

Воздействие оптического  
излучения на пробные массы  
гравитационно-волнового детектора

Курсовая работа  
студента 212 группы  
Коробко Михаила Сергеевича

Научный руководитель: Митрофанов В.П.

Москва 2009

Гравитационные волны, возмущения гравитационного поля, движущиеся со скоростью света, были предсказаны в ОТО Эйнштейном и в настоящее время ведутся их активные поиски. В соответствии с теорией каждое тело создает искривление пространства, а любое ускоренное движение этого тела породит гравитационную волну. Однако, сила гравитационного взаимодействия очень слабо (на 40 порядков слабее электрического), поэтому волну от обычных тел зафиксировать не представляется возможным. А амплитуда колебаний, которые теоретически возможно зафиксировать, может быть получена лишь при движении огромных масс с большим ускорением в сильном гравитационном поле. Поэтому эксперименты по изучению гравитации не могли быть проведены до открытия в 1973 году пульсара PSR B1913+16, представляющего собой двойную звездную систему из нейтронных звезд примерно в 1,4 солнечного размера. Они вращаются друг вокруг друга с периодом в 7,75 часов. На основании наблюдений за радиоимпульсами, посылаемыми звездами, был сделан вывод, что постепенно их период вращения уменьшается, а это объясняется излучением энергии с гравитационными волнами. Поэтому этот пульсар способствовали началу экспериментов по изучению гравитационных волн, а за последующие годы были открыты новые, более удобные для наблюдения объекты, как то: системы двух черных дыр, несимметричные быстровращающиеся нейтронные звезды, взрывы сверхновых. За последние 20 лет были построены гравитационные антенны для проведения таких наблюдений. Самым крупным проектом на настоящее время является американский проект LIGO. Он включает в себя три интерферометра в США и лаборатории по обработке результатов. Рассмотрим подробнее эксперимент, проводимый в рамках этого проекта. Однако, чтобы понять принцип работы такого детектора, разберем более простой пример: физический прибор, называемый интерферометром Майкельсона.

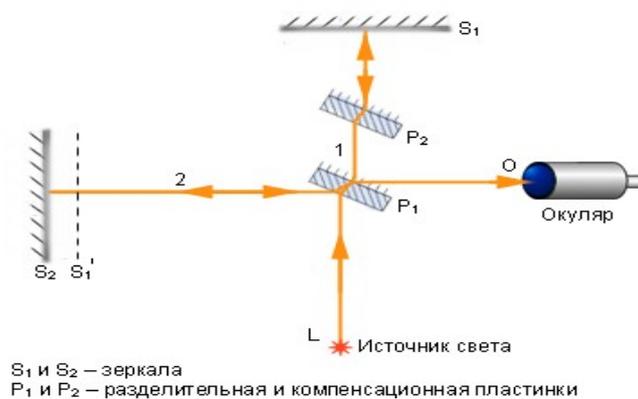


Рисунок 1: Интерферометр Майкельсона

Он представляет собой систему из двух зеркал, разделительной и компенсационной

пластинки. На разделительной пластинке луч разделяется на два пучка, идущие на соответствующие зеркала. Так как луч №2 проходит через разделительную пластинку 3 раза, то на пути 1 луча ставится аналогичная пластинка, чтобы компенсировать дополнительную разность хода. В итоге разность хода возникает лишь вследствие разности длин плеч интерферометра (одним источником вторичных волн при этом является зеркало  $S_2$ , а другим — мнимое изображение  $S'_1$ ) [1]. В таком приборе, в соответствии с теорией оптики, можно наблюдать интерференцию, причем чувствительность к внешним воздействиям у такой системы будет велика.

LIGO-P070082-04

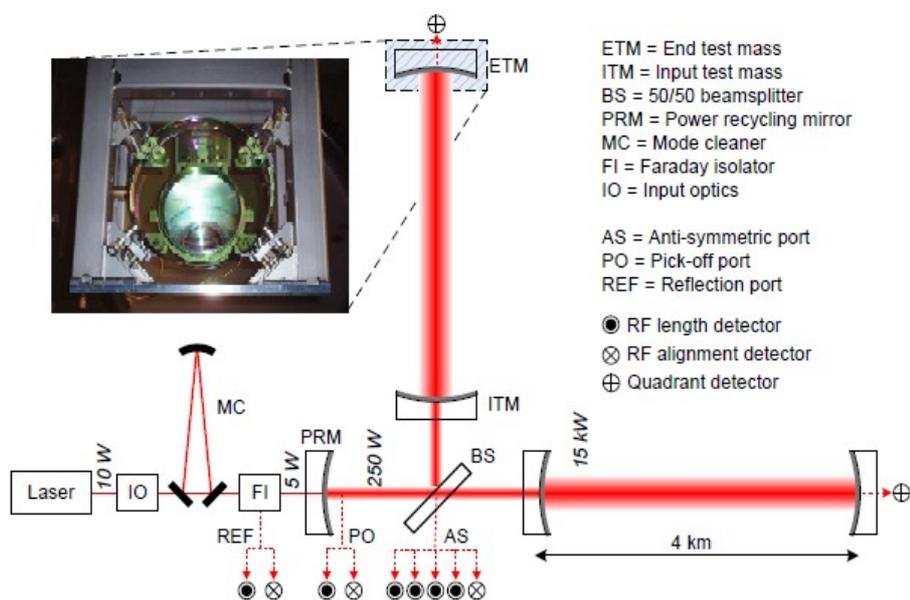


Рисунок 2: LIGO

	LIGO	Advanced LIGO
Длина плеча	4000 м	4000 м
Мощность в резонаторе	20 кВт	800 кВт
Масса зеркала	10 кг	40 кг
Радиус пучка	3,6 см	6 см

Таблица 1: Основные параметры LIGO

Принцип работы антенны основан на использовании интерферометра Майкельсона с большими тяжелыми зеркалами, перемещение которых под действием гравитационных волн и детектируется (при отклонении зеркала в центре интерференционной картины изменяется освещенность). Для усиления сигнала используются интерферометры Фабри-Перо, вся система находится в вакууме и основные ее части находятся на подвесах, а лазерное излучение стабилизируется по частоте, энергии и направлению. В эксперименте используются лазеры большой мощности[2]. Но с увеличением мощности лазера растет и сила давления излучения на зеркала и оно оказывает сильное влияние на весь эксперимент. Именно поэтому необходимо обратиться к проблеме влияния оптического излучения на твердые тела.

Впервые это явление, названное тогда давлением света, было предсказано электромагнитной теорией Максвелла в 1873 году. Получим формулу для давления света.

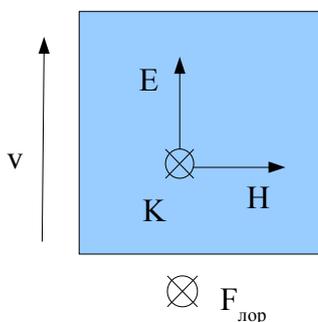


Рисунок 3: Давление света на тело

Рассмотрим нормальное падение света на металл. Пусть на пластину металла падает монохроматическая плоская волна с параметрами  $\vec{E}=(E_x,0,0)$  и  $\vec{H}=(0,H_y,0)$ . Под действием такого поля элементарные заряды будут колебаться в направлении оси  $x$ . При этом на них будет действовать сила Лоренца:

$$\vec{F}_{\text{лор}} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}]$$

направленная перпендикулярно векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , то есть, по оси  $z$ . Это давление электромагнитной волны может быть вычислено исходя из уравнений Максвелла. Считая, что тело полностью поглощает световое излучение, запишем:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

где  $\vec{j} = ne\vec{v}$  - плотность тока,  $e$  - заряд электрона,  $v$  — его скорость,  $n$  - число электронов в единице объема. На электроны в единице пространства действует сила в направлении оси  $z$ , равная

$$f = n F_{\text{лоп}}^{\vec{}} = n \frac{e}{c} v H = \frac{1}{c} j H$$

Давление же будет равно

$$P = \int_0^{\infty} \tilde{f} dz,$$

где сила давления усреднена по периоду. Учитывая, что для плоской монохроматической волны

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad H_y = H_0 \cos(\omega t - kz),$$

получаем

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} j_x \Leftrightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} (E_x H_y) - f,$$

где  $w$  – объемная плотность энергии поля и

$$w = \frac{1}{8\pi} (E_x^2 + H_y^2), \quad f = \frac{1}{c} j_x H_y$$

Усредняя по периоду колебаний, получим

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = -\tilde{f} \Leftrightarrow P = \tilde{w} = \frac{I}{c},$$

где  $I$  – интенсивность излучения [1,9].

Таким образом, мы показали, что давление света будет зависеть от интенсивности излучения. Аналогичный вывод был получен в 1873 году Максвеллом, однако экспериментальное доказательство существования давления было проведено лишь в 1898 году русским физиком Лебедевым. В своем опыте он подвешивал тонкую фольгу на нить и измерял угол отклонения фольги от начального положения под действием света. Чтобы избежать влияния конвекции он заключил фольгу с нитью в вакуум, а для уменьшения радиометрических сил он использовал очень тонкую фольгу. Результаты своих опытов Лебедев сформулировал в трех утверждениях:

- 1) Падающий пучок света производит давление как на поглощающие, так и на отражающие поверхности. Эти силы не связаны с процессами конвекции и радиометрическими силами.
  - 2) Силы давления света пропорциональны энергии падающего излучения и не зависят от длины волны.
  - 3) Наблюдаемые силы равны максвелловским силам давления лучистой энергии.
- Однако, Лебедев измерил и количественно это давление.

	Опыты Лебедева	LIGO	Advanced LIGO
Сила давления света, Н	$3 \cdot 10^{-10}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$

Таблица 2: Опыты Лебедева и эффекты в LIGO

Из-за рассеяния света с расстоянием от источника и малости интенсивности излучения на единицу площади величина, им полученная, была мала настолько, что влияние давления света на материю не могло найти практического применения до 60х годов 20 века, когда были изобретены первые лазеры.[1,5] Они позволили значительно увеличить интенсивность излучения на единицу площади и усилить таким образом давление.

Это явление нашло применение во множестве прикладных применений, некоторые из которых мы рассмотрим поподробнее.

Лазер позволил настолько увеличить силу давления света, что ее хватило для перемещения маленьких частиц в среде, что, в свою очередь, дало возможность для оптической левитации частицы, то есть поддержание частицы на весу только воздействием лазера. На основе этой идеи был получен метод разделения газов с помощью воздействия лазера. Кроме того, появилось множество других применений давления света — от охлаждения ионов до проектирования солнечных парусов. Это же явления легло в основу объяснения многих эффектов — формирования туманностей, эффекта Комптона и др.

И, как уже говорилось, эффекты, связанные с давлением лазерного излучения, проявляются в экспериментах по поиску гравитационных волн. В них, несмотря на большую точность измерений, пока не удается достичь предела чувствительности, необходимого для регистрации волны. Это происходит из-за того, что любое внешнее воздействие на зеркала меняет картину и появляются ошибки. И приходится делать изоляцию от различных шумов. Рассмотрим, какие шумы возникают при эксперименте и как они устраняются.

Шумы бывают двух типов: силовые шумы, вызывающие движения зеркал, и шумы в цепи регистрации сигнала. Шумы второго типа возникают, например, из-за нестабильности частоты и амплитуды лазерного излучения, в силу чего появляется нестабильность напряжения на выходе детектирующей схемы.

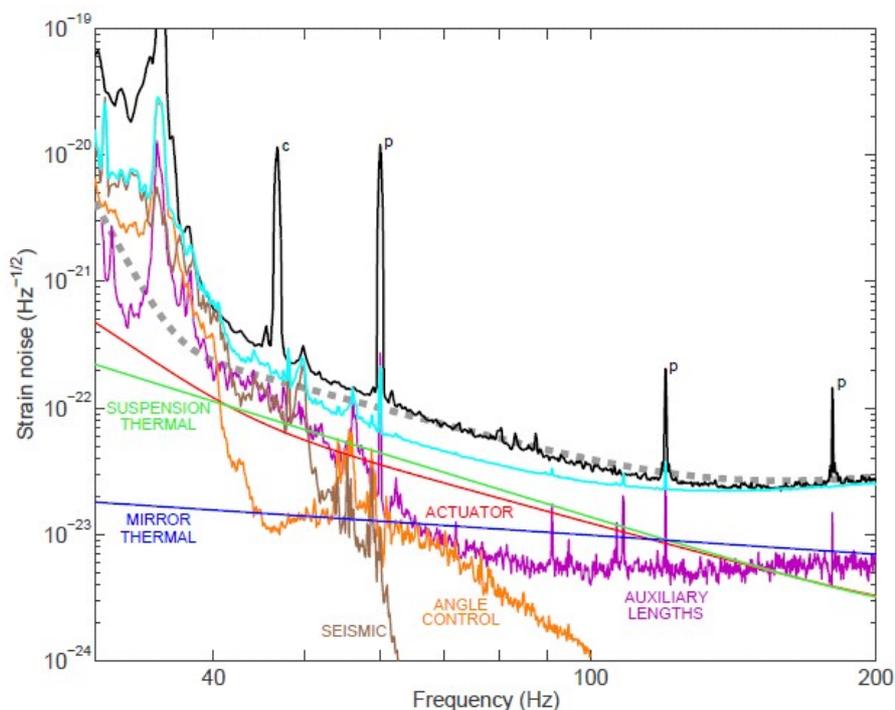


Рисунок 4: Шумы, возникающие на пробной массе гравитационно-волнового детектора

При этом такая нестабильность может быть величины порядка измеряемых эффектов, поэтому не получается разделить шум и реальный эффект.

Силовые же шумы разнообразны и отличаются от предыдущего типа тем, что непосредственно влияют на движение зеркал.

На низких частотах (порядка 50 Гц) наиболее сильное влияние оказывает сейсмический шум — шум от подвижек земной поверхности вследствие разнообразных сейсмических процессов (землетрясения, волны, ураганы и т.д.). Чтобы избежать влияния сейсмических шумов, элементы системы изолируются от внешнего воздействия специальными системами, а кроме того, такие шумы детектируются с помощью акселерометров, измеряющих ускорение колеблющейся земной поверхности в районе установки, и в случае превышения некоторой величины шума, результаты эксперимента на этом отрезке времени не учитываются.

Сложнее определить и измерить тепловой шум, возникающий из-за теплового движения атомов и молекул. Этот шум действует на все элементы системы, а особенно на зеркала,

причем большая часть энергии сосредоточена на резонансных частотах, которые стараются делать величины ,лежащей за пределами границ измерения. Чтобы избавиться от этого шума зеркала и системы крепления проектируются так , чтобы они имели как можно меньшую степень механической диссипации.

Также возникает шум вследствие изменения длин петли обратной связи и плеч интерферометра Майкельсона. На частотах выше 50Гц этот шум подавляется шумами лазерного импульса, но, тем не менее, на частотах порядка 100Гц еще приходится учитывать эти шумы. Шумы такого рода могут быть отфильтрованы и учтены в системах контроля положения зеркал и элементов системы.

Другой шум возникает в системах контроля углов, но он может быть минимизирован соответствующей фильтрацией сигнала и подбором параметров.

Шумы в приводе, держащем интерферометр в зафиксированном и отъюстированном положении, может быть учтен при управлении установкой.

Однако, кроме этих поддающихся учету шумов существует другая составляющая, шумы в которой уже определены, но, тем не менее, не могут быть должным образом отсечены.

Главным образом они появляются вследствие нелинейного преобразования низкочастотных напряжений на приводе в широкополосный шум и из-за самопроизвольного индуцирования зарядов на поверхности тестовой массы(такие заряды, возникающие из-за соприкосновения тестовой массы с другими элементами конструкции, непостоянны и стремятся перераспределиться по всей поверхности).

Помимо этого существуют также шумы периодической или квазипериодической природы — например, моды колебаний креплений зеркал.

Существуют также шумы, принципиально не отсекаемые — например, сдвиг зеркала под действием давления излучения. Причем из теории электромагнитного излучения известно(и как было показано выше), что сила светового давления тем больше, чем больше мощность оптического излучения. Получается, что мощность лазера не может быть увеличена до величины, удобной для увеличения точности измерения, но и не может быть уменьшена слишком сильно, так как в этом случае сильно упадет точность. Поэтому находят среднее значение мощности, когда шум уже не так велик, но и возможно провести достаточно точные измерения[2].

Такой шум является наиболее важным для нашей задачи, поскольку все остальные из выше перечисленных шумов отсекаются или могут быть отсечены техническими средствами. А давление света есть эффект не механический и происходит не из-за несовершенства установки, а имеет чисто квантовую природу. Таким образом, пределом возможных измерений будут именно квантовые эффекты.

Проведем оценку для давления света и силы давления света на пробную массу, а также для угла отклонения.

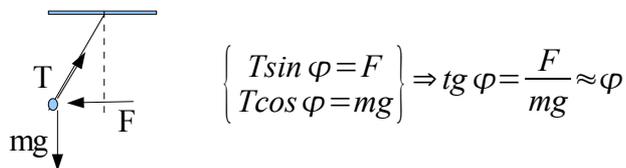
Сила давления света будет равна

$$F = \frac{N}{c}$$

Само же давление

$$P = \frac{F}{S} = \frac{N}{c \pi r^2}$$

Под действием светового давления пробная масса будет отклоняться на некоторый угол, который можно найти [1].



Получили следующие значения:

	LIGO	Advanced LIGO
Сила давления F, Н	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$
Давление P, Н/м <sup>2</sup>	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,22
Угловое отклонение пробной массы, рад.	$7,6 \cdot 10^{-7}$	$6,5 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3: Сила давления, давление и отклонение зеркала

Как мы видим, величины совсем небольшие. Теперь, учитывая, что фотоны в пучке подчиняются распределению Пуассона, посчитаем дробовый шум, возникающий при падении пучка на зеркало.

Учитывая, что полная энергия в пучке за время T

$$E = n \hbar \omega = NT \quad \text{и} \quad \Delta n = \sqrt{n}$$

получим:

$$\Delta n = \sqrt{\frac{NT}{\hbar \omega}} = \frac{\Delta N T}{\hbar \omega}$$

Откуда отклонение мощности

$$\Delta N = \sqrt{\frac{\hbar N \omega}{T}}, \text{ при } T=1 \Delta N = \sqrt{\hbar N \omega}$$

Тогда

$$F = \frac{N}{c} \Rightarrow \Delta F = \frac{\Delta N}{c} = \frac{\sqrt{\hbar N \omega}}{c}$$

Амплитуда же шумового колебания будет

$$A = \frac{\Delta F}{m \omega^2}$$

По данным формулам произведен расчет для шумовой силы и амплитуды [7,8].

	LIGO	Advanced LIGO
Шумовая сила, Н/√Гц	$2 \cdot 10^{-16}$	$1,3 \cdot 10^{-15}$
Амплитуда шумовых колебаний, м/√Гц	$1,2 \cdot 10^{-20}$	$2 \cdot 10^{-20}$

Таблица 4: Шумовая сила и амплитуда шумовых колебаний

Мы получили значения для шумового отклонения зеркала, а теперь сравним его с известным по эксперименту значением шума.

$$A = 4 \cdot 10^{-18} \text{ м/}\sqrt{\text{Гц}}$$

Как мы видим, отличие реального шума от достижимого в идеале - на два порядка. То есть, кроме неустраняемого шума существует некий дополнительный шум, который необходимо устранить. Но возникает вопрос, можем ли мы смоделировать действие какого-либо шума в более простом эксперименте при аналогичных условиях. Расположим зеркало на проволоке, закрепленной с обоих концов. Эта система обладает резонансной частотой около 40 Гц. В такой установке будет множество шумов, но принципиально неустраняемым будет шум тепловой. Найдем среднее значение амплитуды тепловых колебаний.

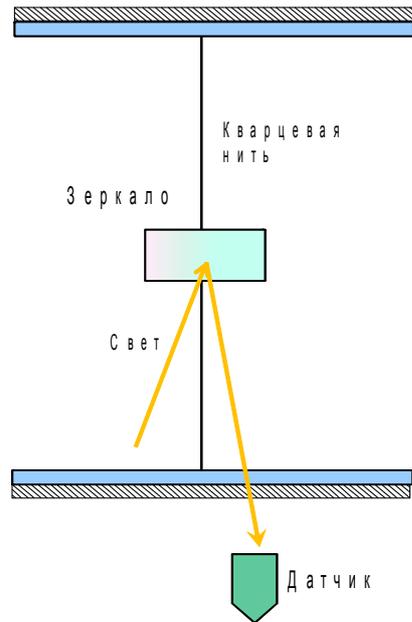


Рисунок 5: Осциллятор

Из теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы

$$\frac{m\omega^2 A^2}{2} = kT \Rightarrow A = 2 \cdot 10^{-11} \text{ м}/\sqrt{\text{Гц}}$$

При размерах плеча маятника в 1 см получим угловую частоту колебаний.

Амплитуда тепловых колебаний, рад/ $\sqrt{\text{Гц}}$	$2 \cdot 10^{-9}$
Предел чувствительности датчика (расчет), рад/ $\sqrt{\text{Гц}}$	$4 \cdot 10^{-11}$

Таблица 5: Сравнение амплитуды тепловых колебаний и предела чувствительности датчика

Сравнивая эту величину с известным для простейшего датчика значением предела чувствительности, сделаем вывод, что резонансные колебания данной системы могут быть зарегистрированы [3,4]. Тепловой шум в данной системе является аналогом некоторой шумовой силы, возникающей в эксперименте LIGO.

В соответствии с формулой Найквиста, для момента силы [8]

$$\overline{M^2} = 4kTh \Delta f, \text{ где } h - \text{коэффициент трения}$$

Нам интересна шумовая сила, вызывающая колебания амплитуды

$$A \approx 4 \cdot 10^{-18} \Rightarrow \text{из формулы } A = \frac{\Delta F}{m\omega^2} \Rightarrow M = F * r = Arm \omega^2$$

Зная, что

$$h = \frac{m\omega}{Q}, \quad 11$$

найдем добротность  $Q=2,6 \cdot 10^6$

Как видно из расчетов, при выполнении условия на добротность системы, мы сможем детектировать тепловой шум с помощью простейшего датчика.

Итак, подведем итоги.

От открытия явления светового давления Максвеллом и первых опытов Лебедева до возникновения проблем, связанных с давлением излучения, в детекторах гравитационных волн значительно углубилась сама суть — из простого следствия из электромагнитной теории она стала проблемой чисто квантового характера. Точно так же изменились и технологии и области применения этого явления. Однако, до сих пор задача остается той же, что и в опытах Лебедева. Перед ним стояла проблема детектирования очень малого эффекта, на который влияли многие внешние факторы. Сейчас же лишь уменьшился порядок величин, но суть осталась та же — необходимо найти способ детектирования, предварительно устранив другие шумы, эффекта уже квантового уровня. И, как показал простой расчет, этот эффект может быть детектирован, однако для этого требуется большая добротность систем и хорошая изоляция от любого внешнего воздействия. Данные расчеты были проведены для Initial LIGO, и можно надеяться, что запуск системы Advanced LIGO, системы с увеличенной чувствительностью, позволит обнаружить гравитационные волны.

#### Список литературы

1. С.А.Ахманов, С.Ю.Никитин "Физическая оптика", Наука, 2004
2. "LIGO: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory" документ LIGO-P070082-04 (2007)

3. G. Meyer, N. M. Amer "Optical-beam-deflection atomic force microscopy: The NaCl(001) surface", Appl. Phys. Lett., 56(1990), 2100
4. G. Meyer, N. M. Amer "Erratum: Novel optical approach to atomic force microscopy", Appl. Phys. Lett., 53(1988), 2400
5. А. Эшкин "Давление лазерного излучения", УФН, 110(1973), 101
6. [www.ligo.caltech.edu](http://www.ligo.caltech.edu)
7. Ю. И. Воронцов, И. А. Биленко "Краткое пособие по радиофизике. Учебное пособие", КДУ, 2007
8. А. С. Логгинов "Основы радиофизики", УРСС, 1996
9. И. Е. Тамм "Основы теории электричества", Физматлит, 2003