \hbar$. Соответственно, молекула периодически теряет свою энергию, переходя на низший энергетический уровень и передавая ее полю в резонаторе, а затем снова забирает ее, возвращаясь на более высокий уровень.

Если сделать длину резонатора такой, что за время T пролета молекулы через резонатор значение $p_m E_0 T / \hbar = \pi/2$, то молекула, вошедшая в резонатор в

одном из состояний, с большой вероятностью выйдет из него в другом состоянии.

Если $\omega \neq \omega_0$, то поведение молекулы при ее взаимодействии с электрическим полем можно проанализировать в частном случае. Но он позволяет выявить важную сторону такого взаимодействия. Предполагается, что в начальный момент времени $\gamma_I = 1$, $\gamma_{II} = 0$. Тогда можно приближено рассчитать вероятность перехода из первого состояния во второе за время T малое по сравнению с периодом биений Раби:

$$P(I \rightarrow II) \approx \left[\frac{p_m E_0 T}{\hbar} \right] \frac{\sin^2(\omega - \omega_0)T/2}{[(\omega - \omega_0)T/2]^2} \quad (11.5)$$

Эта функция имеет острый пик при $\omega = \omega_0$. Почти вся площадь под кривой лежит в пределах $|\omega - \omega_0| < \pi/T$, а вероятность перехода падает до 0 (первый минимум) при $(f - f_0)/f_0 = 1/f_0 T$. Для молекулы аммиака ($f_0 = 24$ ГГц) $\Delta f/f_0 \approx 5 \times 10^{-8}$ при $T = 1$ мс.

Увеличение времени взаимодействия молекулы с полем приводит к сужению частотной области взаимодействия. Это свойство взаимодействия молекулы с полем используется в мазерных генераторах электромагнитных колебаний и позволяет получить высокую стабильность частоты генерируемых колебаний.

Контрольные вопросы и задачи

- 11.1. Рассчитать длину резонатора электромагнитных колебаний, при которой молекула, находящаяся в основном состоянии и влетевшая в резонатор со скоростью v , с наибольшей вероятностью вылетает из него в возбужденном состоянии. Резонатор настроен на частоту молекулярного перехода.
- 11.2. В водородном мазере частота атомного перехода равна 1,42 ГГц. Чему равна ширина линии взаимодействия атома с электромагнитным полем, если атом взаимодействует с полем в течение 1с?
- 11.3. Атом, обладающий дипольным моментом 10^{-26} Кл·м, представляющий собой двухуровневую систему с частотой перехода 100 ГГц, влетает в резонатор электромагнитных колебаний с размерами $1 \times 1 \times 3$ мм³, настроенный на частоту перехода. Найти частоту биений Раби, если температура резонатора 300 К.

Лекция 12

Мазер как усилитель. Мазер как генератор высокостабильных электромагнитных колебаний. Факторы, определяющие нестабильность частоты лазера. Ширина линии генерации. Водородный мазер. Цезиевый стандарт частоты.

Работа лазера основана на взаимодействии электромагнитного излучения со средой, состоящей, например, из молекул, обладающих двумя энергетическими уровнями. В лазере вынужденное излучение возникает при переходе молекулы с верхнего уровня на нижний под воздействием первичного излучения. Таким образом, система действует как *усилитель*, каждый переход вниз добавляет фиксированное количество энергии в существующее поле излучения, так что фаза испускаемого излучения совпадает с фазой входного сигнала. Между энергетическими уровнями системы существуют три типа радиационных переходов: вынужденное излучение, спонтанное излучение и поглощение (здесь не рассматриваются безизлучательные переходы). Два последних процесса дают вклад в тепловой шум лазера и определяют его минимальную шумовую температуру:

$$T_n = (1 - 1/G) T_m^{(-)}, \quad (12.1)$$

где G – коэффициент усиления по мощности, $T_m^{(-)}$ – отрицательная температура активной среды лазера. Формула (12.1) получена для случая низких частот $\hbar\omega \ll k_B T$, $\hbar\omega \ll k_B T_m$ [24].

Заметим, что рассмотренная выше двухуровневая система является простейшей из возможных многоуровневых систем. В лазере обычно используются три и более уровня, чтобы было проще и удобней осуществлять инверсию заселенности уровней [25].

Мазер как генератор высокостабильных электромагнитных колебаний. Рассмотрим мазерный генератор, состоящий из группы молекул или атомов в возбужденном состоянии, имеющих частоту перехода f_m , помещенных в резонатор с резонансной частотой f_p и добротностью $Q_p = f_p/\Delta f_p$. Добротность молекулярного (или атомного) перехода Q_m определяется как $Q_m = f_m/\Delta f_m$, где Δf_m – ширина перехода. Если $|f_m - f_p| \ll \Delta f_m + \Delta f_p$, то генерируемая частота определяется соотношением:

$$f = \frac{f_m Q_m + f_p Q_p}{Q_m + Q_p}. \quad (12.2)$$

Если молекулярный резонанс гораздо острее, чем резонанс резонатора ($Q_m \gg Q_p$), то

$$f \approx f_m + (f_p - f_m) \frac{Q_p}{Q_m}. \quad (12.3)$$

Формула (12.3) фактически описывает эффект затягивания частоты. Если резонатор настроен на частоту молекулярного перехода $(f_p - f_m)/f_m \ll 1$, то мазер генерирует колебания на частоте близкой к частоте молекулярного перехода, которая менее подвержена внешним возмущениям и гораздо стабильнее, чем частота резонатора. Хотя существует еще целый ряд эффектов, в результате которых частота, генерируемая мазером, отличается от частоты молекулярного или атомного перехода [26].

Эти эффекты определяют *долговременную стабильность частоты* мазерного генератора. Изменения частоты резонатора, например, из-за температурных флуктуаций или старения резонатора, также приводят к изменениям генерируемой частоты.

В *водородном мазере* [26] используется переход между двумя основными подуровнями атомарного водорода $|F = 1, m_F = 0\rangle$ и $|F = 0, m_F = 0\rangle$ с частотой около 1,42 ГГц. Как показано на рис. 12.1, пучок атомов водорода впрыскивается в вакуумный объем, в котором поддерживается давление на уровне 10^{-4} Па. Атомы, внутренняя энергия которых увеличивается при увеличении магнитного поля $|F = 1, m_F = 0\rangle$, фокусируются магнитной системой в накопительную колбу, в то время как остальные атомы не попадают в нее. В накопительной колбе, помещенной внутри микроволнового резонатора, преимущественно оказываются атомы в верхнем состоянии. Они отдадут

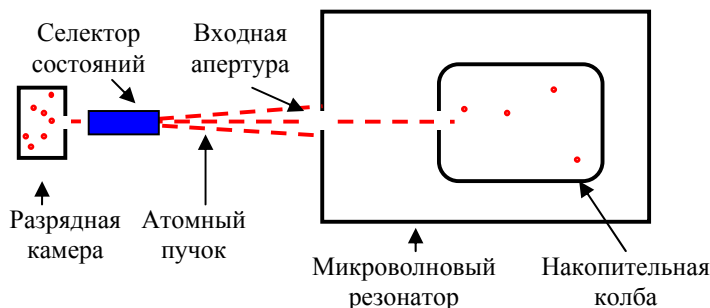


Рис. 12.1. Схематическая конструкция водородного мазера

тельную колбу, в то время как остальные атомы не попадают в нее. В накопительной колбе, помещенной внутри микроволнового резонатора, преимущественно оказываются атомы в верхнем состоянии. Они отдадут

энергию электромагнитному полю резонатора, и таким образом осуществляется генерация колебаний на частоте линии атомного перехода.

Накопительная колба изготавливается из диэлектрического материала с низкими потерями. Часто колба представляет собой сферу из плавленного кварца диаметром около 15 см с впускным отверстием для атомного пучка. На стенки колбы наносится диэлектрический материал, минимизирующий сдвиг частоты генерации при столкновении атомов со стенками. Очень важно, чтобы сдвиг был не только мал, но и постоянен во времени. Обычно стенки покрываются фтор-углеродным полимером (например, тефлоном).

Исключительно высокая стабильность водородных мазеров на интервалах времени от 10 с до суток ($\sigma_{\Delta f f}(\tau = 1 \text{ день}) \cong 4 \times 10^{-16}$) обеспечивает их преимущество перед цезиевыми генераторами на этом временном интервале.

В *цезиевых атомных стандартах частоты* (рис. 12.2) используются пучки атомов Cs. Атомы, вылетающие из печи, разделяются в магнитном разделителе состояний с помощью неоднородного магнитного поля.

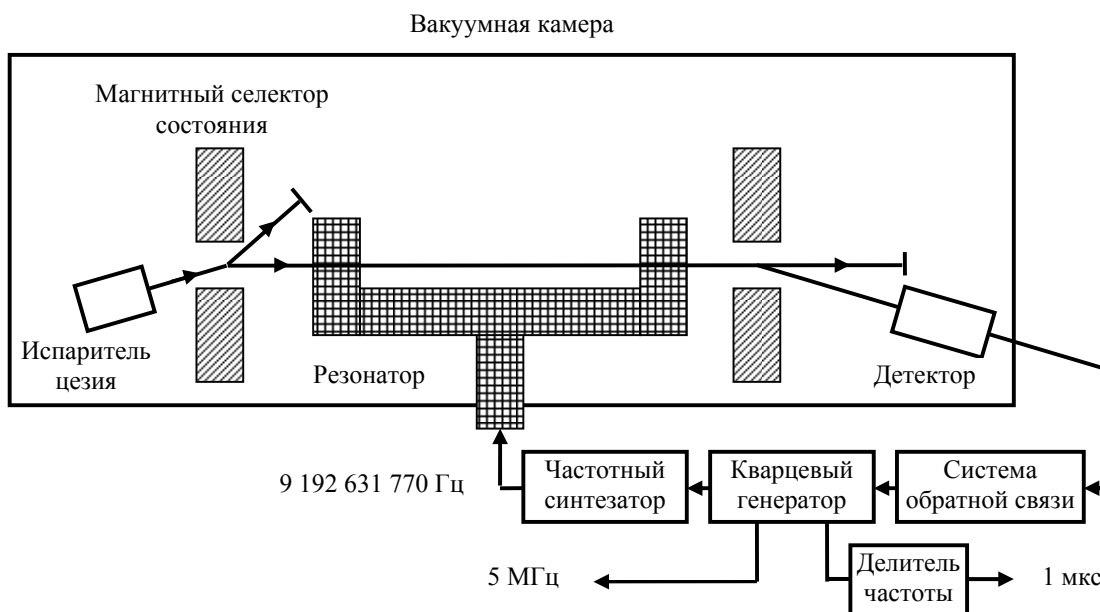


Рис. 12.2. Схема цезиевого стандарта частоты

В пучке, попадающем в зону взаимодействия, остаются только атомы в основном состоянии $|F = 3, m_F = 0\rangle$. В зоне взаимодействия находится U-образный микроволновый резонатор, настроенный на частоту 9,192 ГГц. Резонатор согнут так, что атомный пучок пересекает его дважды вблизи торцов,

влетая и вылетая через маленькие отверстия в стенках резонатора. На резонатор подается микроволновый сигнал от кварцевого генератора, управляемого напряжением обратной связи, которое формируется сигналом детектора состояний. Поле в резонаторе вызывает переход с уровня $F = 3$ на уровень $F = 4$, вероятность которого зависит от разности между частотой поля в резонаторе и частотой атомного состояния. Вторая магнитная система – анализатор – отклоняет атомы, находящиеся на верхнем уровне, в ионизационный детектор состояний. Для того чтобы снять вырождение по магнитным подуровням, область взаимодействия помещается в однородное магнитное поле. Относительная точность цезиевых стандартов частоты соответствует погрешности 7×10^{-15} .

Для разработки более точных и стабильных стандартов частоты требуется увеличение времени взаимодействия атомов с полем и соответствующее уменьшение спектральной ширины линии атомного перехода. При использовании атомов, охлажденных лазерными методами и обладающими скоростями порядка нескольких сантиметров в секунду, можно увеличить время взаимодействия вплоть до нескольких секунд. Для атомов со столь низкими скоростями использование горизонтальной схемы невозможно из-за вертикального смещения атомов в гравитационном поле Земли.

Для создания стандартов, обладающих наивысшей точностью, используется цезиевый атомный фонтан. В атомном фонтане облако холодных атомов подбрасывается вертикально вверх в зону взаимодействия с микроволновым полем со скоростью несколько метров в секунду. Относительная погрешность частоты такого стандарта составляет $\cong 1 \times 10^{-15}$ [26].

Контрольные вопросы и задачи

- 12.1. Как зависит нестабильность частоты водородного мазера от временного интервала, на котором она определяется?
- 12.2. Какие факторы определяют нестабильность частоты водородного мазера на различных временных интервалах?
- 12.3. Каким преимуществом обладают цезиевые стандарты частоты на основе атомного фонтана перед традиционными цезиевыми часами?
- 12.4. Почему в качестве первичного эталона частоты используется цезиевый генератор, а не водородный мазер?

Лекция 13

Ридберговские состояния атомов. Мазер на отдельном атоме. Генерация неклассических состояний электромагнитного поля. Эффекты квантовой электродинамики в резонаторах электромагнитных колебаний.

Одноатомный мазер – это устройство, позволяющее осуществлять взаимодействие отдельного двухуровневого атома с электромагнитным полем отдельного фотона в сверхпроводящем резонаторе [27].

Поле одного фотона, а также дипольный момент обычных атомов слишком малы для того, чтобы обеспечить малость времени эволюции атомной системы, определяемого периодом биений Раби, по сравнению с характерными временами системы, такими как время жизни возбужденного состояния, время пролета атома через резонатор и время релаксации поля в резонаторе.

Использование *ридберговских состояний атомов* (сильно возбужденные атомные состояния, характеризующиеся значением главного квантового числа валентного электрона $n \gg 1$) позволило решить эту проблему, поскольку они обладают большим дипольным моментом, пропорциональным n^2 , имеют относительно большие времена жизни по спонтанному излучению и переходы в миллиметровом диапазоне частот.

В одноатомном мазере коллимированный пучок атомов Rb проходит через селектор скоростей Физо. Перед входением в сверхпроводящий резонатор атомы возбуждаются на верхней мазерный уровень $63r_{3/2}$ с помощью излучения ИК кольцевого лазера на красителе, прошедшего через удвоитель частоты. Ниобиевый сверхпроводящий резонатор мазера охлаждается до температуры 0,5 К в криостате на ^3He . При этой температуре число тепловых фотонов в резонаторе составляет около 0,15 при частоте 21,5 ГГц. Добротность резонатора может достигать 3×10^{10} , что соответствует времени релаксации фотонов 0,2 с. Используются два мазерных перехода с уровня $63r_{3/2}$: на уровень $61d_{3/2}$ и на уровень $61d_{5/2}$.

Ридберговские атомы на верхнем и нижнем мазерных уровнях детектируются двумя отдельными полевыми ионизационными детекторами. Напряженность поля выбрана таким образом, что в первом детекторе ионизируются

только атомы, находящиеся на верхнем уровне. Ионизация атомов, находящихся на нижнем уровне, происходит в поле второго детектора.

При среднем времени пролета ридберговских атомов через резонатор равном 50 мкс и потоке 1750 атомов/с, в среднем, в резонаторе находится 0,09 ридберговских атомов. В соответствии с распределением Пуассона это означает, что более 90% всех событий обусловлено отдельными атомами. Следовательно, отдельные атомы могут поддерживать в резонаторе непрерывные колебания с амплитудой поля, соответствующей среднему числу фотонов от единиц до нескольких сотен.

Квантовая теория одноатомного лазера изложена в оригинальных статьях [27]. Однако можно понять важные аспекты его работы, используя простые квазиклассические представления. В резонаторе одноатомного лазера происходит периодический процесс обмена энергией между атомом и электромагнитным полем. Частота биений Раби может быть записана в виде:

$$\Omega_R = 2g\sqrt{n+1}, \quad (13.1)$$

где $g \approx p_m E_\omega / 2\hbar$ (E_ω – поле на один фотон, $E_\omega = (\hbar\omega/\varepsilon_0 V)^{1/2}$), n – среднее число фотонов в резонаторе.

Если предположить, что атом влетает в резонатор, находясь в верхнем состоянии, а поле в резонаторе в состоянии $|n\rangle$, тогда для вероятности найти атом, вылетевший из резонатора, в верхнем состоянии получаем:

$$P(T_0) = \cos^2(gT_0\sqrt{n+1}), \quad (13.2)$$

где T_0 – время пролета атома через резонатор.

Выбирая соответствующим образом поток атомов и время их пролета через резонатор, можно добиться того, чтобы в стационарных условиях устанавливалась субпуассоновская статистика фотонов электромагнитного поля в резонаторе [28, 29], а в идеале, при бесконечно большой добротности резонатора, можно даже *генерировать неклассическое n -состояние*, т.е. состояние с хорошо определенным числом фотонов. Это одно из важнейших свойств одноатомного лазера.

Контрольные вопросы и задачи

- 13.1. Объяснить (с помощью соответствующих расчетов) выбор значений параметров резонатора электромагнитных колебаний (частота, добротность, рабочая температура), используемого в одноатомном лазере.
- 13.2. В цилиндрическом резонаторе (диаметром 0,5 см и длиной 0,7 см) одноатомного лазера находится 5 фотонов с частотой 21 ГГц. Определить среднее значение амплитуды электрического поля в резонаторе.

Лекция 14

Лазерная интерферометрия. Интерферометрический детектор гравитационных волн. Стандартный квантовый предел чувствительности. Использование сжатого света для увеличения чувствительности детектора.

Лазерная интерферометрия является мощным инструментом, позволяющим измерять чрезвычайно малые смещения пробных тел. В качестве примера можно привести созданные в последнее время *лазерные интерферометрические детекторы гравитационных волн*, обладающие рекордной чувствительностью при измерении смещений их пробных масс $\Delta x \approx 10^{-19}$ м/Гц^{1/2} [30]. Схема интерферометрического детектора гравитационных волн представлено на рис. 14.1. Это интерферометр Майкельсона с резонаторами Фабри-Перо в каждом из двух его плеч и зеркалом (4), помещенным между лазером (2) и делителем пучка (3), осуществляющим рециркуляцию мощности оптического излучения. Сигнал от гравитационной волны с частотой $\omega_{\text{гр}}$ появляется в результате асимметричного движения зеркал (1) в плечах интерферометра. Он пропорционален разности фаз световых волн в плечах интерферометра и регистрируется фотодетектором (5), включенном на выходе интерферометра.

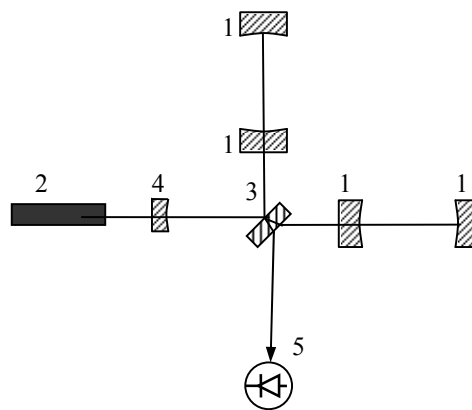


Рис. 14.1. Схема интерферометрического детектора гравитационных волн

Чувствительность детектора в рабочем диапазоне частот от 10 Гц до нескольких кГц ограничена шумами, возникающим в различных элементах интерферометра. Одним из основных является квантовый шум. Он имеет две составляющие. Дробовой шум оптического излучения возникает из-за флуктуаций числа фотонов на выходе интерферометра. Шум радиационного давления возникает из-за флуктуаций силы давления света на зеркала, обусловленных также квантовой природой света как потока фотонов.

Вклад этих шумов будет более понятен, если их рассмотреть на примере более простого интерферометра Майкельсона с делителем пучка, имеющим бесконечно большую массу. В этом случае среднеквадратичное значение смещения зеркал, определяемое дробовым шумом, равно [31]:

$$\delta x^2 \cong \frac{\hbar c \lambda}{16\pi P} \Delta f, \quad (14.1)$$

где P – мощность лазера, λ – длина волны излучения, Δf – ширина полосы частот, в которой производится измерение.

С другой стороны, флуктуационное (из-за светового давления) смещение зеркал, имеющих массу m , дается выражением:

$$\delta x^2 \cong \frac{16\pi\hbar P}{\lambda m^2 \omega^4 c} \Delta f \quad (14.2)$$

Можно показать, что если интерферометр Майкельсона полностью симметричен и информация о малых смещениях его зеркал снимается с его темного порта (при полной балансировке интерферометра свет на его выходе отсутствует), то все шумы оптического излучения, генерируемого лазером (классические и квантовые), не передаются на его выход. Источником флуктуаций (дробового шума и шума радиационного давления оптического излучения) являются взаимно ортогональные компоненты флуктуаций вакуумного поля, соответственно, фазовая и амплитудная. Вакуумное поле проникает в интерферометр через его выходной порт. Таким образом, эти два вида шумов не коррелируют, т.е. статистически независимы и полный шум смещения пробных масс является суммой (14.1) и (14.2). Очевидно, что существует оптимальная мощность оптического излучения, при которой полный шум минимален. При этой оптимальной мощности достигается максимальная чувст-

вительность интерферометра, называемая *стандартным квантовым пределом* (СКП), который является следствием принципа неопределенности Гейзенберга. Он впервые был введен В.Б.Брагинским [32].

Им же вместе с коллегами был предложен ряд схем преодоления СКП [33], например, путем измерения других, так называемых квантово-невозмущающих переменных или через создание корреляций между дробовым шумом и шумом светового давления. Уменьшение шума в одной из квадратур может быть достигнуто, если в темный порт интерферометра подавать вакуумное поле, сжатое по соответствующей квадратуре. Такое сжатое по фазе состояние оптического поля было создано при помощи оптического параметрического генератора. Также на прототипе гравитационно-волнового детектора было продемонстрировано увеличение его чувствительности в той частотной области, где она ограничена дробовым фотонным шумом, путем инъекции *сжатого света* (squeezed state of light) в выходной порт интерферометра [31]. Схема такого интерферометра представлена на рис. 14.2, где 6 – генератор сжатого вакуумного состояния, 7 – оптический циркулятор, остальные обозначения те же, что на рис. 14.1.

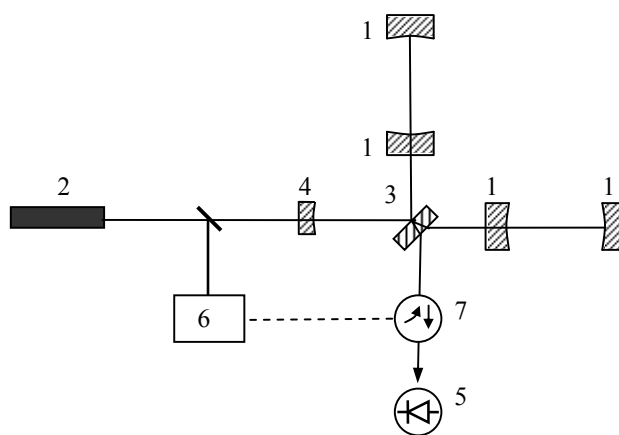


Рис. 14.2. Схема интерферометрического детектора гравитационных волн, использующего сжатый свет

Контрольные вопросы и задачи

- 14.1. Рассчитать оптимальную мощность лазера с длиной световой волны 1064 нм, используемого в гравитационно-волновом детекторе на основе интерферометра Майкельсона, позволяющую достичь СКП чувствительности на частоте $f = 100$ Гц, если масса зеркал 10 кг.
- 14.2. Как выбирается рабочая точка (настройка) интерферометра гравитационно-волнового детектора? С чем это связано?
- 14.3. Как измеряется степень сжатия сжатого света?

Лекция 15

Система единиц СИ и эталоны основных физических величин. Измерение постоянной Планка с помощью эффекта Джозефсона и квантового эффекта Холла. Эталон килограмма, основанный на квантовых эффектах. Перспективы создания «полностью квантовой» системы СИ.

Совершенствование эталонов физических величин, улучшение их точности, стабильности и воспроизводимости играет важнейшую роль в науке и технике, поскольку сущность измерения состоит в нахождении опытным путем отношения измеряемой физической величины к единице измерения (эталону или стандарту). Базовой системой единиц является *система СИ*. Она включает семь основных физических величин (длина, время, масса, сила электрического тока, термодинамическая температура, количество вещества и сила света) и 17 производных [34].

Характерной чертой современной метрологии является использование атомных и квантовых систем для высокоточного воспроизведения единиц физических величин.

Единица времени – секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующим переходу атома ^{133}Cs . Секунда реализуется с помощью цезиевых стандартов частоты, точность которых в настоящее время достигает $\Delta f/f \approx 5 \times 10^{-15}$. С помощью цезиевых стандартов формируется Международное атомное время (ТАИ), из которого получают Всемирное координированное время (UTC), отличающееся на целое количество секунд от атомного времени. UTC было введено вместо устаревшего среднего времени по Гринвичу (GMT).

Для *единицы длины* – метра фактически нет материального эталона. Он определяется как длина пути, прошедшего светом в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды. Метр определяется через фундаментальную физическую постоянную – скорость света, которая является фиксированной величиной. Для практической реализации метра используются оптические стандарты частоты, в частности, лазеры, стабилизированные различными поглощающими ячейками. В настоящее время разработаны методы измерения оптических частот путем непосредственного их сравнения с частотой микроволнового цезиевого стандарта частоты [26].

Единица массы – килограмм определяется массой прототипа килограмма – цилиндра из платино-иридиевого сплава.

Единица силы электрического тока – Ампер – сила постоянного электрического тока, который, протекая по двум параллельным бесконечно длинным проводникам с пренебрежительно малым круговым сечением, находящимся в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, вызывает на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия между ними 2×10^{-7} Н.

Рассмотренные четыре физические величины можно назвать главными в системе СИ, три остальные скорее введены для удобства. Вообще, для описания всех физических явлений достаточно трех основных единиц (времени, длины и массы) [35].

Если единицы времени и длины мы можем назвать «квантовыми», т.е. основанными на квантовых эффектах, то единицы массы и силы тока остаются «классическими» и имеющими существенно меньшую точность воспроизведения.

В настоящее время известны два квантовых эффекта, которые могут быть использованы для того, чтобы сделать систему СИ истинно «Квантовой». Это *эффект Джозефсона* и *квантовый эффект Холла* [36]. Первый был рассмотрен в предыдущих лекциях, остановимся кратко на втором.

Квантовый эффект Холла был открыт в двумерном электронном газе, образующемся в кремневом МОП транзисторе при низких температурах (< 4 К) и очень сильном магнитном поле (~ 14 Т). Было установлено, что холловское сопротивление $R_H = V_H/I$, где I – полный ток, имеет квантовые скачки:

$$R_H(n) = R_K/n \quad (15.1)$$

где n – целое число, R_K – постоянная фон Клитцинга:

$$R_K = h/e^2, \quad (15.2)$$

где h – неприведенная постоянная Планка.

Таким образом, постоянную Планка можно выразить через комбинацию постоянных Джозефсона $K_J = 2e/h$ и фон Клитцинга:

$$h = 4 K_J^{-2} R_K^{-1}. \quad (15.3)$$

Используя специальную установку «moving coil watt balance», электрической мощности (IU) можно поставить в соответствие механическую мощность (mgv) с погрешностью сравнения $\sim 9 \times 10^{-8}$ [37]. Это дает возможность установить *связь между атомными константами и килограммом* – материальным эталоном в системе СИ.

В настоящее время обсуждается возможность определить все основные единицы системы СИ через фундаментальные константы аналогично тому, как это сделано для эталона метра, который определяется через скорость света. В этом случае основными величинами будут: частота перехода в цезиевом стандарте частоты f_c , скорость света в вакууме c , постоянная Планка h , элементарный электрический заряд e , постоянная Больцмана k_B , число Авогадро N_A и сила света на определенной частоте излучения. И тогда можно будет сказать, что *система единиц СИ полностью основана на квантовых явлениях* [38].

Существует еще один квантовый эффект, имеющий перспективу для использования в метрологии. Это эффект одноэлектронного туннелирования, рассмотренный в лекции 4. Возможность использования в метрологии всех трех квантовых эффектов обсуждается в работе [39].

Контрольные вопросы и задачи

- 15.1. В каких физических явлениях появляется понятие «квант сопротивления» и чему он равен?
- 15.2. Описать принцип действия экспериментальной установки, используемой для сравнения электрической и механической мощностей.

Лекция 16

Планковские единицы основных физических величин. Соотношения единиц Стони и Планка. Вселенная в планковских единицах. Роль планковских единиц в современной физике.

Основные единицы системы СИ – секунда, метр, килограмм – связаны с человеком и его жизнедеятельностью на нашей планете. В 1899 г. М. Планк предложил универсальную систему единиц, которая пригодна для любой точки Вселенной. Эта система образована с помощью фундаментальных постоянных: скорости света c , гравитационной постоянной G и постоянной Планка \hbar . Три основных физических единицы выражаются через них следующим образом:

$$\text{планковская длина} \quad l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \times 10^{-35} \text{ м};$$

$$\text{планковская масса} \quad m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,2 \times 10^{-8} \text{ кг};$$

$$\text{планковское время} \quad t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,4 \times 10^{-44} \text{ с}.$$

Из основных планковских единиц могут быть получены единицы производных физических величин (планковские энергия, заряд, напряжение и т.д.). Например, выражение для планковской энергии получается следующим

$$\text{образом: } E_p = m_p c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,9 \times 10^9 \text{ Дж}.$$

Заметим, что М.Планк предложил свою систему единиц после того, как ввел постоянную \hbar и связанные с ней уравнения. До М.Планка в 1881 г. Дж. Стони (G.J. Stoney) ввел свою универсальную для Природы систему единиц, базирующуюся на скорости света c , гравитационной постоянной G и заряде электрона e . Заряд электрона – это физическая величина, также имеющая фундаментальный характер. В системе Стони основные единицы определялись следующим образом: $l_s = \frac{e\sqrt{G}}{c^2}$, $t_s = \frac{e\sqrt{G}}{c^3}$, $m_s = \frac{e}{\sqrt{G}}$. Выражение для m_s получено приравнением кулоновской и ньютоновской сил. Выра-

жения для l_s и t_s были выведены из m_s , c и e на основании соображений размерности. Единицы Стони и Планка близки по величине.

Интересно отметить, как сегодня выглядит Вселенная в планковских единицах:

Возраст	$4,3 \times 10^{17}$ с	$8,0 \times 10^{60}$ t_p
Размер	$8,7 \times 10^{26}$ м	$5,4 \times 10^{61}$ l_p
Масса (масса видимой материи)	$(3-8) \times 10^{52}$ кг	$(1-3) \times 10^{60}$ m_p

Планковские единицы играют важную роль в фундаментальных представлениях современной физики. Вселенная начала свое развитие с Большого взрыва. Через $\sim 10^{-43}$ с (планковское время) после большого взрыва Вселенная имела размеры $\sim 10^{-35}$ м (планковская длина) и температуру $\sim 10^{32}$ К. Далее происходило ее расширение, сопровождающееся различными процессами, в результате которых мы имеем сегодняшнюю Вселенную.

Контрольные вопросы и задачи

- 16.1. Используя логику построения планковских единиц, определить «планковский электрический заряд».
- 16.2. Каково соотношение между единицами Стони и Планка?
- 16.3. Записать закон всемирного тяготения Ньютона, используя планковские единицы.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. – М.: Наука, 1989.
2. Giaever I., Megerle R. // *Phys. Rev.* 1961. V. 122. P. 1101.
3. Зоммерфельд А. Электронная теория металлов. – М.-Л., 1938.
4. Chappert C, Fert A., Nguyen Van Dau F. The emergence of spin electronics in data storage // *Nature Publishing Group.* 2007. P. 813-823.
5. Ikeda S. et al. Tunnel magnetoresistance of 604% at 300 K by suppression of Ta diffusion in CoFeB/MgO/CoFeB pseudo-spin-valves annealed at high temperature // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 93. 082508.
6. Митрофанов В.П., Якимов В.Н. Стандартный квантовый предел при измерении малых сил с использованием туннельного датчика // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика, астрономия.* 1989. Т. 30 (4). С. 36.
7. Presilla C., Onofrio R., Bosko M.F. Uncertainty-principal noise in vacuum-tunneling transducer // *Phys. Rev. B.* 1992. V. 45. P. 3735.
8. Braginsky V.B., Vorontsov Y.I., Thorne K.S. Quantum Nondemolition Measurements // *Science.* 1980. V. 209. P. 547.
9. Биннинг Г., Ропер Г. Сканирующая туннельная микроскопия от рождения к юности // *УФН.* 1988. Т. 154. Вып. 2. С. 261-278..
10. Quate C.F. // *Surface Science.* 1994. V. 299/300. P. 980.
11. Володин А.П. Новое в сканирующей микроскопии (обзор материалов международной конференции STM'97) // *Приборы и техника эксперимента.* 1998. № 6. С. 6-42.
12. Rugar D., Budakian R., Mamin H.J., Chul B.W. Single spin detection by magnetic resonance force microscopy // *Nature.* 2004. V. 430. P. 329-332.
13. Likharev K.K. Single-Electron Devices and Their Application // *Proc. IEEE.* 1999. V. 87. P. 606-632.
14. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. Пер. с амер. – М.: Наука, 1978. – 791 с.
15. Hartwig W.H. Superconducting resonators and devices // *Proc. IEEE.* 1973. V. 61. P. 58-69.
16. Hofheinz M. et al. Synthesizing arbitrary quantum states in a superconducting resonator // *Nature.* 2009. V.459. P. 546-549.

17. *Drung D. et al.* Highly Sensitive and Easy-to-Use SQUID Sensors// IEEE Trans. Appl. Supercond. 2007. V. 17(2). P. 699-704.
18. *Maklin Yu., Schon G., Shirman A.* Quantum – state engineering with Josephson-junction devices // Rev. Mod. Phys. 2001. V. 73. P. 357-400.
19. *Brown L. S., Gabrielse G.* Geonium theory: Physics of single electron or ion in a Penning trap // Rev. Mod. Phys. 1986. V.58. P. 233.
20. *Paul W.* Electromagnetic traps for charged and neutral particles // Reviews of Modern Physics. 1990. V. 62. № 3. P. 531-540.
21. *Cohen-Tannoudji C.N.* Manipulating atoms with photons // Rev. Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 707.
22. *Cornell E.A., Wieman C.E.* Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments // Rev. Mod. Phys. 2002. V. 74. № 3. P. 875.
23. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике: Пер. с англ. – Т. 8. – М.: Мир. – 344 с.
24. *Букингем М.* Шумы в электронных приборах и системах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 399 с.
25. *Пиппард А.* Физика колебаний, квантово-механические системы. – М.: Высшая школа. – 1986.
26. *Риле Ф.* Стандарты частоты. Принципы и приложения. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2009.
27. *Вальтер Г.* Одноатомный мазер и другие эксперименты квантовой электродинамики резонатора // УФН. 1996. Т. 166. № 7. С. 777-795.
28. *Клышко Д.Н.* Физические основы квантовой электроники. – М.: Наука. – 1986.
29. *Скалли М.О., Зубайри М.С.* Квантовая оптика. – М.: Физматлит, 2003.
30. *Abbott B. et al. (LIGO scientific collaboration)* LIGO: the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory // Rep. Prog. Phys. 2009. V. 72. 076901.
31. *McClelland D.E., Mavalvala N., Chen Y., Schnabel R.* Advanced interferometry, quantum optics and optomechanics in gravitational wave detectors // Laser&Photon. Rev. 2010. V. 1. P. 1-18.

32. *Брагинский В.Б.* Классические и квантовые ограничения при обнаружении слабых воздействий на макроскопический осциллятор // *ЖЭТФ*. 1967. Т. 53. С. 1434-1441.
33. *Braginsky V.B., Khalili F.Ya.* Quantum Measurement. – Cambridge University Press, 1992.
34. *Quinn T.J.* Base Units of the Système International d'Unités, their Accuracy, Dissemination and International Traceability // *Metrologia*. 1994/1995. V. 31. P. 515-527.
35. *Duff M.J., Okun L.B. Veneziano G.* Dialogue on the number of fundamental constants: Published by Institute of Physics Publishing for SISSA/ISAS // <http://jnep.sissa.it/archive/papers/jhep032002023/jhep032002023.pdf>. – 12 p.
36. *Фон Клитцинг К.* Квантовый эффект Холла: Нобелевские лекции по физике – 1985 г. // *УФН*. 1986. Т. 150. Вып. 1. С. 107-126.
37. *Williams E.R. Steiner R.L., Newell D.B. and Olsen P.T.* Accurate Measurement of the Planck Constant // *Phys. Rev. Lett.* 1998. V. 81. № 12. P. 2404-2407.
38. *Mohr P.J.* Defining units in the quantum based SI // *Metrologia*. 2008. V. 45. P. 129-133.
39. *Keller M.W.* Current status of the quantum metrology triangle // *Metrologia*. 2008. V. 45. P. 102-109.