



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

кафедра физики колебаний

**МУЛЬТИРЕЖИМНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ  
ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОГО ДЕТЕКТОРА  
Advanced LIGO**

**Дипломная работа студента 6-го курса  
Кондрашова Ивана Сергеевича**

Допущен к защите "    " декабря 2008 года

Научный руководитель:

Зав. кафедрой физики колебаний,  
профессор

кандидат физ.-мат. наук,  
ассистент

\_\_\_\_\_ А.С. Логгинов

\_\_\_\_\_ Ш.Л. Данилишин

---

Москва 2008 г.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Аннотация</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
2.1	Гравитационные волны . . . . .	2
2.2	Гравитационно-волновые детекторы . . . . .	2
2.3	Порядок изложения материала . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Квантовый шум интерферометров с рециркуляцией сигнала</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Двойные системы</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Гравитационно-волновые вспышки</b>	<b>17</b>
<b>7</b>	<b>Высокочастотные периодические источники гравитационных волн</b>	<b>21</b>
<b>8</b>	<b>Заключение</b>	<b>24</b>
<b>9</b>	<b>Выводы</b>	<b>25</b>
	<b>Литература</b>	<b>26</b>

## Список иллюстраций

- 1 Принципиальная схема гравитационно-волнового детектора Initial LIGO. Здесь ОКГ(ки) — оптический квантовый генератор когерентного излучения (лазер), ЗРМ — зеркало рециркуляции мощности, СД — светоделитель, ВПМ — входная пробная масса, ТПМ — торцевая пробная масса, ФД — фотодетектор. . . . . 4
- 2 Ожидаемые спектральные плотности основных классических шумов интерферометра Advanced LIGO. . . . . 6
- 3 Зависимость сравнительного выигрыша в отношении сигнал/шум  $\rho_{\text{puls}}/\rho_{\text{puls}}^{\text{@NS}}$  для одного из миллисекундных пульсаров (J0034-0534 с частотой вращения  $f_0 \simeq 532,7$  Гц) (справа) и сравнительного выигрыша в отношении сигнал/шум  $\rho_{\text{burst}}/\rho_{\text{burst}}^{\text{@NS}}$  для гравитационно-волновых вспышек (слева) от проигрыша в отношении сигнал/шум для стандартных двойных нейтронных звёзд  $1 - \rho_{\text{NS}}/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$ . Здесь  $\rho_{\text{burst}}^{\text{@NS}}$  — значение отношения сигнал/шум для источников типа вспышек в случае, когда настройка интерферометра обеспечивает оптимальное детектирование стандартных двойных нейтронных звёзд (то есть, максимальное отношение сигнал/шум для этого типа источников), а  $\rho_{\text{puls}}^{\text{@NS}}$  — отношение сигнал/шум для данного пульсара в том же случае. . . . . 7
- 4 Принципиальная схема гравитационно-волнового детектора Advanced LIGO. Здесь ОКГ(ки) — оптический квантовый генератор когерентного излучения (лазер), ЗРМ — зеркало рециркуляции мощности, СД — светоделитель, ФВ — фазовращатель, ВПМ — входная пробная масса, ТПМ — торцевая пробная масса, ЛО — локальный осциллятор,  $\varphi$  — величина фазового сдвига волны локального осциллятора относительно сигнальной волны, ФД — фотодетектор,  $R$  и  $T$  — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания света соответственно. . . . . 10
- 5 Схематическое изображение прибора для квантовых измерений. Здесь  $G$  — классическая измеряемая наблюдаемая (*например*, сила), действующая на зонд;  $\hat{Z}$  — выходной сигнал детектора;  $\hat{x}$  — линейная наблюдаемая (*например*, смещение) зонда  $\hat{F}$  — линейная наблюдаемая детектора, которая характеризует силу обратного влияния на зонд. . . . . 12

6	Контурный график зависимости чувствительности Advanced LIGO к стандартным двойным нейтронным звёздам $\rho_{\text{NSNS}}/\rho_{\text{NSNS}}^{\text{max}}$ от оптических параметров $\Gamma$ и $\beta$ . Точка «МАХ» соответствует максимуму чувствительности, точки «А»—«D» — характерным субоптимальным настройкам, оптимальным для детектирования гравитационного сигнала и от вспышек, и от двойных нейтронных звёзд (точка «О»), а также от вспышек, двойных нейтронных звёзд и рассматриваемого пульсара (точки «Р», «Q», «R»). Кривые квантовых шумов для каждой из этих точек приведены на Рис. 7. . . . .	16
7	Спектральная плотность кривой квантового шума, оптимальная для стандартных двойных нейтронных звёзд (точка «МАХ» на Рис. 6), а также четыре субоптимальных спектральных плотностей квантового шума (точки «А»—«D» (см. параметры в Табл. 3) на Рис. 6). . . . .	18
8	Контурный график зависимости чувствительности Advanced LIGO к гравитационно-волновым вспышкам $\rho_{\text{burst}}/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$ от оптических параметров $\Gamma$ и $\beta$ . Точка «МАХ» соответствует максимуму чувствительности, точки «А»—«D» — характерным субоптимальным настройкам (см. значения параметров в Табл. 3), оптимальным для детектирования гравитационного сигнала и от вспышек, и от двойных нейтронных звёзд (точка «О»), а также от вспышек, двойных нейтронных звёзд и рассматриваемого пульсара (точки «Р», «Q», «R»). . . . .	19
9	Спектральная плотность кривой квантового шума, оптимальная для гравитационно-волновых вспышек (точка «МАХ» на Рис. 8), а также четыре субоптимальных спектральных плотностей квантового шума (точки «А»—«D» (см. параметры в табл. 3) на Рис. 8). . . . .	20
10	Параметрический график зависимости $\rho_{\text{burst}}(\lambda)/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$ от $\rho_{\text{NS}}(\lambda)/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$ . . . . .	21
11	Спектральные плотности оптимальных кривых квантового шума для стандартных двойных нейтронных звёзд (точка «МАХ» на Рис. 6), для гравитационно-волновых вспышек (точка «МАХ» на Рис. 8), а также для обоих перечисленных типов источников (точка «О» на Рис. 6 и 8). . . . .	22
12	Параметрический график зависимости $\rho_{\text{NS}}(\mu)/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$ (сверху) и $\rho_{\text{burst}}(\mu)/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$ (снизу) от $\rho_{\text{puls}}(\lambda)/\rho_{\text{puls}}^{\text{max}}$ для двух оптимальных режимов: с уклоном на $\rho_{\text{NS}}$ ( $\lambda = 1$ ) и на $\rho_{\text{burst}}$ ( $\lambda = 0$ ). . . . .	23
13	Характерная кривая спектральной плотности квантового шума для случая тройной оптимизации (двойные нейтронные звёзды + вспышки + пульсар). . . . .	24

# 1 Аннотация

Настоящая дипломная работа посвящена разработке алгоритма мультирежимной оптимизации гравитационно-волнового детектора Advanced LIGO. Созданный алгоритм позволяет найти оптимальный режим работы детектора и повысить его чувствительность к гравитационным волнам от двух (двойных нейтронных звёзд стандартной массы<sup>1</sup> и сигналов с неизвестным спектром) и трёх (двойных нейтронных звёзд стандартной массы, сигналов с неизвестным спектром и высокочастотных пульсаров) типов источников гравитационного сигнала одновременно, в отличие от стандартных методов, принимающих во внимание только один тип источников.

---

<sup>1</sup>Стандартная двойная нейтронная звезда — система из двух гравитационно-связанных нейтронных звёзд общей массой  $M = 2.8 \cdot M_{\odot}$  ( $M_{\odot}$  — масса Солнца), сближающихся по спирали.

## 2 Введение

### 2.1 Гравитационные волны

Достижения современной физики в области обнаружения реликтового электромагнитного фона позволили узнать, каково было распределение вещества во Вселенной, когда она стала «прозрачной» для электромагнитного излучения, то есть, спустя  $\sim 10^5$  лет. Детектирование же гравитационных волн позволит выйти на рубеж новых открытий в исследовании Вселенной. К примеру, появится возможность изучить структуру излучающих гравитационные волны объектов и понять состояние вещества при колоссальных плотностях, а регистрация реликтового гравитационного фона позволит выявить общую структуру Вселенной, её анизотропию и плотность распределения энергии в ней всего лишь через доли секунды после Большого Взрыва.

Гравитационная волна — малое нестационарное возмущение кривизны пространства-времени. Проходя через определённую, малую по сравнению с длиной волны, область пространства, гравитационная волна приводит к зависящему от времени изменению пространственных масштабов, то есть, происходит изменение расстояния между телами, расположенными в указанной области. Регистрация гравитационных волн осуществляется путём измерения этих смещений. Однако, так как взаимодействие гравитационных волн с веществом очень слабое, смещения тел в поле волны очень малы и при их измерении приходится иметь дело с квантовыми особенностями поведения макроскопических тел, что серьёзно влияет на требования, предъявляемые к чувствительности лазерного гравитационно-волнового детектора.

### 2.2 Гравитационно-волновые детекторы

В последнее десятилетие экспериментальная гравитационно-волновая астрономия получила широкое развитие. В настоящее время успешно функционируют такие гравитационно-волновые антенны как LIGO [1] в США, VIRGO [2] в Италии, GEO600 [3] в Германии и TAMA300 [4] в Японии. Тем не менее, до сих пор гравитационные волны так и не были обнаружены. Однако, согласно предсказаниям астрофизиков, при достигнутой на сегодняшний день чувствительности гравитационно-волновых детекторов, частота повторений тех космических событий, от которых ожидают детектировать гравитационные волны и которые могут быть зарегистрированы детектором, сравнительно невелика. Поэтому сегодня стоит задача в значительном увеличении чувствительности гравитационных антенн.

В настоящее время разрабатываются проекты антенн второго поколения, а также ведутся параллельные работы по улучшению чувствительности уже функционирую-

щих гравитационно-волновых детекторов. Первым среди антенн второго поколения станет американский детектор Advanced LIGO, начало постройки которого намечено на 2010 год [5]. Ожидаемое значение чувствительности этого детектора будет на порядок выше, чем у Initial LIGO, на базе которого и создадут Advanced LIGO. Такое существенное увеличение чувствительности будет обеспечено значительным снижением уровня сейсмического шума благодаря новой активной сейсмической изоляции, использованием более качественной оптики, кварцевого подвеса зеркал и снижением уровня квантового шума.

Для более подробного ознакомления с устройством гравитационно-волнового детектора обратимся к Рис. 1, на которой представлено схематическое устройство антенны Initial LIGO. Рассмотрим устройство гравитационно-волновых детекторов на её примере. Данная антенна конструктивно выполнена в виде интерферометра Майкельсона с резонаторами Фабри-Перо в плечах. Эти резонаторы образованы подвешенными на высокочастотном металлическом подвесе кварцевыми пробными массами (вес каждой составляет 10 кг), на которые нанесено многослойное отражающее покрытие. Накачку света осуществляет в непрерывном режиме твердотельный Nd:YAG лазер с рабочей длиной волны  $\lambda = 1.064$  мкм и мощностью 10 Вт (при этом внутри резонаторов Фабри-Перо циркулирует мощность 10 кВт). Длина плеч интерферометра составляет 4 км. Все основные функциональные элементы антенны находятся на сложной амортизирующей системе и поддерживаются в глубоком вакууме ( $p = 10^{-8}$  торр). Кроме того, антенна территориально расположена вдали от сейсмоактивных зон и максимально изолирована от прочего внешнего воздействия, пагубно сказывающегося на её чувствительности.

При попадании детектора в поле гравитационной волны происходит изменение разности длин плеч интерферометра, что приводит к разбалансировке интерферометра и изменению интерференционной картины на его выходе, по которому происходит регистрация гравитационной волны. Но вследствие очень слабого взаимодействия гравитационной волны с веществом, эти смещения чрезвычайно малы, и поэтому для обеспечения требуемой чувствительности детектора необходимо бороться с техническими шумами, тепловыми и нетепловыми фундаментальными шумами, а также с оптическим квантовым шумом, который является главным фактором, ограничивающим чувствительность на высоких ( $f > 1000$  Гц) частотах.

Основное отличие между проектами Initial LIGO и Advanced LIGO заключается в использовании метода *рециркуляции сигнала* [6], который позволит уменьшить квантовый шум. Реализация этого метода на базе уже существующего детектора гравитационных волн довольно проста, поскольку требует установки только одного дополнительного зеркала на выходе интерферометра — так называемого зеркала

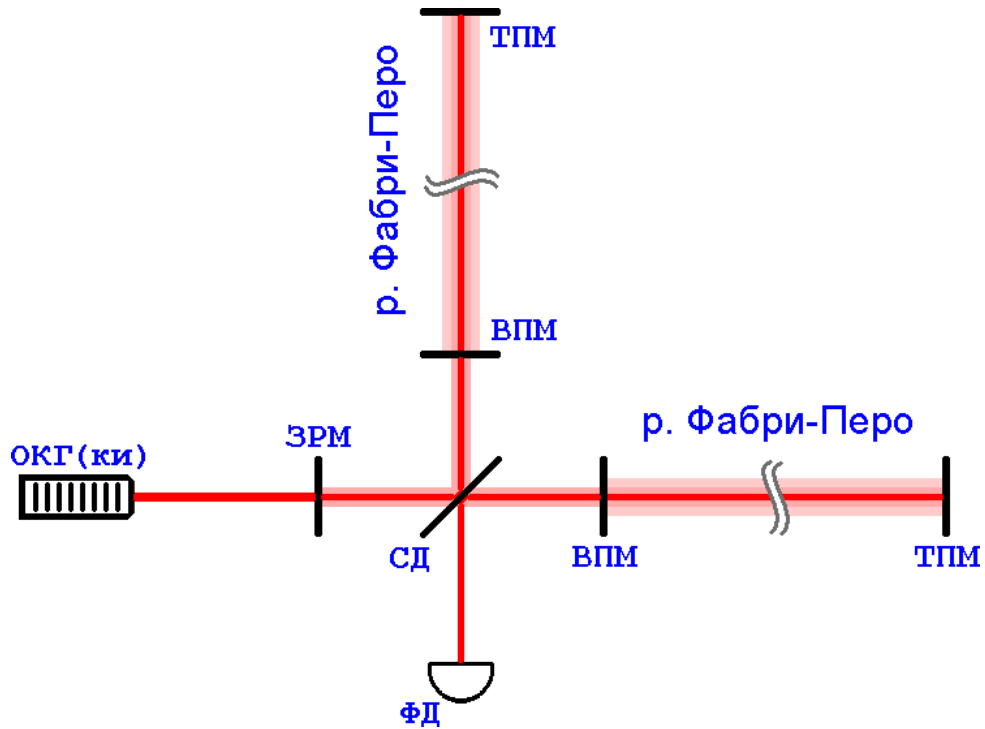


Рис. 1: Принципиальная схема гравитационно-волнового детектора Initial LIGO. Здесь ОКГ(ки) — оптический квантовый генератор когерентного излучения (лазер), ЗРМ — зеркало рециркуляции мощности, СД — светоделитель, ВПМ — входная пробная масса, ТПМ — торцевая пробная масса, ФД — фотодетектор.

рециркуляции сигнала (ЗРС). Это зеркало отражает выходящий из интерферометра сигнал и возвращает его обратно в находящиеся в плечах интерферометра резонаторы Фабри-Перо (см. Рис. 4). Установка ЗРС обогащает динамику интерферометра и обеспечивает дополнительную степень свободы в регулировке квантового шума и подстройке кривой чувствительности детектора, что даёт возможность получить более оптимальную форму этой кривой для реализации поставленных задач. Так, в статье [7] А. Buonanno и Y. Chen показано, что оптическая система, состоящая из резонатора рециркуляции сигнала и резонаторов в плечах интерферометра, формирует сложный составной резонатор, собственная частота и добротность которого могут регулироваться путём изменения отстройки и отражающей способности ЗРС. Кроме того, поскольку проект Advanced LIGO предусматривает увеличение оптической мощности, циркулирующей в плечах интерферометра внутри резонаторов Фабри-Перо, в 80 раз по отношению к значению мощности для проекта Initial LIGO, оптомеханическое взаимодействие между накачкой и зеркальным покрытием, нанесённым на пробные массы, окажет существенное влияние на динамику этих пробных



масс, «превращая» их из свободных тел в осцилляторы<sup>2</sup>. Данный эффект известен как пондермоторная жёсткость [7, 8, 9, 10, 11], которая появляется в случае отстройки от резонансного положения зеркал интерферометра. В этом случае оптическое поле создаёт эффективную возвращающую силу, созданную радиационным давлением, которая является функцией смещения зеркал. В таком случае мы можем сказать, что накачка создаёт частотнозависимую механическую жёсткость [7, 10, 12, 13, 14, 15].

В результате, спектральная плотность квантового шума интерферометра с рециркуляцией сигнала может быть подобрана таким образом, чтобы достичь максимальной чувствительности для различных источников гравитационных волн.

До сих пор полагали, что, чтобы достичь хорошей чувствительности гравитационно-волнового детектора к каждому типу источников гравитационного сигнала, необходимо использовать совершенно различные режимы работы антенны, то есть, использовать различные совокупности оптических параметров. К примеру, детектирование гравитационных волн от двойных нейтронных звёзд требует, чтобы спектральная плотность полного шума антенны была как можно ниже на низких и средних частотах ( $f \lesssim 100$  Гц); если же мы заинтересованы в детектировании гравитационного сигнала от источника с вполне определённой квазипостоянной частотой  $f_{\text{puls}}$ , такого как высокочастотные пульсары, оптимальный режим интерферометра будет совершенно иным: очевидно, в этом случае следует выбрать такую комбинацию оптических параметров, которая обеспечит минимум в спектральной плотности шума на частоте  $f_{\text{puls}}$ ; в то время как поиски гравитационных волн от вспышек сверхновых или стохастического реликтового гравитационного фона, аналитические формы которых неизвестны, требуют плоской широкополосной кривой спектральной плотности шума [16, 17, 18].

Исследование наиболее подходящих режимов работы интерферометра Advanced LIGO для разных характерных типов источников гравитационных волн было проведено в лаборатории AdvLIGO [19]. А в настоящей дипломной работе мы сосредоточимся на поиске универсальных режимов работы детектора, которые могли бы обеспечить хорошую (практически оптимальную) чувствительность для нескольких типов источников гравитационного сигнала *одновременно*. Возможность достижения такого результата кроется в следующем. Классические шумы для ныне работающих и будущих гравитационно-волновых детекторов наземного базирования сравнимы, а чаще — преобладают на низких и средних частотах над квантовым шумом (см. Рис. 2). То есть, на этих частотах основным ограничивающим чувствительность детектора фактором является классический шум. А квантовый шум, который наибо-

---

<sup>2</sup>Следует отметить, что это утверждение справедливо в полосе частот  $\sim 10 \div 10^4$  Гц, но в нашем случае она как раз совпадает с полосой детектирования гравитационного сигнала.

лее чувствителен к изменению оптических параметров интерферометра (подробнее о них будет рассказано в главе 4), преобладает над всеми остальными шумами на высоких ( $f > 1000$  Гц) частотах. Следовательно, при правильном изменении оптической конфигурации (то есть, совокупности оптических параметров) антенны можно достигнуть улучшения чувствительности антенны в той области частот, где определяющим является квантовый шум, при этом чувствительность на низких и средних частотах практически не изменится, поскольку основным ограничивающим фактором там остаются технические и сейсмический шумы.

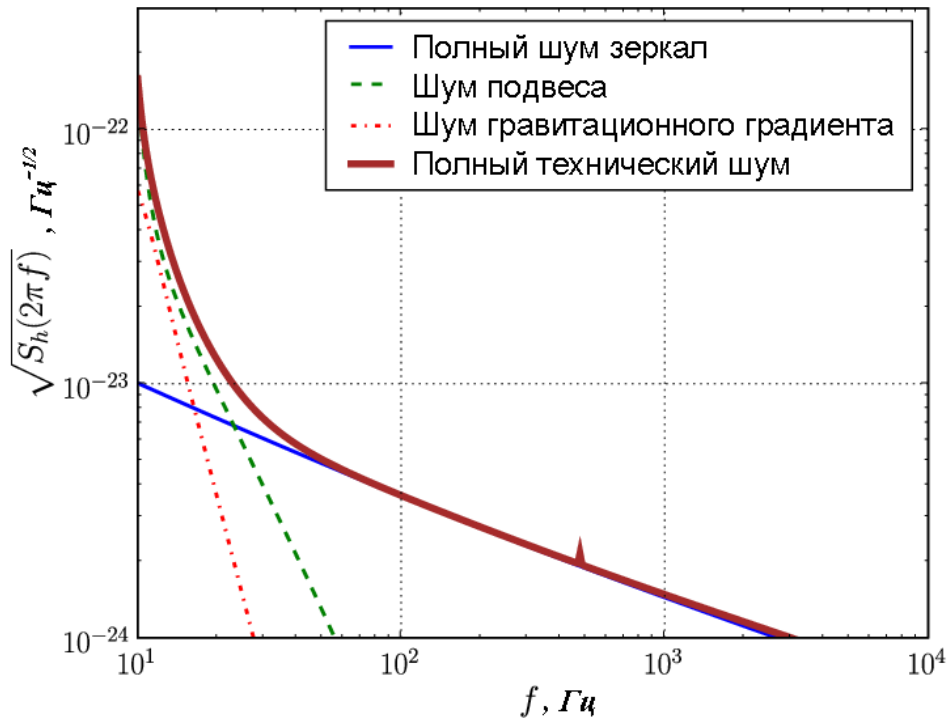


Рис. 2: Ожидаемые спектральные плотности основных классических шумов интерферометра Advanced LIGO.

Как будет показано в следующих параграфах, для различных типов сигналов, рассмотренных в настоящей работе, а именно: двойных нейтронных звёзд, сигналов с неизвестным спектром (например, вспышки сверхновых) и высокочастотных источников (например, миллисекундные пульсары) — изменения чувствительности детектора относительно невелики в довольно большой области изменения главных оптических параметров антенны. И эти области существенно перекрываются, что позволяет найти квазиоптимальный режим для двух или даже трёх различных типов источников гравитационных волн *одновременно*. Так, из расчётов, проведённых для интерферометра Advanced LIGO, следует, что можно получить значительное увеличение чувствительности к гравитационным волнам от сигналов типа вспышек и от высо-

кочастотных пульсаров при сравнительно небольшом ухудшении чувствительности к гравитационному сигналу от двойных нейтронных звёзд. Это проиллюстрировано на Рис. 3, где выигрыш в отношении сигнал/шум для вспышек и высокочастотных пульсаров построены в зависимости от проигрыша в отношении сигнал/шум для двойных нейтронных звёзд. Здесь следует отметить, что результаты, которые были получены для Advanced LIGO, могут быть обобщены для всех интерферометров с ЗРС, ограниченных техническими шумами на средних и низких частотах, хотя, конечно, итоговые значения увеличения чувствительности могут различаться. Также примечательно, что излагаемая в настоящей дипломной работе оптимизация включает использование только основных оптических параметров, поэтому результаты могут быть приняты во внимание как предварительные заключения об ожидаемой чувствительности гравитационно-волновых интерферометров следующего поколения при их проектировании.

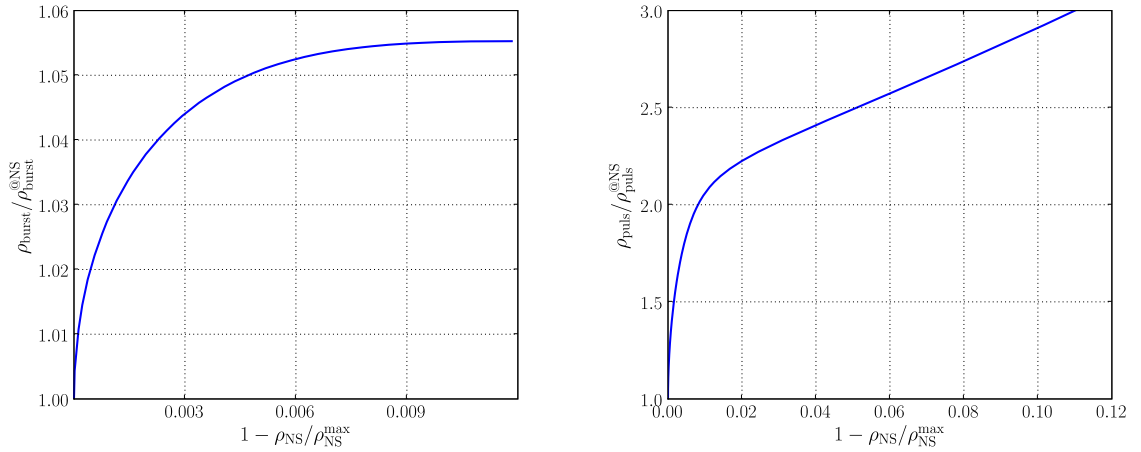


Рис. 3: Зависимость сравнительного выигрыша в отношении сигнал/шум  $\rho_{\text{puls}}^{\text{@NS}}/\rho_{\text{puls}}$  для одного из миллисекундных пульсаров (J0034-0534 с частотой вращения  $f_0 \simeq 532,7$  Гц) (справа) и сравнительного выигрыша в отношении сигнал/шум  $\rho_{\text{burst}}^{\text{@NS}}/\rho_{\text{burst}}$  для гравитационно-волновых вспышек (слева) от проигрыша в отношении сигнал/шум для стандартных двойных нейтронных звёзд  $1 - \rho_{\text{NS}}/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$ . Здесь  $\rho_{\text{burst}}^{\text{@NS}}$  — значение отношения сигнал/шум для источников типа вспышек в случае, когда настройка интерферометра обеспечивает оптимальное детектирование стандартных двойных нейтронных звёзд (то есть, максимальное отношение сигнал/шум для этого типа источников), а  $\rho_{\text{puls}}^{\text{@NS}}$  — отношение сигнал/шум для данного пульсара в том же случае.

## 2.3 Порядок изложения материала

Изложение построено следующим образом. В главе 4 произведено краткое рассмотрение квантового шума интерферометра Майкельсона с резонаторами Фабри-Перо в плечах и зеркалом рециркуляции сигнала. В главе 5 даны выражения для отношения сигнал/шум и максимального расстояния детектирования гравитационного излучения от стандартных двойных нейтронных звёзд, а также описывается процедура численной оптимизации, касающейся оптических параметров. Здесь же представлены количественный и качественный анализы полученных результатов относительно гравитационных волн от этого типа источников. В главе 6 проанализирована чувствительность интерферометра к вспышкам гравитационных волн и исследованы режимы одновременного детектирования двух рассмотренных типов источников. В 7 главе в рассмотрение добавлены также высокочастотные квазипериодические источники (миллисекундные пульсары). В главе 8 обсуждаются полученные результаты и даются некоторые заключительные комментарии. Некоторые условные обозначения и значения параметров, использованных в данной работе, приведены в Табл. 1.

Величина	Определение
$M$	Приведённая масса пробных масс
$c$	Скорость света
$L$	Длина плеч интерферометра с ЗРС
$\omega_p$	Рабочая частота лазера
$\Omega$	Механическая частота (частота сигнала)
$W$	Мощность излучения, циркулирующего в плечах интерферометра
$\gamma$	Эффективная полуширина полосы пропускания интерферометра с ЗРС
$\delta$	Эффективная расстройка интерферометра с ЗРС
$J = \frac{4\omega_p W}{McL}$	Перенормированная оптическая мощность
$\phi$	Гомодинный угол
$\eta$	Приведённая квантовая эффективность фотодетектора (включая потери)

Таблица 1: Обозначения, используемые для описания квантового шума интерферометра с ЗРС.

### 3 Постановка задачи

Цель настоящей дипломной работы заключается в разработке алгоритма условной оптимизации режима работы гравитационно-волнового детектора Advanced LIGO и определении с помощью этого алгоритма оптимальных оптических параметров, которые позволят значительно увеличить чувствительность гравитационно-волнового детектора Advanced LIGO к гравитационному сигналу от высокочастотных пульсаров и источников с неизвестным спектром излучения (например, вспышек сверхновых), не сильно ухудшая при этом чувствительность антенны к двойным нейтронным звёздам.

### 4 Квантовый шум интерферометров с рециркуляцией сигнала

На Рис. 4 схематически изображено устройство интерферометров с рециркуляцией сигнала на примере Advanced LIGO. Здесь дополнительное зеркало рециркуляции сигнала (ЗРС) образует вместе с входными пробными массами (ВПМ) резонаторов в плечах антенны дополнительный резонатор рециркуляции сигнала, свойства которого определяются двумя параметрами ЗРС, а именно: величиной отражающей способности  $\rho$  и фазой отстройки от резонанса сигнальной моды  $\phi_{\text{SRC}} = [\omega_p l / c]_{\text{mod } 2\pi}$  ( $l$  — длина резонатора рециркуляции сигнала).

Как было показано А. Buonanno и Y. Chen [13], существует взаимнооднозначное преобразование («закон подобия») между параметрами простого резонатора Фабри-Перо с одним подвижным зеркалом и сложной схемой приведённого выше детектора, что позволяет описать его оптический режим работы с помощью гораздо более простой эквивалентной системы, такой как резонатор Фабри-Перо. Согласно «закону подобия», для любого интерферометра с ЗРС существует единственный резонатор Фабри-Перо с полушириной полосы частот  $\gamma$  и отстройкой  $\delta$ , определяемых из формул:

$$\gamma = \frac{(1 - \rho^2)\gamma_{\text{ARM}}}{1 + 2\rho \cos 2\phi_{\text{SRC}} + \rho^2}, \quad (1a)$$

$$\delta = \frac{2\rho\gamma_{\text{ARM}} \sin 2\phi_{\text{SRC}}}{1 + 2\rho \cos 2\phi_{\text{SRC}} + \rho^2}, \quad (1b)$$

где  $\gamma_{\text{ARM}} = cT/4L$  — полуширина полосы пропускания резонаторов Фабри-Перо в плечах интерферометра, которые имеют те же оптомеханические свойства и потому — ту же чувствительность, что и исходный интерферометр с ЗРС. Эффективная оптическая мощность, циркулирующая в эквивалентном резонаторе Фабри-Перо,

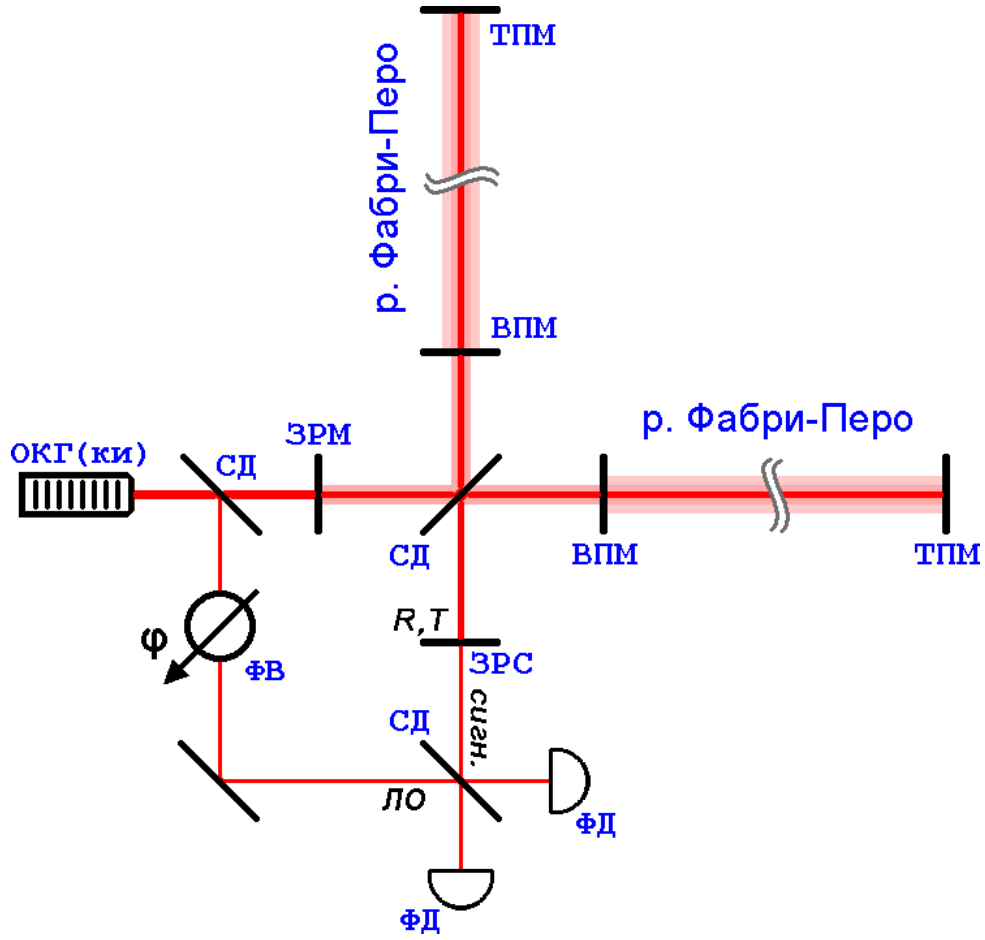


Рис. 4: Принципиальная схема гравитационно-волнового детектора Advanced LIGO. Здесь ОКГ(ки) — оптический квантовый генератор когерентного излучения (лазер), ЗРМ — зеркало рециркуляции мощности, СД — светоделитель, ФВ — фазовращатель, ВПМ — входная пробная масса, ТПМ — торцевая пробная масса, ЛО — локальный осциллятор,  $\varphi$  — величина фазового сдвига волны локального осциллятора относительно сигнальной волны, ФД — фотодетектор,  $R$  и  $T$  — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания света соответственно.

должна быть вдвое больше, чем фактическая оптическая мощность, циркулирующая в каждом из резонаторов Фабри-Перо в плечах антенны. То же относится и к входным и торцевым пробным массам эффективного резонатора:  $M_{\text{eff}} = 2M$ .

В дальнейшем будут часто использоваться следующие удобные для расчётов замены: обобщённая полуширина полосы

$$\Gamma = \sqrt{\gamma^2 + \delta^2} = \gamma_{\text{ARM}} \sqrt{\frac{1 - 2\rho \cos 2\phi_{\text{SRC}} + \rho^2}{1 + 2\rho \cos 2\phi_{\text{SRC}} + \rho^2}} \quad (2a)$$

и обобщённая расстройка

$$\beta = \arctan \frac{\delta}{\gamma} = \arctan \left( \frac{2\rho}{1 - \rho^2} \sin 2\phi_{\text{SRC}} \right). \quad (2b)$$

Из этих выражений можно выразить параметры резонатора с рециркуляцией сигнала:

$$\rho = \sqrt{\frac{\gamma_{\text{ARM}}^2 - 2\gamma_{\text{ARM}}\Gamma \cos \beta + \Gamma^2}{\gamma_{\text{ARM}}^2 + 2\gamma_{\text{ARM}}\Gamma \cos \beta + \Gamma^2}}, \quad (3a)$$

$$\phi_{\text{SRC}} = \frac{1}{2} \begin{cases} \arcsin \left( \frac{1 - \rho^2}{2\rho} \tan \beta \right), & \Gamma < \gamma_{\text{ARM}}, \\ \pi - \arcsin \left( \frac{1 - \rho^2}{2\rho} \tan \beta \right), & \Gamma > \gamma_{\text{ARM}}. \end{cases} \quad (3b)$$

Используя подход «закона подобия», рассмотрим резонатор Фабри-Перо с подвижными зеркалами, накачиваемый излучением лазера с частотой  $\omega_0$ . Действие гравитационной волны на такую систему, фактически, может быть описано значением эффективной результирующей силы, действующей на зеркала, что приводит к динамическому изменению сдвига фаз между входящим и покидающим резонатор светом, который регистрируется фотодетектором.

Существуют два типа квантовых флуктуаций, ограничивающих чувствительность гравитационно-волнового детектора. Это — так называемый дробовой шум и шум обратного флуктуационного влияния. Первый порождает квантовые флуктуации фазы электромагнитной волны, которые не позволяют точно измерить сдвиг фаз и обуславливаются, по существу, точностью измерения. Второй шум — следствие флуктуаций амплитуды света; обусловлен стохастической силой радиационного давления, которая вызывает дополнительное движение зеркал и зашумляет измеряемую сигнальную силу. Поскольку этот шум имеет непосредственное влияние на измерение, он также известен как шум обратного флуктуационного влияния измерителя (лазера) на измеряемую величину (сдвиг фазы).

Теория линейных квантовых измерений, разработанная в [20] и тщательно конкретизированная для случая использования её в гравитационно-волновых детекторах в [7], показывает, что интерферометр с ЗРС может быть представлен в виде двух связанных систем: зонда (пробные массы) и детектора (свет лазера и фотодетекторы). Схематическое изображение этой эквивалентной линейной системы представлено на Рис. 5. Здесь  $\hat{x}$  обозначает некоторую измеряемую наблюдаемую зонда (в нашем случае — относительное смещение зеркала),  $\hat{F}$  — некоторая наблюдаемая детектора, через которую детектор связан с зондом (в нашем случае — сила радиационного давления),  $G$  — классическая детектируемая сигнальная сила (действие гравитационной волны на детектор), а  $\hat{Z}$  — измеряемая наблюдаемая детектора (в

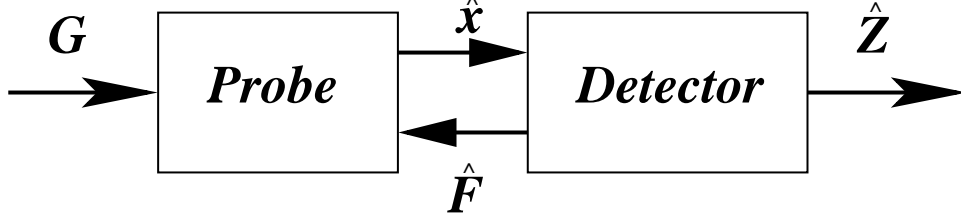


Рис. 5: Схематическое изображение прибора для квантовых измерений. Здесь  $G$  — классическая измеряемая наблюдаемая (например, сила), действующая на зонд;  $\hat{Z}$  — выходной сигнал детектора;  $\hat{x}$  — линейная наблюдаемая (например, смещение) зонда  $\hat{F}$  — линейная наблюдаемая детектора, которая характеризует силу обратного влияния на зонд.

нашем случае — квадратура выходного излучения). Из [13] мы запишем гамильтониан нашей системы:

$$\hat{H} = [(\hat{H}_P - \hat{x}G) + \hat{H}_D] - \hat{x}\hat{F} \equiv \hat{H}^{(0)} + \hat{V}, \quad (4)$$

где  $\hat{H}^{(0)} = (\hat{H}_P - \hat{x}G) + \hat{H}_D$  — гамильтониан нулевого порядка для обеих подсистем: детектора (обозначен индексом  $\mathcal{D}$ ), и зонда (обозначен  $\mathcal{P}$ ); а линейная связь между ними  $\hat{V} = -\hat{x}\hat{F}$  рассматривается как Гамильтониан возмущений. Используя это приближение, мы можем записать все наблюдаемые как сумму невозмущённых слагаемых нулевого порядка (обозначены надстрочным индексом  $^{(0)}$ ) и возмущённых (обозначены  $^{(1)}$ ) (см. уравнения 2.12-2.14 в [13]). В частотном представлении эти наблюдаемые запишутся так:

$$\hat{Z}^{(1)}(\Omega) = \hat{Z}^{(0)}(\Omega) + R_{ZF}(\Omega)\hat{x}^{(1)}(\Omega), \quad (5a)$$

$$\hat{F}^{(1)}(\Omega) = \hat{F}^{(0)}(\Omega) + R_{FF}(\Omega)\hat{x}^{(1)}(\Omega), \quad (5b)$$

$$\hat{x}^{(1)}(\Omega) = \hat{x}^{(0)}(\Omega) + Lh(\Omega)/2 + R_{xx}(\Omega)\hat{F}^{(1)}(\Omega). \quad (5c)$$

Здесь  $Lh(\Omega) \equiv R_{xx}G(\Omega)$  — гравитационно-волновой сигнал, пропорциональный вариации метрики в спектральном представлении  $h(\Omega)$ . Величины  $R_{AB}(\Omega)$  — частотнозависимые восприимчивости. В частности,  $R_{ZF}(\Omega)$  — оптомеханический коэффициент связи,

$$R_{xx}(\Omega) = -\frac{1}{M\Omega^2} \quad (6)$$

— механическая восприимчивость интерферометра с рециркуляцией сигнала, а

$$R_{FF}(\Omega) = \frac{MJ\delta}{\Gamma^2 - \Omega^2 - 2i\gamma\Omega}, \quad (7)$$

— оптическая жёсткость.  $\hat{Z}^{(0)}$  соответствует дробовому шуму излучения лазера,  $x^{(0)} \equiv x_{tech}$  обозначает любой источник шума смещения отражающей поверхности



пробных масс по отношению к положению равновесия этих масс, а именно, термоупругий и броуновский шумы покрытия и подложки зеркала. И, наконец,

$$\hat{F}^{(0)}(\Omega) = \hat{F}_{RPN}(\Omega) + F_{tech}(\Omega), \quad (8)$$

где  $\hat{F}_{RPN}(\Omega)$  — шум радиационного давления, а  $F_{tech}$  описывает все классические шумы сил, в особенности, тепловые шумы подвеса, гравитационный градиент и сейсмический шум.

Теперь, используя эти определения, можно записать уравнение для выхода интерферометра с рециркуляцией сигнала, приведённое к единицам вариации метрики  $h$ , следующим образом:

$$\hat{h}_{out}(\Omega) = h(\Omega) + \frac{2}{L} \left\{ R_{xx}(\Omega) [\hat{F}_{RPN}(\Omega) + F_{tech}(\Omega)] + [R_{xx}(\Omega)R_{FF} + 1] [\hat{x}_{SN}(\Omega) + x_{tech}(\Omega)] \right\}, \quad (9)$$

где

$$\hat{x}_{SN}(\Omega) = \frac{\hat{Z}^{(0)}}{R_{ZF}(\Omega)} \quad (10)$$

— нормированный дробовой шум.

При вычислениях можно записать спектральную плотность шума интерферометра как:

$$S^h(\Omega) = S_{quant}^h(\Omega) + S_{tech}^h(\Omega). \quad (11)$$

Здесь

$$S_{quant}^h(\Omega) = \frac{4}{L^2} \left( |R_{xx}(\Omega)R_{FF}(\Omega) + 1|^2 S_x^{SN}(\Omega) + 2\Re\{[R_{xx}(\Omega)R_{FF}(\Omega) + 1]^* S_{xF}(\Omega)\} + |R_{xx}(\Omega)|^2 S_F^{RPN}(\Omega) \right) \quad (12)$$

— суммарная спектральная плотность квантового шума,

$$S_x^{SN}(\Omega) = \frac{\hbar}{2MJ\gamma\eta} \frac{\Omega^4 + 2\Gamma^2\Omega^2 \cos 2\beta + \Gamma^4}{\Gamma^2 \cos^2(\beta + \phi) + \Omega^2 \cos^2 \phi} \quad (13)$$

— спектральная плотность дробового шума (10),

$$S_F^{RPN}(\Omega) = \frac{2\hbar MJ\gamma(\Gamma^2 + \Omega^2)}{\Omega^4 + 2\Gamma^2\Omega^2 \cos 2\beta + \Gamma^4}, \quad (14)$$

— спектральная плотность шума радиационного давления  $\hat{F}_{RPN}(\Omega)$ ,

$$S_{xF}(\Omega) = \hbar \frac{\Gamma \sin(\beta + \phi) + i\Omega \sin \phi}{\Gamma \cos(\beta + \phi) + i\Omega \cos \phi} \quad (15)$$

— перекрёстная спектральная плотность дробового шума и шума радиационного давления,

$$S_{tech}^h(\Omega) = \frac{4}{L^2} \left( |R_{xx}(\Omega)R_{FF}(\Omega) + 1|^2 S_x^{tech}(\Omega) + |R_{xx}(\Omega)|^2 S_F^{tech}(\Omega) \right) \quad (16)$$

— суммарная спектральная плотность технического шума. Здесь величины  $S_F^{tech}$  и  $S_x^{tech}$  являются спектральными плотностями источников некантовых шумов  $F_{tech}(\Omega)$  и  $x_{tech}(\Omega)$  соответственно;  $\eta$  — приведённая квантовая эффективность фотодетектора постоянного тока, с помощью которой, как показано в [15], может учитываться влияние оптических потерь.

## 5 Двойные системы

Самый распространённый и наиболее простой критерий, используемый для определения оптимального режима работы гравитационно-волновых детекторов, связан с определением максимального расстояния детектирования сигнала от двойных систем таких компактных объектов как нейтронные звёзды и/или чёрные дыры.

Этот метод основан на оценке отношения сигнал/шум, используя известное аналитическое выражение для спектральной плотности гравитационных волн, испускаемых системой, представляющей собой два гравитационно-связанных, сближающихся по спирали астрофизических объекта (см. раздел 3.1.3 в [21]):

$$|h(f)|^2 = \frac{G^{5/3}}{c^3} \frac{\pi}{12} \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{r^2} \frac{\Theta(f_{\max} - f)}{(\pi f)^{7/3}}, \quad (17)$$

где  $\Theta$  — функция Хевисайда,  $\mathcal{M} \equiv \mu^{3/5} M^{2/5}$  так называемая «чирп-масса» двойной системы, состоящая из приведённой массы  $\mu = M_1 M_2 / M$  и полной массы  $M = M_1 + M_2$  двойной системы с массами компонентов  $M_1$  и  $M_2$  соответственно. Можно легко увидеть сильную зависимость от частоты  $|h(f)|^2 \propto f^{-7/3}$ , и обратно пропорциональную квадратичную зависимость от расстояния до системы  $r^2$ . Верхняя частота отсечки  $f_{\max}$  соответствует периоду вращения двойной системы на последней стационарной круговой орбите, когда система переходит от квазистационарной фазы вращения к нестационарной фазе слияния. Эта частота может быть оценена как [22]:

$$f_{\max} \simeq 4400 \times (M_{\odot} / M) \text{ Гц}. \quad (18)$$

А, зная форму гравитационного сигнала (17) и спектральную плотность шума (11), можно записать оптимальное отношение сигнал/шум  $\rho$ , которое может быть получено на заданном детекторе. Как показано Е. Flanagan и S. Hughes в [22], оптимальное отношение сигнал/шум для двойных нейтронных звёзд, усреднённое по всем взаимным ориентациям детектора и источника и по обеим поляризациям гравитационной волны, равно:

$$\rho_{\text{NS}}^2 = \frac{4}{5} \int_0^{f_{\max}} \frac{|h(f)|^2}{S^h(2\pi f)} df = \frac{2}{15} \frac{G^{5/3}}{\pi^{4/3} c^3} \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{r^2} \int_0^{f_{\max}} \frac{df}{f^{7/3} S^h(2\pi f)}. \quad (19)$$

Чтобы оценить диапазон обнаружения  $r$ , нужно установить пороговое отношение сигнал/шум  $\rho_0$ , которое определяет степень доверия обнаружения гравитационный волн от двойных нейтронных звёзд. Тогда диапазон обнаружения может быть написан как

$$r = \left( \frac{2}{15} \frac{G^{5/3}}{\pi^{4/3} c^3} \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{\rho_0^2} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{df}{f^{7/3} S^h(f)} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Конечно, все формулы, которые использованы здесь, получены в самом низком (первом) пост-ньютоновом приближении общей теории относительности [23], что, определено, ограничивает их область применения при изучении скоплений звёздных систем и асимптотически плоского пространственно-временного фона. Однако для наших целей этого приближения достаточно, а самая существенная для нас особенность вышеупомянутых выражений — их относительная простота.

В ходе работы был численно рассчитан диапазон обнаружения для стандартных ( $M = 2.8M_{\odot}$ ) двойных нейтронных звёзд. Диапазон обнаружения  $r$  рассматривался как функция трёх параметров:  $\Gamma \in [500, 12500] c^{-1}$ ,  $\beta \in [-\pi/2, \pi/2] rad$  и  $\phi \in [-\pi/2, \pi/2] rad$ . В пределах указанных интервалов для каждого из параметров было выбрано 193 значений, что давало в общем  $193^3 \approx 7.2 \cdot 10^6$  оптических конфигураций. Распределение выбранных дискретных значений параметров из их непрерывных интервалов по угловым переменным  $\beta$  и  $\phi$  — линейное — и логарифмическое по переменной  $\Gamma$ . Величины остальных параметров, необходимых для расчёта (см. Табл. 1), равны заложенным в проект Advanced LIGO значениям. Также, при расчётах были использованы те зависимости спектральных плотностей технических шумов, которые ожидаются для Advanced LIGO, численные массивы которых выдаёт программное обеспечение VENCH [24] (см. Рис. 2).

Для каждой пары  $\Gamma$ ,  $\beta$  отношение сигнал/шум было максимизировано относительно  $\phi$ . Таким образом, функция отношения сигнал/шум становилась функцией только двух параметров  $\Gamma$  и  $\beta$ . Результат этой операции представлен на Рис. 6 в виде контурного графика нормированного отношения сигнал/шум  $\rho_{\text{NSNS}}/\rho_{\text{NSNS}}^{\max}$ . Контурами на этом графике являются границы области параметров, где отношение сигнал/шум выше, чем определенный (обозначен на цветовой шкале справа от графика) процент от максимального отношения сигнал/шум  $\rho_{\text{NSNS}}^{\max}$ , которое на графике обозначено точкой «MAX». Значения параметров для этой точки максимальной чувствительности антенны перечислены в Табл. 2.

Легко заметить слабое изменение отношения сигнал/шум в пределах большого диапазона параметров  $\Gamma$  и  $\beta$ . Этот факт имеет место по следующим двум причинам. Первая — технические шумы. Можно показать, что в их отсутствие, возможно, в принципе, получить достаточно высокие значения величины отношения сигнал/шум, используя глубокую и достаточно широкую спектральную плотность квантового шу-

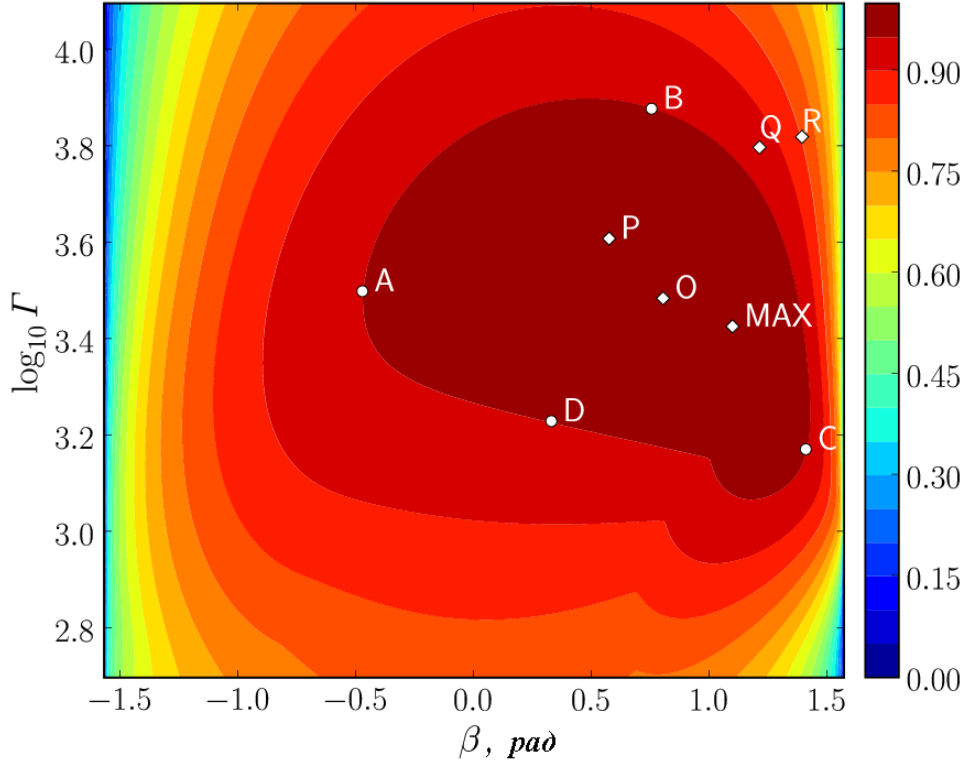


Рис. 6: Контурный график зависимости чувствительности Advanced LIGO к стандартным двойным нейтронным звёздам  $\rho_{\text{NSNS}}/\rho_{\text{NSNS}}^{\text{max}}$  от оптических параметров  $\Gamma$  и  $\beta$ . Точка «MAX» соответствует максимуму чувствительности, точки «A»—«D» — характерным субоптимальным настройкам, оптимальным для детектирования гравитационного сигнала и от вспышек, и от двойных нейтронных звёзд (точка «O»), а также от вспышек, двойных нейтронных звёзд и рассматриваемого пульсара (точки «P», «Q», «R»). Кривые квантовых шумов для каждой из этих точек приведены на Рис. 7.

ма, однако технический шум, у которого плоская и гладкая спектральная зависимость, сделает такой выигрыш в квантовом шуме бесполезным. Более того, этот метод увеличивает квантовый шум в других частотах и, таким образом, уменьшает чувствительность. Во-вторых, интегральный характер критерия (20) позволяет значительно варьировать значения величин  $\Gamma$  и  $\beta$ . Увеличение величины  $\Gamma$  приводит к уменьшению уровня квантового шума на низких частотах ( $f \lesssim 100$  Гц), но увеличивает его на средних частотах ( $100 \text{ Hz} \lesssim f \lesssim 1000$  Гц) и наоборот. Небольшие положительные отстройки  $\delta$  (и, следовательно, положительные значения  $\beta$ ) создают резонансные «ямы» в спектральной плотности шума, но увеличивают низкочастотный шум. В результате, интеграл (20) значительно не изменяется.

Это рассуждение может быть проиллюстрировано Рисунком 7, где построена спектральная плотность квантового шума при оптимальных параметрах (точка

	Двойные НЗ	Вспышки	Двойные НЗ + Вспышки + Пульсар			
	«МАХ»	«МАХ»	«О»	«Р»	«Q»	«R»
$\Gamma$	2700	2900	3100	4600	6400	6600
$\beta$	1.10	0.57	0.80	0.52	1.19	1.39
$\phi$	-1.00	-0.23	-0.44	-0.23	-0.85	-1.10
$\rho^2$	0.84	0.74	0.79	0.80	0.94	0.97
$\phi_{\text{SRC}}$	1.48	1.52	1.51	1.54	1.53	1.53
$\gamma = \Gamma \cos \beta$	1200	2400	2200	4000	2400	1200
$\delta = \Gamma \sin \beta$	2400	1600	2200	2300	5900	6500
$\rho_{\text{NS}}/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$	1.0	0.988	0.995	0.989	0.91	0.84
$\rho_{\text{burst}}/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$	0.979	1.0	0.995	0.989	0.84	0.75
$\rho_{\text{puls}}/\rho_{\text{puls}}^{\text{max}}$	0.21	0.26	0.25	0.30	0.40	0.50

Таблица 2: Значения параметров для оптимальных режимов детектирования стандартных двойных нейтронных звёзд или вспышек («МАХ»); двойного режима, оптимального и для двойных нейтронных звёзд, и для вспышек («О»); а также — тройного режима, оптимального для нейтронных звёзд, вспышек и типичного периодического (пульсар J0034-0534) источника («Р», «Q», «R»).

«МАХ» на Рис. 6) вместе с другими 4 типичными спектральными плотностями, полученными при наборах параметров, близких к оптимальному (точки «А»—«D»).

	Двойные НЗ				Вспышки			
	«А»	«В»	«С»	«D»	«А»	«В»	«С»	«D»
$\Gamma$	3161	7559	1487	1700	3057	6182	2010	1438
$\beta$	-0.47	0.75	1.41	0.33	-0.70	0.49	1.24	0.20
$\phi$	0.97	-0.49	1.49	0.18	0.47	-0.29	-0.57	0.03
$\rho^2$	0.85	0.97	0.73	0.75	0.84	0.95	0.77	0.73
$\phi_{\text{SRC}}$	1.55	1.54	0.09	0.06	1.55	1.54	0.03	0.10

Таблица 3: Значения оптических параметров для кривых квантовых шумов, отражённых на Рис. 6 и 9.

## 6 Гравитационно-волновые вспышки

Следующие типы возможных источников гравитационных волн — вспышки сверхновых, фаза слияния компактных двойных систем нейтронных звёзд или чёрных

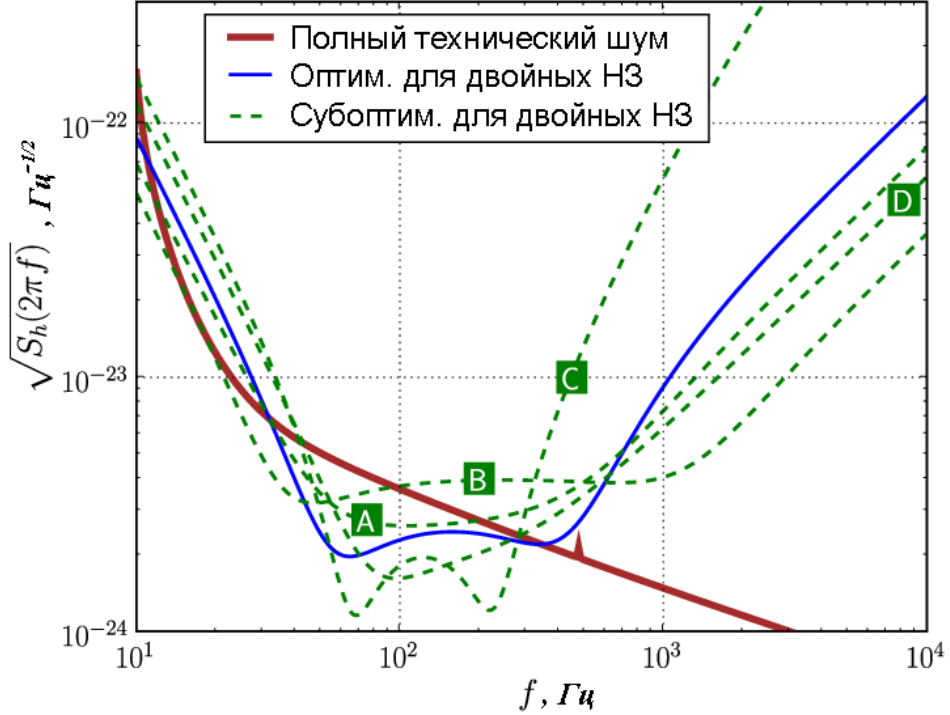


Рис. 7: Спектральная плотность кривой квантового шума, оптимальная для стандартных двойных нейтронных звёзд (точка «МАХ» на Рис. 6), а также четыре субоптимальных спектральных плотностей квантового шума (точки «А»—«D» (см. параметры в Табл. 3) на Рис. 6).

дыр[25] и другие источники с плохо моделируемым поведением, которые обычно и называют гравитационно-волновыми вспышками [16, 17, 18].

Для этих источников мы используем простую модель равномерного распределения сигнала по логарифму частоты в диапазоне от  $f_l$  до  $f_h$ . При таком распределении спектр гравитационно-волнового сигнала  $h(f)$  будет обратно пропорционален квадратному корню частоты  $f^{-1/2}$ , что соответствует постоянному значению числителя в выражении отношения сигнал/шум, если интегрирование выполняется по отношению к  $\log f$ :

$$\rho_{\text{burst}}^2 \propto \int_{f_l}^{f_h} \frac{|h(f)|^2 df}{S^h(2\pi f)} \propto \int_{\log f_l}^{\log f_h} \frac{d \log f}{S^h(2\pi f)}.$$

Этот способ определения отношения сигнал/шум для событий типа вспышек выглядит разумным, поскольку, чтобы характеризовать гравитационно-волновые сигналы с неизвестной структурой спектра, следует добиться того, чтобы вклады от частот различного диапазона были одинаковы (к примеру, вклад от диапазона частот  $10 \div 100$  Гц должен быть равен вкладу от частотного диапазона  $100 \div 1000$  Гц).

На Рис. 8 изображена функция  $\rho_{\text{burst}}(\Gamma, \beta)$ , вычисленная с помощью того же алгоритма, что и в предыдущем (для двойных нейтронных звёзд) случае и нормиро-

ванная на её максимальное значение  $\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$ . Как и в предыдущем случае, на Рис. 9 изображена спектральная плотность квантового шума для оптимальной настройки параметров (точка «МАХ» на Рис. 8) и 4 субоптимальных точки («А»—«D»), а значения параметров для точки «МАХ» представлены в Табл. 2.

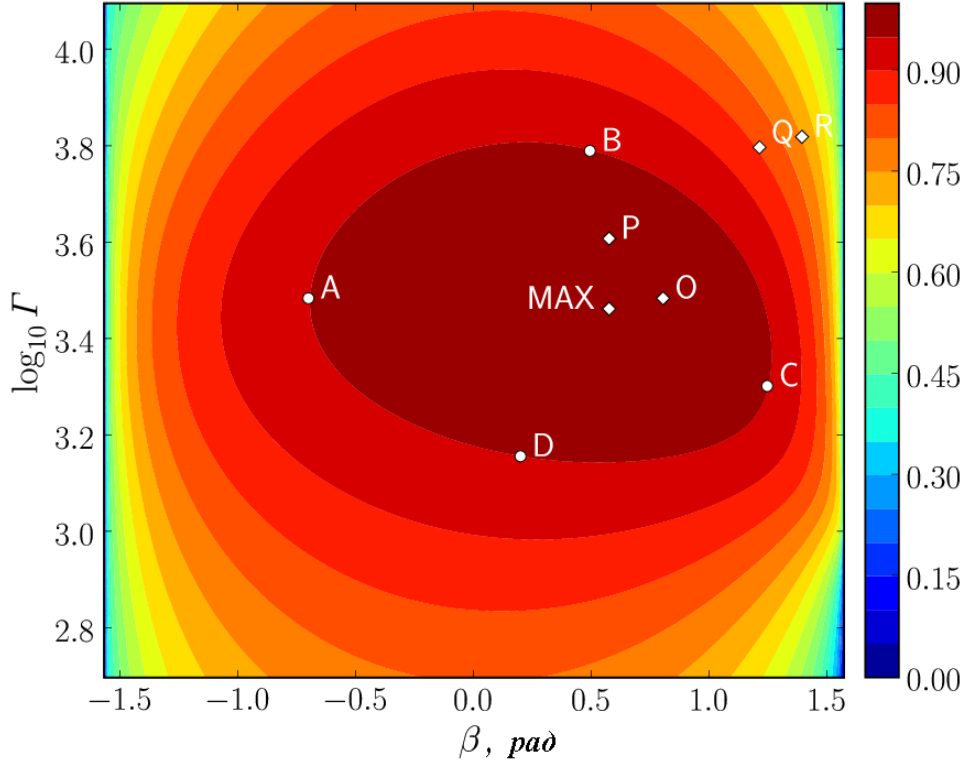


Рис. 8: Контурный график зависимости чувствительности Advanced LIGO к гравитационно-волновым вспышкам  $\rho_{\text{burst}}/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$  от оптических параметров  $\Gamma$  и  $\beta$ . Точка «МАХ» соответствует максимуму чувствительности, точки «А»—«D» — характерным субоптимальным настройкам (см. значения параметров в Табл. 3), оптимальным для детектирования гравитационного сигнала и от вспышек, и от двойных нейтронных звёзд (точка «О»), а также от вспышек, двойных нейтронных звёзд и рассматриваемого пульсара (точки «Р», «Q», «R»).

Из Рис. 8 видно, что функция  $\rho_{\text{burst}}(\Gamma, \beta)$  имеет аналогичную (довольно слабую) зависимость от  $\Gamma$  и  $\beta$  в тех же диапазонах изменений значений этих параметров, что и функция  $\rho_{\text{NS}}(\Gamma, \beta)$ . Главное различие между случаями вспышек и двойных нейтронных звёзд в существовании частоты отсечки (18) и более сильной частотной зависимости гравитационного сигнала от двойных нейтронных звёзд (что не отображено на Рис. 6 и 8). В результате, процедура оптимизации сигнала от двойных нейтронных звёзд даёт меньшие значения угла  $\phi + \beta$ , которое уменьшает квантовый шум на низких частотах, в то время как оптимизация для гравитационно-волновых

вспышек требует меньших значений угла  $\phi$ , что приводит к уменьшению квантового шума на высоких частотах (ср. Рис. 7, 9 и соответствующие колонки в Табл. 2).

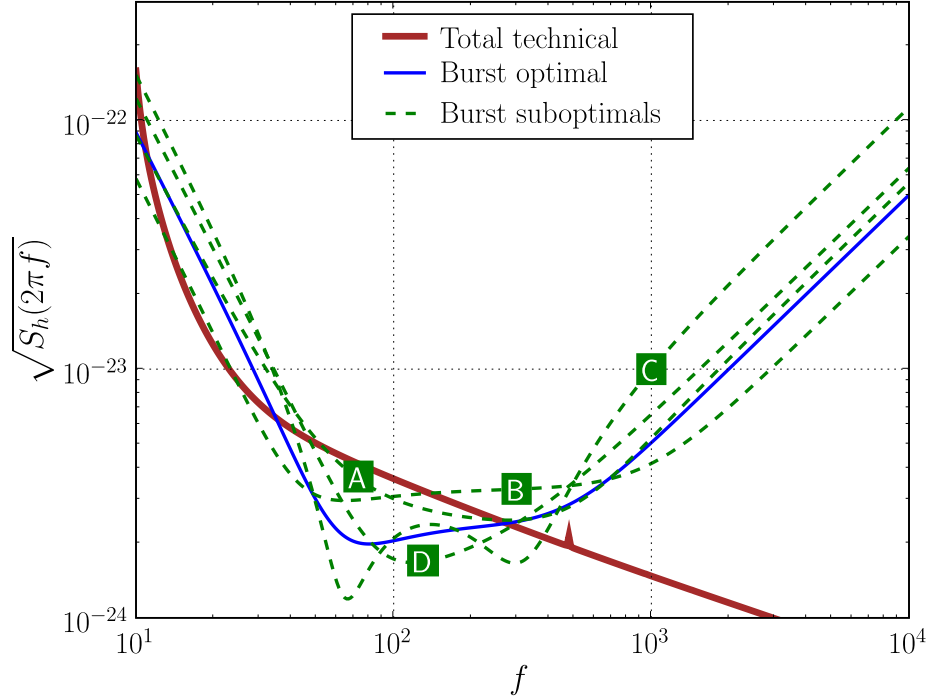


Рис. 9: Спектральная плотность кривой квантового шума, оптимальная для гравитационно-волновых вспышек (точка «MAX» на Рис. 8), а также четыре субоптимальных спектральных плотностей квантового шума (точки «A»—«D» (см. параметры в табл. 3) на Рис. 8).

Однако это различие является весьма малым, и очевидно, что должны существовать такие режимы, которые обеспечивают хорошую чувствительность для обоих рассмотренных типов источников гравитационных волн одновременно. Чтобы найти их, мы вычисляем значения параметров  $G$ ,  $\beta$  и  $\phi$ , которые максимально увеличивают функцию выигрыша

$$G_{\text{NS+burst}}(\lambda) = \lambda \left( \frac{\rho_{\text{NS}}}{\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}} \right)^2 + (1 - \lambda) \left( \frac{\rho_{\text{burst}}}{\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}} \right)^2, \quad (21)$$

где  $\lambda$  — множитель Лагранжа, который определён в диапазоне  $[0, 1]$ .

Результат вычислений отображён на Рис. 10, где представлен параметрический график зависимости  $\rho_{\text{burst}}(\lambda)/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$  от  $\rho_{\text{NS}}(\lambda)/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$ . Крайняя левая точка на этом графике соответствует значению  $\lambda = 1$ , а крайняя правая — значению  $\lambda = 0$ . Из вычислений следует, что существует такая настройка, при которой и  $\rho_{\text{NS}}$ , и  $\rho_{\text{burst}}$  меньше своей максимальной величины лишь на 0,5%:

$$\frac{\rho_{\text{NS}}}{\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}} \approx \frac{\rho_{\text{burst}}}{\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}} \approx 0.995. \quad (22)$$



Соответствующие этому режиму значения параметров  $\Gamma$ ,  $\beta$  и  $\phi$  отражены в колонке «О» Таблицы 2, а одноимённая точка на Рис. 6 и 8 соответствует значениям параметров  $\Gamma$  и  $\beta$ , приведённым в указанной колонке.

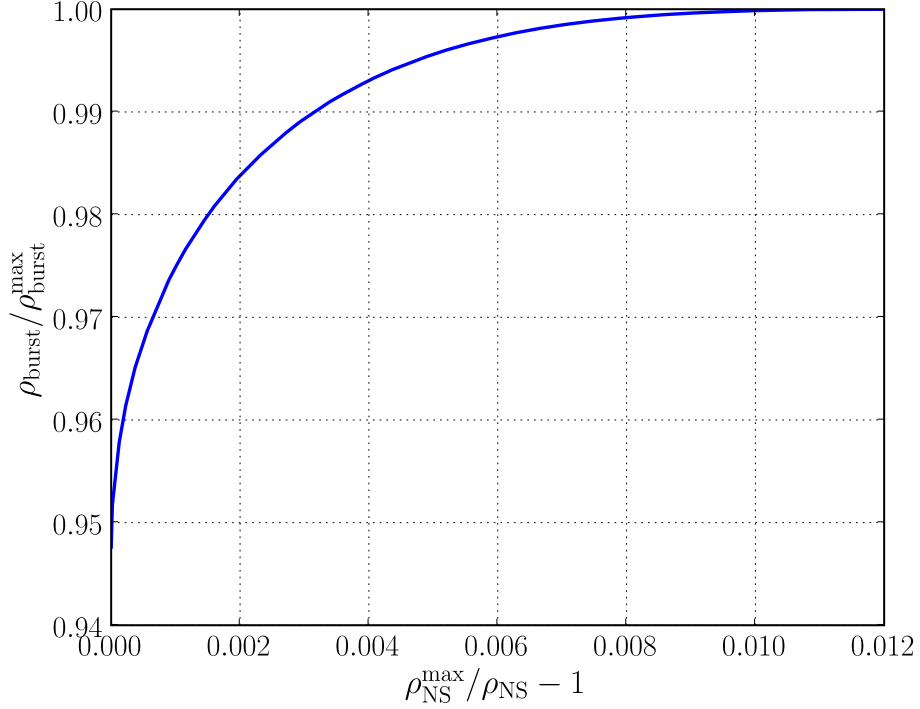


Рис. 10: Параметрический график зависимости  $\rho_{burst}(\lambda)/\rho_{burst}^{\max}$  от  $\rho_{NS}(\lambda)/\rho_{NS}^{\max}$ .

На Рис. 11 представлена спектральная плотность квантового шума для этого режима вместе с графиками ранее рассчитанных оптимальных спектральных плотностей для двойных нейтронных звёзд и гравитационно-волновых вспышек. Отметим, что все три кривые практически неразличимы на низких и средних частотах ( $f \lesssim 600$  Гц), а кривые для вспышек и комбинированная для двух источников почти одинаковы во всём диапазоне интересующих нас частот.

## 7 Высокочастотные периодические источники гравитационных волн

Высокочастотные периодические астрофизические объекты, излучающие в пространство гравитационные волны, а именно, миллисекундные пульсары, можно рассматривать как узкополосные источники с хорошо известной частотой  $2f_{puls}$  [26]. Для выбранного пульсара диапазон обнаружения и отношение сигнал/шум будут обратно пропорциональны квадратному корню из спектральной плотности шума детектора

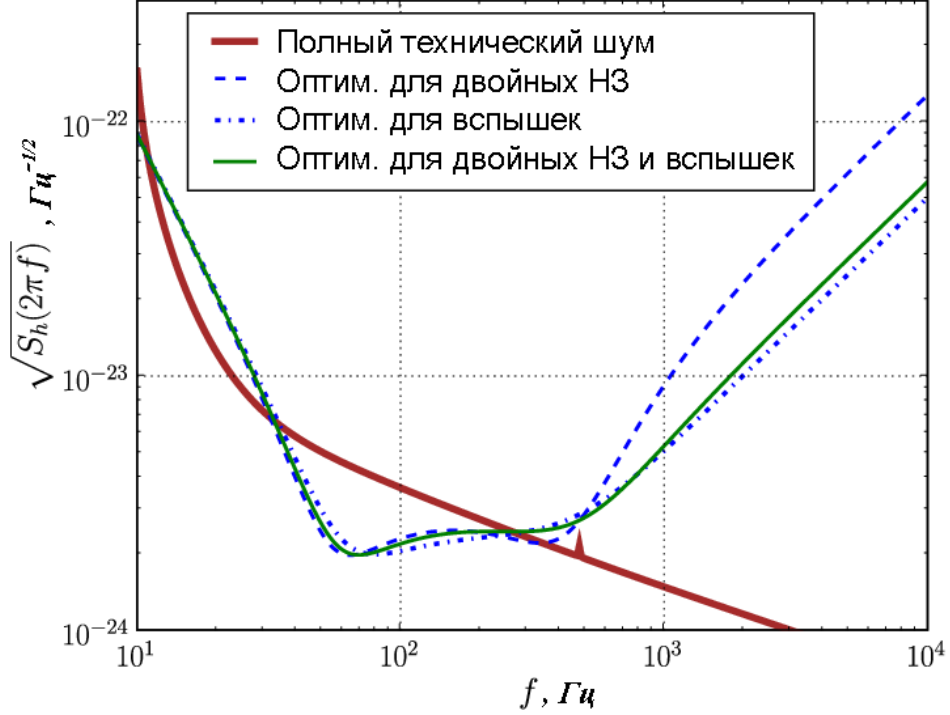


Рис. 11: Спектральные плотности оптимальных кривых квантового шума для стандартных двойных нейтронных звёзд (точка «МАХ» на Рис. 6), для гравитационно-волновых вспышек (точка «МАХ» на Рис. 8), а также для обоих перечисленных типов источников (точка «О» на Рис. 6 и 8).

на частоте  $2f_{\text{puls}}$ :

$$r_{\text{puls}} \propto \rho_{\text{puls}} \propto \frac{1}{\sqrt{S^h(4\pi f_{\text{puls}})}}. \quad (23)$$

Прямая оптимизация квантового шума в этом случае дает спектральную плотность с очень узким и глубоким минимумом на частоте  $2f_{\text{puls}}$ , которая, очевидно, не является оптимальной ни для двойных нейтронных звёзд, ни для источников типа вспышек, рассмотренных выше. Кроме того, технический шум делает бесполезным наличие очень глубоких минимумов в спектральной плотности квантового шума, ограничивая  $\rho_{\text{puls}}$  значением

$$\rho_{\text{puls}}^{\text{max}} \propto \frac{1}{\sqrt{S_{\text{tech}}^h(4\pi f_{\text{puls}})}}. \quad (24)$$

Поэтому мы оптимизируем функцию выигрыша для трёх источников, которая определяется следующим образом:

$$G_{\text{NS+burst+puls}}(\lambda, \mu) = \left[ \frac{1}{G_{\text{NS+burst}}(\lambda)} + \mu \left( \frac{\rho_{\text{puls}}^{\text{max}}}{\rho_{\text{puls}}} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (25)$$

где  $0 \leq \lambda \leq 1$  и  $\mu > 0$  являются множителями Лагранжа. В качестве примера миллисекундного пульсара был взят пульсар J0034-0534 [27], который, по-видимому, излу-

чает узкополосный высокочастотный гравитационный сигнал. Его барицентрическая вращательная частота равна  $f_0 \approx 532.7$  Гц, а частота испускаемых гравитационных волн должна быть  $f_{\text{GW}} = 2f_0 \approx 1065.4$  Гц. Среди высокочастотных пульсаров расстояние до этого, выбранного нами, значительно меньше по сравнению с другими (0.98 кпк), поэтому данный пульсар является одним из самых вероятных кандидатов на обнаружение гравитационных волн.

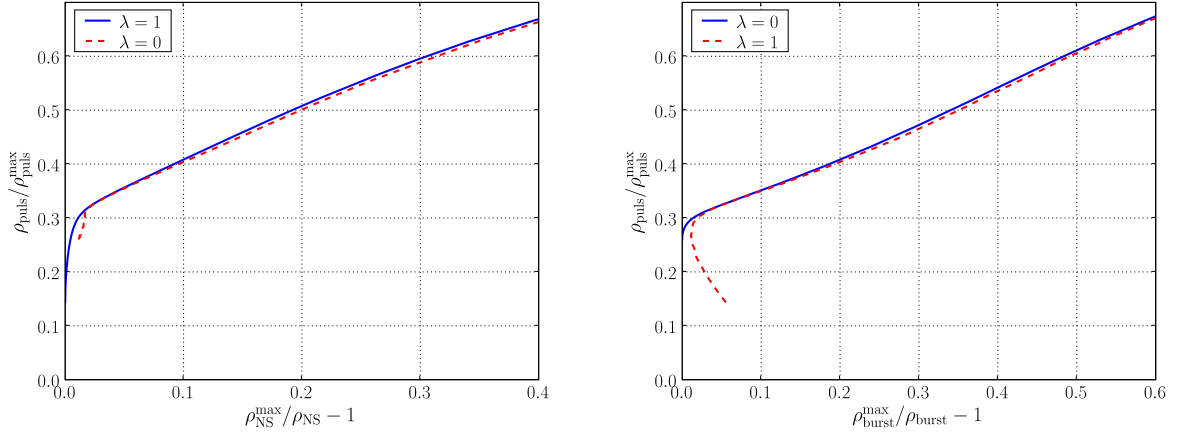


Рис. 12: Параметрический график зависимости  $\rho_{\text{NS}}(\mu)/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$  (сверху) и  $\rho_{\text{burst}}(\mu)/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$  (снизу) от  $\rho_{\text{puls}}(\lambda)/\rho_{\text{puls}}^{\text{max}}$  для двух оптимальных режимов: с уклоном на  $\rho_{\text{NS}}$  ( $\lambda = 1$ ) и на  $\rho_{\text{burst}}$  ( $\lambda = 0$ ).

Результаты вычислений представлены на Рис. 12 в виде параметрического графика зависимости  $\rho_{\text{NS}}(\mu)/\rho_{\text{NS}}^{\text{max}}$  и  $\rho_{\text{burst}}(\mu)/\rho_{\text{burst}}^{\text{max}}$  от  $\rho_{\text{puls}}(\mu)/\rho_{\text{puls}}^{\text{max}}$ . Из графиков следует, что, несмотря на двумерный характер процедуры оптимизации (варьируются оба параметра Лагранжа:  $\lambda$  и  $\mu$ ), результат фактически одномерен, поскольку, как видно из графиков, наблюдаются лишь небольшие изменения между графиками для  $\rho_{\text{NS}}$  и  $\rho_{\text{burst}}$  (линии в обеих кривых Рис. 12 практически совпадают).

На Рис. 13 изображены графики зависимостей квантового шума для трёх описанных характерных типов источников гравитационного сигнала вместе с оптимальным режимом работы  $G_{\text{NS+burst+puls}}$ . Эти графики показывают, как алгоритм оптимизации увеличивает чувствительность на данной частоте  $2f_{\text{puls}}$ . Отправная точка «О» соответствует полученному в разделе 6 набору параметров, оптимальных для сигналов от двойных нейтронных звёзд и гравитационно-волновых вспышек (см. Рис. 6, 8). Так, алгоритм оптимизации пытается подавить квантовый шум во всем высокочастотном диапазоне ( $f \gtrsim 10^3$  Гц) путём увеличения  $\Gamma$  и уменьшения  $\beta$  (точка «Р» на Рис. 6, 8 и 13). На данном этапе может быть получено значительное увеличение чувствительности для случая пульсаров ( $\sim 1.5$ ) с незначительно маленькими ( $\sim 1\%$ ) потерями в чувствительности для сигналов от двойных нейтронных звёзд и вспышек

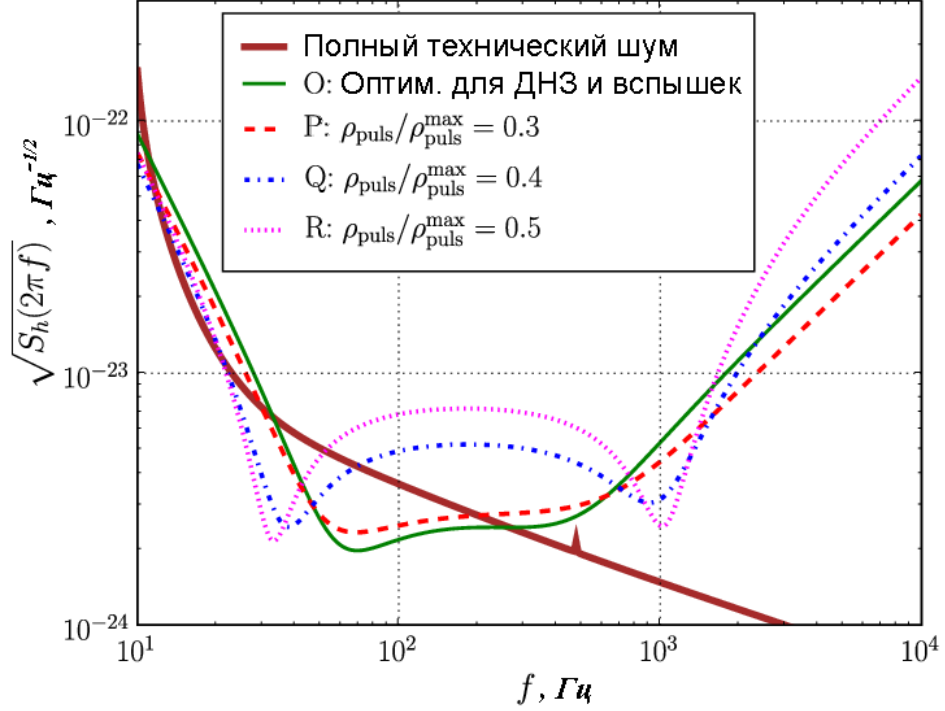


Рис. 13: Характерная кривая спектральной плотности квантового шума для случая тройной оптимизации (двойные нейтронные звёзды + вспышки + пульсар).

(см. Табл. 2). Далее алгоритм оптимизации будет «увеличивать» локальный минимум на частоте  $2f_{\text{puls}}$  путём обратного увеличения  $\beta$  ( $\delta = \Gamma \sin \beta \rightarrow 4\pi f_{\text{puls}}$ ) (см. точки «Q» и «R»). На данном этапе величины  $\rho_{\text{NS}}$  и  $\rho_{\text{burst}}$  начинают заметно уменьшаться (на десятки процентов), однако  $\rho_{\text{puls}}$  увеличивается здесь в несколько раз.

## 8 Заключение

Результаты, полученные в настоящей дипломной работе, в большой степени опираются на оценки технического шума, ожидаемого для Advanced LIGO. Эти оценки почти наверняка изменятся в течение следующих нескольких лет, однако, кажется невероятным, чтобы технический шум изменился *значительно*. Поэтому все конкретные значения параметров, полученные в настоящей работе, нельзя рассматривать как окончательные.

Главным результатом работы является не получение конкретных значений величин и параметров, а заключение о том, что существуют режимы работы интерферометра с рециркуляцией сигнала, которые могут обеспечить хорошую чувствительность при детектировании гравитационного сигнала от различных типов источников, как-то: двойных нейтронных звёзд и гравитационно-волновых вспышек при взрывах

сверхновых. Кроме того, возможна трёхрежимная настройка, которая обеспечивает весомое увеличение чувствительности для высокочастотных периодических источников (миллисекундных пульсаров) при лишь несущественном ухудшении чувствительности для двойных нейтронных звёзд и гравитационно-волновых вспышек.

Вычисления, представленные в настоящей дипломной работе, показывают, что для того, чтобы получить хорошую чувствительность для двойных нейтронных звёзд, вспышек сверхновых и, в некоторой мере, высокочастотных периодических источников, необходимо использовать большие значения полуширины полосы пропускания интерферометра  $\gamma \sim (2 \div 4) \times 10^3 \text{ с}^{-1} \gg 2 \times \pi 100 \text{ с}^{-1}$  с достаточно большими положительными отстройками  $\delta \sim 2 \times 10^3 \text{ с}^{-1}$  по сравнению с их значениями, заложенными в проект Advanced LIGO (см. Табл. 2). Такие настройки параметров дают гладкую широкополосную кривую квантового шума, навязанную техническими шумами, в особенности, тепловым шумом зеркал, который имеет очень слабую частотную зависимость во всём исследуемом диапазоне.

## 9 Выводы

1. Разработан метод условной мультирежимной оптимизации лазерных детекторов гравитационных волн второго поколения;
2. Данный метод применён к разрабатываемому в настоящее время детектору Advanced LIGO. Получены оптимальные значения оптических параметров, обеспечивающих высокую чувствительность *одновременно* к трём различным типам источников гравитационного излучения: двойным нейтронным звёздам, гравитационно-волновым вспышкам и миллисекундным пульсарам;
3. Показано, что поскольку в Advanced LIGO в области низких и средних частот будут доминировать шумы технического происхождения, оптимальными являются настройки интерферометра, дающие гладкую, широкополосную кривую квантового шума.

## Список литературы

- [1] S.J. Waldman (for the LIGO Science Collaboration), *Class. Quantum Grav.* **23**, S653 (2006).
- [2] F.Acernese et al., *Class. Quantum Grav.* **23**, S635 (2006).
- [3] S.Hild (for the LIGO Scientific Collaboration), *Class. Quantum Grav.* **23**, S643 (2006).
- [4] M.Ando and the TAMA Collaboration, *Class. Quantum Grav.* **22**, S881 (2005).
- [5] Albert Lazzarini, Update from LIGO laboratory, 2007, LIGO Document G070649-00-M.
- [6] B.J.Meers, *Phys. Rev. D* **38**, 2317 (1988).
- [7] A.Buonanno, Y.Chen, *Phys. Rev. D* **65**, 042001 (2002).
- [8] V. B. Braginsky, A. B. Manukin, and M. Y. Tikhonov, “*Sov. Phys. JETP*” **58**, 1550 (1970).
- [9] V.B.Braginsky, F.Ya.Khalili, *Phys. Lett. A* **257**, 241 (1999).
- [10] F.Ya.Khalili, *Phys. Lett. A* **288**, 251 (2001).
- [11] I. A. Bilenko and A. A. Samoylenko, *Moscow Univ. Phys. Bull.* **3**, 39 (2003).
- [12] A.Buonanno, Y.Chen, *Phys. Rev. D* **64**, 042006 (2001).
- [13] A. Buonanno and Y. Chen, *Phys. Rev. D* **67**, 062002 (2003).
- [14] V.I. Lazebny, S.P. Vyatchanin, *Phys. Lett. A* **344**, 7 (2005).
- [15] F.Ya. Khalili, V.I. Lazebny, S.P. Vyatchanin, *Phys. Rev. D* **73**, 062002 (2006).
- [16] B. Abbott et al., *Physical Review D (Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology)* **69**, 102001 (2004).
- [17] B. Abbott et al., *Physical Review D (Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology)* **72**, 122004 (2005).
- [18] B. A. *et al* (LIGO Scientific Collaboration), *Classical and Quantum Gravity* **24**, 5343 (2007).
- [19] R. Abbot et al., LIGO Technical Note LIGO-T070247-00-I (2008).

- [20] V. B. Braginsky, F. Ya. Khalili, *Quantum Measurement*, Cambridge University Press, 1992.
- [21] L.R. Yungelson and K.A. Postnov, *Living Reviews in Relativity* **9** (2006).
- [22] E. E. Flanagan and S. A. Hughes, *Phys. Rev. D* **57**, 4535 (1998).
- [23] T. Damour, B.R. Iyer, and B. S. Sathyaprakash, *Phys. Rev. D* **62**, 084036 (2000).
- [24] BENCH software,  
<http://ilog.ligo-wa.caltech.edu:7285/advligo/Bench/>
- [25] J. G. Baker, J. Centrella, D.-I. Choi, M. Koppitz, and J. van Meter, *Physical Review D (Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology)* **73**, 104002 (2006).
- [26] P. Jaranowski, A. Królak, and B. Schutz, *Phys. Rev. D* **58**, 063001 (1998).
- [27] The Australia National Telescope Facility (ATNF) Pulsar Catalogue,  
<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>.