



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. М. В. ЛОМОНОСОВА**

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИКИ КОЛЕБАНИЙ**

Дипломная работа
студента 6-го курса
Шуста В. А.

**МЕХАНИЗМЫ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В МУЛЬТИФЕРРОИКАХ**

Допущен к защите
“ ” декабря 2008 года.

Зав. кафедрой физики
колебаний, д. ф.-м. н.,
профессор Логгинов А. С.

Научный руководитель:

к. ф.-м. н., доцент Пятаков А. П.

Москва, 2008 г.

<i>Введение</i>	3
<i>Глава 1. Литературный обзор</i>	5
1. Основные аспекты спинтроники.....	5
1.1 Основная задача спинтроники.....	5
1.2 Магнитоэлектрики как естественное решение.....	5
основной задачи спинтроники.....	5
2. Классификация мультиферроиков.....	9
3. Магнитоэлектрический эффект, актуальные вклады в термодинамический потенциал.....	10
4. Перспективные МЭ материалы.....	19
Выводы к литературному обзору и постановка задачи.....	27
<i>Глава 2. Теоретическое описание МЭ эффектов</i>	29
1. Косвенное МЭ взаимодействие в тонких пленках феррита висмута.....	29
2. Взаимосвязь микромагнитной структуры с распределением поляризации, плотность связанных электрических зарядов на линии Блоха.....	42
<i>Выводы</i>	45
Список литературы.....	46

Введение

В последние годы в ведущих отечественных и зарубежных научных журналах появился целый ряд публикаций, посвященных магнитоэлектрическим материалам [1-8].

Сама по себе магнитоэлектрическая тематика не является новой. Она имеет более чем вековую историю, и связана с такими именами как Пьер Кюри и Луи Неель, предсказавших в своих трудах существование магнитоэлектрических материалов. Однако до середины прошлого века магнитоэлектрические материалы обнаружены не были. Продвинуться существенно далее абстрактных предположений позволили теоретические работы отечественных ученых Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшица [9], и И.Е. Дзялошинского [10], резко сузивших направление поисков. Вскоре, в 1960 году, Д.Н. Астровым был открыт первый магнитоэлектрик Cr_2O_3 [11]. Примерно в это же время Г.А. Смоленским и др. был синтезирован первый мультиферроик: среда, в которой сосуществуют две подсистемы: магнитная и электрическая [12]. Для рассмотрения класса веществ, в которых возможен МЭ эффект, очень важно понимать, что магнитоэлектрик может не быть мультиферроиком, в то время как мультиферроик может не являться магнитоэлектриком, но обладать каким либо МЭ эффектом. Магнитоэлектрики - вещества, у которых при помещении их в электрическое поле возникает магнитный момент, пропорциональный значению поля, но у них может и не быть собственных магнитной и электрической подсистем: спонтанной поляризации и намагниченности, присущих мультиферроикам.

Результаты интенсивных фундаментальных исследований, начавшихся сразу после открытия первых магнитоэлектриков, отражены в обзорах и монографиях [12-14]. Однако вплоть до настоящего времени магнитоэлектрики и мультиферроики представляли интерес для сравнительно узкого круга ученых специалистов, так как малые величины магнитоэлектрических эффектов и низкие температуры при которых они получались, не позволяли говорить об их практическом применении.

Только в самое последнее время появились публикации об обнаружении *гигантского магнитоэлектрического эффекта* [3] и эффекта *гигантской магнетности* [2], а также получении материалов, проявляющих свойства мультиферроиков при комнатных температурах. Вот почему сейчас говорят о настоящем «ренессансе» магнитоэлектрической (МЭ) тематики. Однако, в большинстве материалов МЭ свойства проявляются при низких температурах, и сами эффекты не велики.

С практической точки зрения результаты данная тематика может найти применение в более дешевых, энергосберегающих электронных устройствах памяти:

1. МЭ головках записи/чтения жестких дисков и новой магнитной памяти произвольного доступа MRAM.
2. тонких пленках с магнитоэлектрическими доменами для МЭ записи информации в домен.

Данные устройства и технические решения относятся к новой области микроэлектроники — спинтроники.

Исходя из этого, **Целями** настоящей работы являются:

- Поиск оптимального класса мультиферроиков для указанных выше устройств.
- Теоретическое описание различных механизмов магнитоэлектрического взаимодействия в этих модельных материалах.
- Оценки физических параметров этих материалов.

Глава 1. Литературный обзор

1. Основные аспекты спинтроники

Спинтронику определяют как отрасль микроэлектроники, использующую транспортные свойства спинполяризованных электронов. Если смотреть на эту проблему более широко, то можно сказать, что спинроника – это область науки и техники, занимающаяся проблемами обработки, передачи и хранения информации с использованием магнитного момента электрона.

1.1 Основная задача спинтроники

Основной задачей спиновой электроники является преобразование информации, представленной в форме намагниченности, в электрическое напряжение и обратно.

В настоящее время эта задача решается с помощью явления гигантского магнитного сопротивления (ГМС) «на считывание» и магнитного действия электрического тока «на запись». Оба явления требуют создания сложных и дорогостоящих электрических схем для протекания тока, который создает большие энергетические потери в электронной схеме. Поэтому, еще в начале XXI века для устранения этих проблем было предложено несколько альтернативных решений.

1.2 Магнитоэлектрики как естественное решение основной задачи спинтроники

Магнитоэлектрики – естественное решение основной задачи спинтроники. Преобразовывать намагниченность в электрическое напряжение и наоборот изначально приводило к использованию обычного (линейного) МЭ эффекта. Под ним понимают эффект возникновения намагниченности под действием электрического поля и электрической поляризации под действием магнитного поля:

$$M = \alpha \cdot E \quad (1)$$

$$P = \alpha \cdot H$$

где M – намагниченность, E – электрическое поле, P – поляризация, H – магнитное поле, α – коэффициент, характеризующий магнитоэлектрический эффект.

Формула (1) – лишь частный случай магнитоэлектрического эффекта при определенной ориентации кристалла магнитоэлектрика. Общее рассмотрение магнитоэлектриков в контексте спинтроники и микроволновой техники приведено в работах [15]-[17].

Чтобы очертить круг материалов-кандидатов для практического применения, нужно знать диапазон, в котором на данный момент изменяется МЭ эффект.

Существует, по меньшей мере, пять видов единиц, в которых измеряется линейный МЭ эффект: в системе Си единицей служит с/м, в СГС это величина безразмерная ($\alpha=4\pi P/H$), используется также внесистемная единица Кл/(м²·Э). Часто в литературе используется единица измерения В/(см·Э), для перевода которой в первые три необходимо знать диэлектрическую проницаемость материала: Кл/(м²·Э)= $\epsilon\epsilon_0 10^2$ В/(см·Э). Кроме того, используют рационализированные единицы СГС $\alpha^r=\alpha/(4\pi)=P/H$. Такое разнообразие единиц приводит к путанице в литературе по данной тематике и постоянным ошибкам в оценке эффектов.

Величина магнитоэлектрического эффекта в классическом магнитоэлектрике хромите Cr₂O₃ составляет $3.7 \cdot 10^{-12}$ с/м (10^{-3} СГС, 20мВ/(см·Э)). Максимальный магнитоэлектрический эффект был обнаружен в материале TbPO₄ [18]: 10^{-1} в системе СГС или $3.3 \cdot 10^{-10}$ с/м. В принятой терминологии такие эффекты называют *гигантскими*. Однако магнитоэлектрический эффект в данном соединении существует лишь при температурах, меньших 2К. Только в последнее время получены материалы с гигантским магнитоэлектрическим эффектом при комнатных температурах: тонкие (50-500 нм) пленки феррита висмута BiFeO₃ с магнитоэлектрическим эффектом $dE/dH=3$ В/(см·Э) (0.4 СГС) [3].

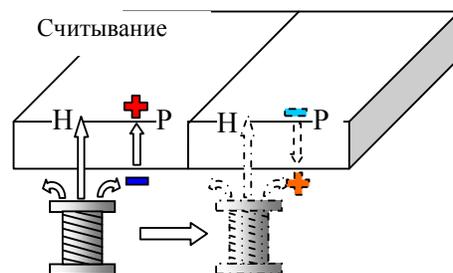


Рис. 1
Процесс считывания информации в виде МЭ доменов противоположной полярности

Обнаружение гигантских МЭ эффектов в материалах позволяет говорить о возможности их использования в различных электронных устройствах. Еще в 1965 году была предложена память на магнитоэлектрических доменах [22]. В качестве битов информации в таких материалах могут выступать антиферромагнитные домены. Они не создают полей размагничивания, но, являясь одновременно и магнитоэлектрическими доменами, поляризуются под действием внешнего магнитного поля (рис. 1).

Существенным ограничением такой памяти является сложность процесса записи: нагревание выше температуры Нееля и охлаждение в присутствии магнитного и электрических полей до температуры ниже точки Нееля. Наличие электрического и магнитного полей для записи в этой схеме необходимо. Но вот считать информацию с такого устройства можно одним из полей на выбор: магнитным или электрическим. Поэтому, магнитоэлектрики могут служить основой для постоянных запоминающих устройств без возможности перезаписи (ROM – read only memory) с чрезвычайно большим быстродействием: магнитоэлектрический коэффициент остается постоянным вплоть до сотни гигагерц – частоты антиферромагнитного резонанса.

Известно, что обычная «флэш» память основана на квантовом эффекте туннелирования электрона электрическим напряжением в транзисторе. В [24] и [26] рассмотрен квантовый эффект туннелирования намагниченности, который может служить аналогом квантового эффекта «флэш» памяти.

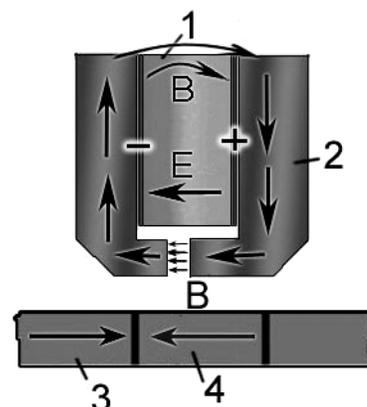


Рис. 2
Головка записи на основе емкостного МЭ элемента:
1) магнитоэлектрический слой между обкладками, на которые подано электрическое напряжение 2) магнитовол 3, 4) домены с противоположной ориентацией намагниченности, соответствующие «0» и «1» (битам информации).

Другим применением гигантских магнитоэлектрических эффектов, как было отмечено во введении, могут служить головки записи/считывания [23] и узел памяти MRAM.

Замена традиционно используемых индуктивных головок (рис.1) на емкостные магнитоэлектрические элементы (рис.2) позволит уменьшить размер головок записи и потери в них. Приложение электрического напряжения к

конденсатору, в котором диэлектрическим слоем является магнитоэлектрический материал, приводит к возникновению магнитного поля, достаточного для записи бита информации (рис.2).

Узел *MRAM* показан на рисунке 3 [26]. В узле расположен туннельный контакт – устройство с гигантским магнитосопротивлением, объединяющее в себе и среду записи (перемагничиваемый слой) и устройство считывания информации (контакт, сопротивление

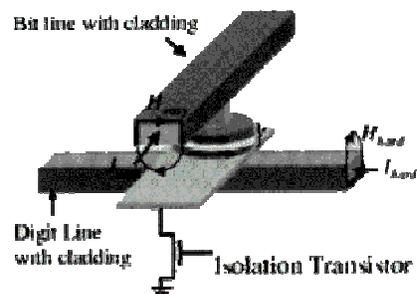


Рис. 3 Узел MRAM памяти [26]

которого зависит от состояния намагниченности в слое записи). Доступ к каждому элементу памяти осуществляется подачей токов записи/считывания на соответствующие битовую и разрядную шины, в месте пересечения которых находится данный бит информации. Управление намагниченностью в битах основано на токовых сигналах, поэтому нельзя говорить, что проблема уменьшения энергетических потерь решена полностью. Более того, по мере увеличения степени интеграции устройств, становится все труднее создать конфигурацию подводящих проводов, изменяющих направление намагниченности в отдельном узле, и не влияющих на соседние. Кроме того при миниатюризации заметным становится явление электромиграции ионов металла при протекании электрического тока большой плотности.

Все эти проблемы позволят решить запись информации на основе МЭ эффекта. Если в каждом узле MRAM памяти разместить МЭ элемент (магнитоэлектрик или мультиферроик, обладающий МЭ эффектом), то приложение электрического напряжения к узлу, в котором находится данный бит, позволит изменять направление намагниченности в бите, не воздействуя на соседние узлы. Так как в МЭ элементе магнитное поле возникает под действием статического электрического поля, а не тока, то это позволяет также избежать дополнительных энергетических потерь.

Казалось бы, что представленные выше устройства и материал с гигантским МЭ эффектом при комнатной температуре BiFeO_3 позволяют решить задачу спинтроники. Но для полного решения пока не удастся «зацепить» достаточно слабую по величине намагниченность высокотемпературного магнитоэлектрика при помощи нанесенного слоя однофазного мультиферроика. Только летом 2008

года удалось реализовать эксперимент, в котором антиферромагнитный вектор через посредство обменной связи сцеплен с большой намагниченностью нанесенного слоя. Данная сложность, с практической точки зрения, заставляет рассматривать более широкий класс веществ – мультиферроиков, обладающих возможностью управления магнитной подсистемой при помощи электрической и наоборот. С фундаментальной точки зрения, это означает более общее рассмотрение магнитоэлектрических взаимодействий, частным случаем которого является линейный эффект (1).

2. Классификация мультиферроиков

Во введении были даны общие определения магнитоэлектрика и мультиферроика [19]. Рассмотрим классификацию последнего более подробно. Классификация мультиферроиков имеет достаточно сложную структуру и содержит термины, такие как «мультиферроик» и «магнитоэлектрик», множество пересечения которых изображено на Рис.4

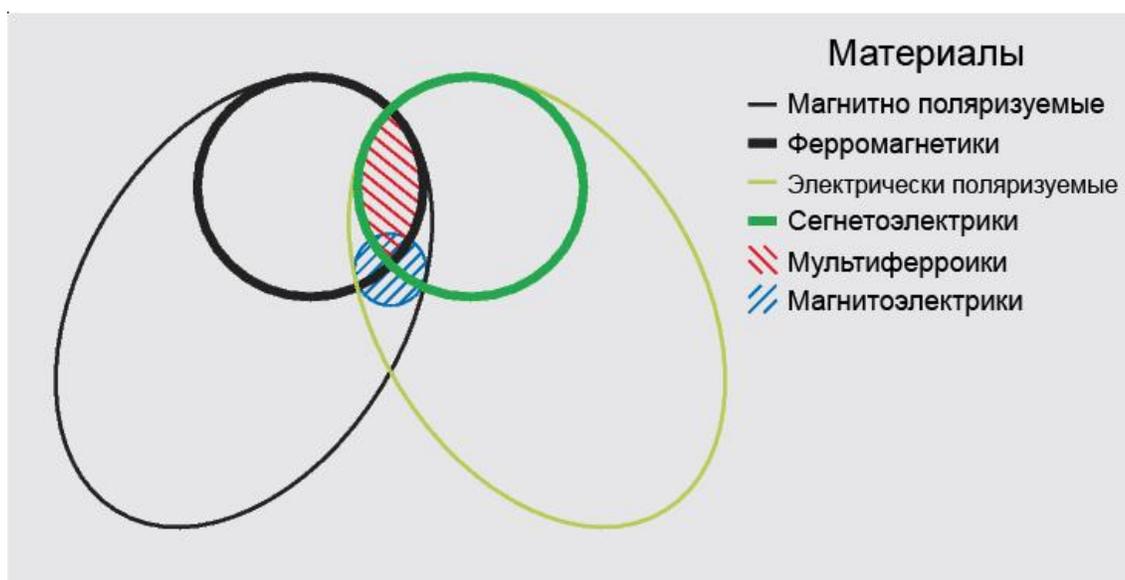


Рис.4. Диаграмма магнитных материалов.

По определению [33], однофазовый мультиферроик—это такой материал, который обладает двумя, или всеми тремя, так называемыми чертами «ферроика»: сегнетоэлектричеством, ферромагнетизмом и сегнетоэластичностью. Однако, настоящую

терминологию можно преобразовать, заменяя сегнетоэластику существованием ферротороидного порядка. Более того, классификация мультиферроиков может быть расширена включением антиферромагнитного порядка. Магнитоэлектрическое взаимодействие, с другой стороны, может происходить магнитном и электрическом параметрах порядка различной природы (намагниченность, поляризация, антиферромагнитная компонента, магнитное и электрическое поля), и, например, может происходить в парамагнитных ферроэлектриках. Магнитоэлектрическое взаимодействие может происходить напрямую между двумя параметрами порядка, или же не напрямую через механическое напряжение. Также говорят, что косвенное магнитоэлектрическое взаимодействие происходит в материалах, где магнитный и электрический параметры порядка возникают в отдельных доменах, но взаимодействуют друг с другом посредством соприкосновения фаз, что характерно для композитных материалов [20]-[21], [25].

Такое разнообразие МЭ взаимодействий объясняет текущий высокий уровень интереса к магнитоэлектрикам-мультиферроикам.

3. Магнитоэлектрический эффект, актуальные вклады в термодинамический потенциал

Как было упомянуто в п.2 природа МЭ эффекта может быть весьма различна. Под самим этим эффектом подразумевается наличие у вещества какой-либо **связи** магнитного параметра материала с электрическим.

Поиск мультиферроиков, обладающих такой связью, а также интерпретация **механизма** магнитоэлектрического эффекта, выраженная в последовательности физических процессов и явлений, несомненно, актуальны для спинтроники. Эти физические процессы и явления, например, могут вызываться приложением электрического поля или механического напряжения к образцу, индуцирование фазового перехода электрическим или магнитным полем [27]. Описать сложный (косвенный) МЭ эффект можно разбиением соответствующего физического процесса на последовательные этапы в магнитной и электрической подсистемах, связанных между собой механическими параметрами кристалла [34].

С математической точки зрения данная **связь** может быть описана некоторой функцией (возможно неявной), связывающей магнитные и

электрические параметры вещества. Удобным инструментом построения такой функции является термодинамическая теория Ландау [9]. Она оперирует со свободной энергией вещества. За конкретный эффект отвечают определенные члены-слагаемые (термы этой энергии). Наличие конкретного термина определяется симметрией кристалла, в то время, как сила самого эффекта зависит от химического состава кристалла и зачастую может быть определена экспериментально. Как уже упоминалось, не всегда из термодинамического потенциала удастся получить явную функцию, отвечающую за МЭ взаимодействие. Обычно в термодинамическом потенциале ограничиваются наиболее существенными для данного процесса вкладками. «Вес» вклада определяется константой-множителем (которая обычно определяется напрямую или косвенно из эксперимента). Далее будут представлены наиболее актуальные для МЭ эффекта вклады в термодинамический потенциал.

3.1 Сегнетоэлектрический вклад в термодинамический потенциал

Как известно, сегнетоэлектрики – это вещества, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризацией. Под действием внешнего электрического поля, упругих напряжений, или при изменении температуры в сегнетоэлектрике меняются величина и направление спонтанной поляризации.

Структура сегнетоэлектрика характеризуется наличием доменов–областей с однонаправленной поляризацией в пределах одного домена. Суммарная поляризация образца при этом может быть равна нулю. Доменная структура зависит от симметрии кристаллов и часто связана с природой и характером распределения их дефектов.

Действие внешнего электрического поля высокой напряженности приводит к резкому возрастанию поляризации, обусловленному ориентацией доменов преимущественно по полю. Процесс ориентации обычно сопровождается изменением кристаллической структуры сегнетоэлектрика, причем энергетический барьер относительно невелик. Возрастание поляризации приводит к изменению величины диэлектрической проницаемости ϵ , теплоемкости, коэффициента термического расширения и других свойств вещества. Зависимость поляризации в сегнетоэлектрике от напряженности электрического поля *нелинейна* и имеет вид *петли гистерезиса*.

При нагревании выше определенной температуры, называемой точкой Кюри T_k , спонтанная поляризация исчезает. В этой точке происходит сегнетоэлектрический

переход из полярной фазы в неполярную (параэлектрическую). В области T_k температурная зависимость ϵ достигает максимума, а величина остаточной поляризации P_0 падает до нуля.

Изложенные выше свойства сегнетоэлектрика с необходимой степенью точности можно описать с помощью термодинамического потенциала. Замечательное свойство сегнетоэлектрика – проявление в зависимости поляризации от приложенного электрического поля *петли электрического гистерезиса*, что означает наличие как минимум двух устойчивых состояний поляризации в домене, т.е. возможна реализация бита информации. Подобрать с соответствующим свойством при комнатной температуре мультиферроик, обладающий связью магнитной и электрической подсистем -- задача не из простых. Кандидатом на эту роль во многих работах [29], [36] выступает пленка феррита висмута BiFeO_3 . В [29] был рассмотрен следующий термодинамический потенциал, содержащий сегнетоэлектрические слагаемые, обведенные в рамку а):

$$\begin{aligned}
 & \text{а)} \qquad \qquad \text{б)} \\
 F(P, M, T) = & \alpha_1 P^2 + \alpha_{11} P^4 + \alpha_{111} P^6 - EP + \beta_1 M^2 + \beta_{11} M^4 \\
 & + \beta_{111} M^6 - HM + \gamma P^2 M^2 - \frac{1}{2} S_{11} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \\
 & - S_{12} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3) - \frac{1}{2} S_{44} (\sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2) \qquad (2) \\
 & - Q_{11}^E \sigma_3 P^2 - Q_{12}^E (\sigma_1 + \sigma_2) P^2 - Q_{13}^M \sigma_3 M^2 \\
 & \text{в)} \qquad \qquad \qquad \text{г)}
 \end{aligned}$$

В этой работе рассматривалась поляризация, ориентированная вдоль оси анизотропии [111] (главная диагональ куба или с-ось). Пленка с кубическими доменами имела ориентацию (001) и была выращена на подложки титаната стронция. Электрическое поле было также приложено вдоль с-оси кристалла. Сам вид слагаемых (а) и (б) потенциала, описывающий электрический гистерезис стандартный: разложение (а) по поляризации до шестой степени включительно (при рассмотрении структуры кристалла как чисто кубической) или до четвертой степени включительно (при учете ромбоэдрически искаженной перовскитовой ячейки – «искаженного куба» с углом в грани $\alpha=89.4^\circ$ [37] плюс энергия спонтанной поляризации во внешнем поле (б). Подчеркнутые слагаемые могут быть включены в эффективные сегнетоэлектрические константы α^* [29] и не меняют вид электрического гистерезиса, а отвечают скорее за изменения кристаллической структуры и намагниченности, которые при данном одномерном

изменении поляризации вдоль одной с-оси не происходят. Вид характерного гистерезиса из этой работы приведен на Рис.5. Также можно отметить, что по последним данным приведенные на рисунке значения спонтанной поляризации $40 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ несколько отличается от актуального на данный момент значения $P_s=0.6 \text{ C}/\text{m}^2$ [27], [36]. Величина же поля переключения E_c (коэрцитивная сила) зависит от качества кристалла и его неоднородностей. Она может варьироваться в пределах $E_c=0.5\div 60 \text{ MV}/\text{cm}$ [36].

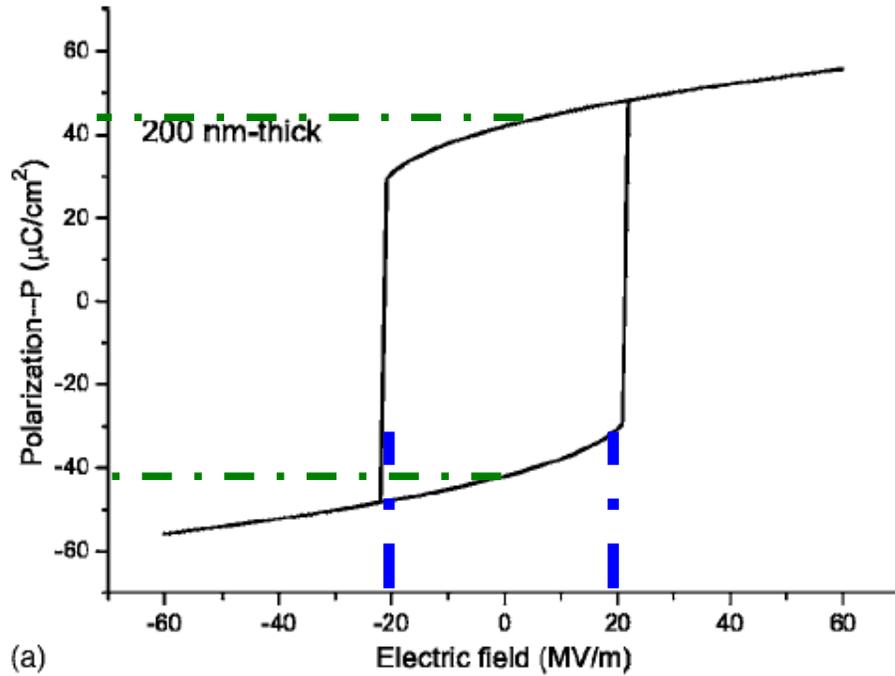


Рис.5. Петля электрического гистерезиса.

3.2 Магнитный терм

Если в сегнетоэлектрическом домене для реализации бита может служить направление поляризации, то в магнитном домене аналогичную роль может играть намагниченность M . Как было предсказано Ландау, для

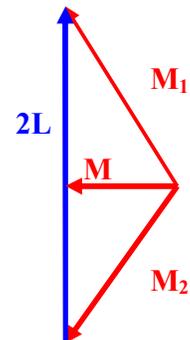


Рис.6 Магнитные векторы (параметры порядка)

некоторых веществ (антиферромагнетиков) существует магнитное упорядочение, при котором намагниченности атомов разных подрешеток не сонаправлены (в частном случае противоположно направлены). Поэтому, такое упорядочение принято характеризовать особым вектором антиферромагнетизма $\mathbf{L}=(\mathbf{M}_1-\mathbf{M}_2)/2$, где \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 – намагниченности разных подрешеток соответственно (Рис.6).

Анализ направления намагниченности $\mathbf{M}=(\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2)/2$ всегда сопряжен с анализом вектора антиферромагнетизма. Наличие этого вектора составляет характерное отличие магнитного вклада в термодинамический потенциал от электрического. Классический модельный вид магнитного терма (слагаемого потенциала) приведен в [36]:

$$F_m = \frac{M^2}{2\chi_{\perp}} - \frac{(ML)^2}{2\chi_{\parallel}} - MH + K_u \left(1 - \frac{(cL)^2}{L^2}\right) \quad (3)$$

, где χ_{\perp} и χ_{\parallel} -- продольная и перпендикулярная вектору антиферромагнетизма магнитные восприимчивости. Слагаемые а) – это магнитная энергия (сегнетомагнетика) в отсутствие магнитного поля, б) – энергия намагниченности во внешнем магнитном поле, в) – энергия магнитной анизотропии. Вектор \mathbf{c} – ось магнитной анизотропии.

Помимо классического вида терма (3), вообще говоря, магнитная энергия может иметь вид произвольной функции $F_m(\mathbf{M}, \mathbf{L}, \mathbf{H})$, которая остается инвариантной при преобразованиях симметрии кристалла [37]. Например, из (2) видно, что магнитный терм может содержать и нелинейный члены по \mathbf{M} степени, большей, чем 2. Однако весовые константы для старших нелинейных членов, определяемые как правило прямо или косвенно из эксперимента, могут быть малы. Терм должен быть инвариантен относительно неприводимых представлений симметрии кристалла. еще

Теперь рассмотрим существенное для данной работы – связь между магнитной и электрической подсистемами. Очевидно, что в термодинамическом потенциале *напрямую* эта связь может описываться магнитоэлектрическими слагаемыми.

3.3 Магнитоэлектрические слагаемые

Верхняя ступень классификации МЭ термов подразумевает деление на однородные и не однородные. Рассмотрим ступени классификации более подробно.

3.3.1 Магнитоэлектрические однородные слагаемые

Простейший вид терма описывает линейный МЭ эффект (1) и соответственно называется линейным МЭ термом. Однако существуют материалы, обладающие и нелинейным МЭ эффектом. Для поиска материалов-кандидатов на каждый из эффектов воспользуемся ТД теорией Ландау. Рассмотрим модельный ТД потенциал, описывающий кристалл с однородной фазой. Заметим, что в нем не должно содержаться членов с пространственными дифференциальными операторами (операторами, содержащими ∇^n). Нас будут интересовать слагаемые следующего вида:

$$-F(E, H) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_i E_j + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_{ij} H_i H_j + \alpha_{ij} E_i H_j + \frac{\beta_{ijk}}{2} E_i H_j H_k + \frac{\gamma_{ijk}}{2} H_i E_j E_k + \dots \quad (4)$$

Первое слагаемое описывает вклад, соответствующий энергии электрического поля, где восприимчивость вакуума обозначена ε_0 , а электрическая восприимчивость $\varepsilon_{ij}(T)$ -- это тензор второго ранга, который обычно не зависит от компонент электрического поля в материалах неферроиках. Второе слагаемое – это магнитный эквивалент первого слагаемого, где $\mu_{ij}(T)$ - это магнитная восприимчивость, а μ_0 - восприимчивость вакуума. Третье слагаемое описывает линейное магнитоэлектрическое взаимодействие через тензор $\alpha_{ij}(T)$; тензоры третьего ранга $\beta_{ijk}(T)$ и $\gamma_{ijk}(T)$ представляют более высокого порядка (квадратичные) магнитоэлектрические коэффициенты. В настоящей схеме, все магнитоэлектрические коэффициенты объединяют независимые от поля функции $\varepsilon_{ij}(T)$ и $\mu_{ij}(T)$. Магнитоэлектрические эффекты могут тогда быть представлены в виде функций $P_i(H_j)$ или $M_i(E_j)$. Эти функции находятся дифференцированием свободной энергии F по электрическому и магнитному полям соответственно:

$$P_i = \alpha_{ij} H_j + \frac{\beta_{ijk}}{2} H_j H_k + \dots \quad (5a)$$

$$\mu_0 M_i = \alpha_{ji} E_j + \frac{\gamma_{ijk}}{2} E_j E_k + \dots \quad (5b)$$

Линейный МЭ эффект. Мультиферроик, являющийся ферромагнетиком и ферроэлектриком проявляет сильный линейный магнитоэлектрический эффект. Это следует из-за того, что материалам ферроэлектриков и ферромагнетиков пресущее часто (но не всегда) большие электромагнитные восприимчивости и проницаемости, так что магнитоэлектрический коэффициент α_{ij} ограничивается достаточно большим значением :

$$\alpha_{ij}^2 \leq \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{ii} \mu_{jj} \quad (6)$$

Условие (6) получается из (4) требованием, чтобы сумма первых трёх слагаемых в нем была больше нуля. Это условие является условием устойчивости данной фазы относительно ϵ_{ij} и μ_{ij} . Отметим, что большое значение ϵ_{ij} не является прерогативой материала быть ферроэлектриком (или наоборот); и, аналогично, ферромагнетики не обязаны обладать большим значением магнитной восприимчивости μ_{ij} . Например, ферроэлектрик KNO_3 обладает небольшим значением $\epsilon=25$ вблизи его температуры Кюри (120°C), в то время когда параэлектрик SrTiO_3 проявляет $\epsilon > 50,000$ на низких температурах.

Нелинейный МЭ эффект. Большинство материалов имеют небольшое значение диэлектрической и магнитной проницаемостей, поэтому линейный магнитоэлектрический эффект будет также несущественным, что является следствием уравнения (6). Однако, такого рода ограничения не действуют для взаимодействий более высокого порядка, описываемых тензорами третьего ранга β_{ijk} и γ_{ijk} . Например, в некоторых материалах нелинейные слагаемые вида $\beta_{ijk} H_j \dot{H}_k$ могут преобладать над линейными слагаемыми вида $\alpha_{ij} H_j$ в уравнении (4), как впервые было показано экспериментально при низких температурах в пьезоэлектрическом парамагнетике $\text{NiSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$. Для достижения ощутимого нелинейного магнитоэлектрического эффекта при комнатной температуре, в [33] предлагается исследовать магнитные материалы с пониженной размерностью. На самом деле, двухразмерный спиновый порядок, связанный с коэффициентом $\beta(T)$ при температуре T_{2D} может преобладать над трехмерной спиновой структурой, которой

соответствует коэффициент $\alpha(T)$. Такой сценарий можно наблюдать при низких температурах в BaMnF_4 .

В пограничном слое доменов происходит смена направления какого-либо из магнитного или электрического векторов. Это означает, что в толще доменной стенки имеет место пространственное изменение векторов, описываемое с помощью градиентов и производных по направлению. Учесть это можно с помощью неоднородных МЭ вкладов в ТД потенциал.

3.3.2 Магнитоэлектрические неоднородные вклады

Данный вид термов содержит в себе какую-либо степень оператора пространственного дифференцирования ∇^n . Важно, чтобы свободная энергия (Т.Д. потенциал), содержащая слагаемые с компонентами вектора $\vec{\nabla}$ также была инвариантна относительно преобразований симметрии кристалла.

Как показано во многих работах, в т.ч. [37], наличие в мультиферроике ViFeO_3 магнитоэлектрического неоднородного термина, называемого также инвариантом Лифшица, магнитной анизотропии, а также неоднородной магнитной энергии (энергии обмена) приводит к существованию в этом веществе спиновой пространственно-модулированной структуры (циклоиды). Поведение этой пространственной структуры в зависимости от величины приложенного поля изложено в [36].

Другая замечательная особенность неоднородного МЭ эффекта заключается в том, что существует определенный класс веществ [34], [45], в которых наблюдается возникновение поляризации при вращении в пространстве вектора намагниченности. Если рассмотреть концентрический вихрь намагниченности [45] $\vec{M} = M[e_2^r \cos \varphi - e_1^r \sin \varphi]$ или же радиально расходящуюся намагниченность $\vec{M} = M[e_1^r \cos \varphi + e_2^r \sin \varphi] = M \frac{r}{r}$ (Рис.7), то можно получить, что в центре вихря содержится линейный заряд $\frac{q}{h} = +2\pi\gamma\chi_e M^2$, где h – высота вихря.

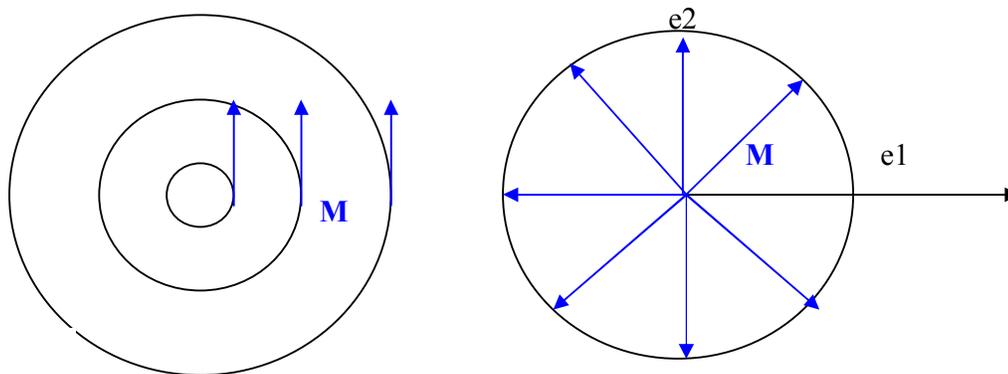


Рис.7 Концентрический вихрь намагниченности и радиально расходящаяся намагниченность

Привлекательной выглядит возможность управлять электрическим полем положением таким образом созданных зарядов. Однако, на практике такое идеальное вихревое распределение намагниченности встречается редко. Реальными объектами для исследования могут стать стенки доменов, в которых возможен поворот намагниченности. В лаборатории А.С. Логгинова под руководством А.П. Пятакова успешно исследуются пленки ферритов-гранатов, в которых существует возможность управлять электрическим полем положением доменной стенки. Теоретическое обоснование этому приведено в оригинальной части настоящей работы.

3.3 Магнитоэлектрическое косвенное взаимодействие.

В некоторых веществах существенными могут оказаться слагаемые в) и г) термодинамического потенциала. Они связаны через механическое напряжение, которое играет доминирующую роль в двухфазных материалах. Такой составной материал ведет себя как эффективная магнитоэлектрическая среда, в которой МЭ взаимодействие осуществляется через механическую подсистему. Получаемые эффекты достигают значений 0.1 В/(см·Э) при постоянном магнитном поле и 90 В/(см·Э) в переменном магнитном поле на частоте электромеханического резонанса, определяемой размерами образца и параметрами композита.

Непростой задачей является выбор оптимальных материалов для теоретического исследования вышеперечисленных эффектов, которые с одной стороны были бы

относительно просты для теоретического описания и относились по возможности к простой группе симметрии, но с другой стороны представляли бы практический интерес для экспериментатора, что выражается в проявлении МЭ эффектов при обычных условиях (температуре, давлении, не сверх сильных полях). Поэтому стоит остановиться на рассмотрении подходящих для этих эффектов материалов.

4. Перспективные МЭ материалы

4.1 Мультиферроик феррит висмута

Основная проблема для практического применения мультиферроиков – это поиск материалов, обладающих большим МЭ эффектом при комнатной температуре. Как уже было отмечено выше, относительно недавно был обнаружен мультиферроик BiFeO_3 , обладающий гигантским МЭ эффектом при комнатной температуре. У этого материала наблюдается ряд замечательных свойств:

- Является антиферромагнетиком и сегнетоэлектриком, благодаря чему относится к классу мультиферроиков. Спонтанная поляризация в нем равна $P_s=0.06 \text{ C/m}^2$, спонтанная намагниченность $M_s=3 \text{ emu/cm}^3$ [27].
- Относится к довольно простой гексагональной группе симметрии (куб с небольшим искажением прямого угла в грани на угол 0.6°). Поэтому он также интересен для теоретиков как модельный объект мультиферроика, экспериментальные данные которого удается строго предсказывать и объяснять теоретически.
- Обладает пространственно-модулированной структурой магнитного порядка – циклоидой. Из-за ее наличия средний МЭ эффект в объемном образце должен быть равен нулю [36]. Но в достаточно сильных магнитных полях, а также в тонких пленках BiFeO_3 возможно подавление циклоиды, благодаря чему удается резко увеличить величину МЭ эффекта до значения $dE/dH=3 \text{ В/(см}\cdot\text{Э)}$. К тому же здесь появляется возможность управлять величиной МЭ эффекта с помощью *электрического поля*, что само по себе интересно для спинтроники.

Из перечисленного выше недостатками объемного образца являются:

1. небольшой МЭ эффект в отсутствие электромагнитных полей;
2. небольшая спонтанная намагниченность $M_s = 3 \text{ emu/cm}^3$;
3. несовпадение в общем случае 3 типов доменов (магнитных, антиферромагнитных, магнитоэлектрических) также усложняет исследование.

4.2 Пленки феррита висмута

В пленках феррита висмута возможно подавление спиновой пространственно модулированной структуры, благодаря чему сразу возникает *гигантский* МЭ эффект 3 В/(см·Э). Правда, в последнее время появились данные, что и для пленок необходимо приложение магнитного поля (умеренного по величине по сравнению с магнитными полями для объемных образцов), чтобы возник линейный МЭ эффект. Замечательным свойством пленок (001) является еще и то, что в них пространственные области магнитных, антиферромагнитных, магнитоэлектрических доменов совпадают. Это обстоятельство в значительной степени упрощает теоретическое исследование магнитной и электрической подсистем.

Следует также отметить характерное свойство тонких пленок – зависимость физических свойств от кристаллической структуры подложки, что, в свою очередь вносит дополнительные трудности в анализ МЭ свойств. Это свойство рассмотрено в оригинальной части данной работы как механизм возникновения моноклинной анизотропии, вызванной рассогласованием кристаллического параметра кубических решеток тонкой пленки мультиферроика BiFeO_3 и подложки, на которой эта пленка выращена.

Для реализации элемента памяти необходима среда с доменами, хранящими количество информации. Преимущество тонких пленок, как было упомянуто выше, это – совпадение

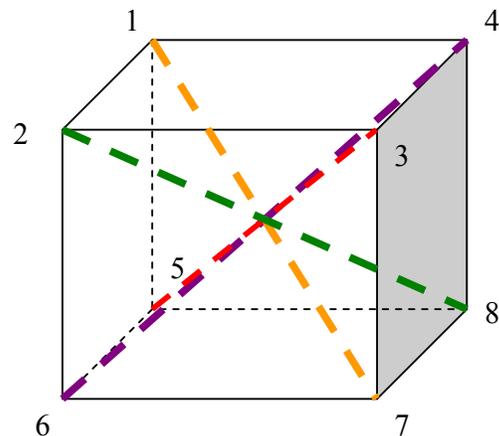


Рис.8 Восемь направлений поляризации в кубическом кристаллическом домене

пространственных областей магнитных, антиферромагнитных и магнитоэлектрических доменов, что очень удобно для реализации элемента памяти. Очень перспективным выглядит домен тонкой пленки ViFeO_3 . По данным работ [27] и [28] существуют 8 типов доменов кубического кристалла ViFeO_3 . Эти домены в первую очередь различаются между собой направлением спонтанной поляризации относительно кубической структуры кристалла: вектор поляризации может быть направлен вдоль одной из главных диагоналей куба, что диктуется минимумом свободной энергии кристалла (всего 8 направлений). Причем, в работе [28] экспериментально анализировался процесс переключения электрическим полем, направленным вдоль одной из диагоналей грани куба, векторов поляризации, направленных вдоль какого-либо из 8 направлений главных диагоналей, на направления главных диагоналей куба таких, что проекции этих диагоналей на декартову ось, вдоль которой направлено электрическое поле, сонаправлены с направлением электрического поля. Из простых геометрических соображений можно по формуле скалярного произведения векторов заключить, что всего существует три различных типа переключения векторов поляризации, направления которых относительно начального состояния, за которое можно принять направление одной из главных диагоналей $[111]$ составляли углы в 71° , 109° , и 180° . (Рис.9):

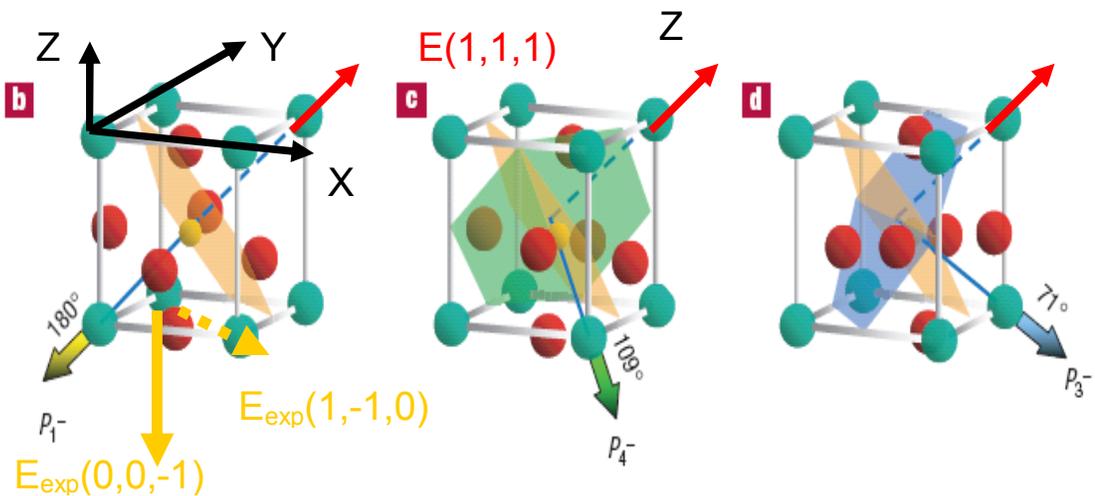


Рис.9 Три различных типа переключения поляризации с семи возможных направлений

В [28] ориентацию поляризации наблюдали с помощью пьезоэлектрической силовой микроскопии (PFM). Сама по себе расшифровка цветных изображений, полученных с помощью этого микроскопа не вполне тривиальная задача для качественного объяснения. Этой расшифровке и последующей интерпретации посвящены, например работы [40],

[41]. Как сухой остаток этих работ, отметим, что за тип домена, соответствующего определенному из 4 возможных изначально направлений поляризации (0° , 71° , 109° , 180°) относительно направления $(1,1,1)$ отвечает цвет полученного изображения (*Рис.10*). Картина получена как проекция всевозможных векторов поляризации на базисную плоскость (001) .

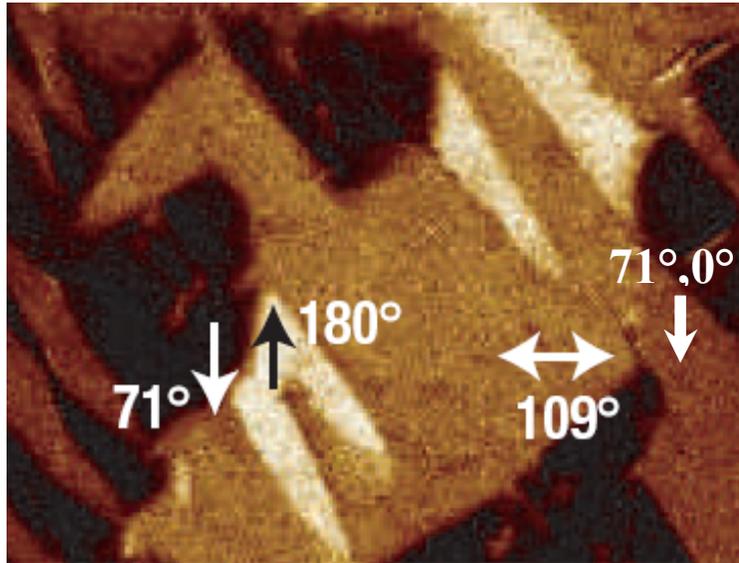


Рис. 10. Интерпретация типов сегнетоэлектрических доменов: проекции векторов поляризации на плоскость (001)

Экспериментаторы получили данную картину не сразу, а после переключения z -компоненты поляризации электрическим полем, направленным вдоль оси z (желтая стрелка на *Рис.10*). Изначально же было получено изображение в базисной плоскости (001) для z -компоненты поляризации с фиксированным направлением и для компонент поляризации, лежащих в плоскости, у которых было лишь только известно параллельность или перпендикулярность направлению $\langle 110 \rangle$. Далее переключением z -компоненты поляризации электрическим полем получено цветное изображения z -компоненты на все той же плоской области доменов. «Цифровым вычитанием» этого изображения z -компоненты из изображения компонент, лежащих в плоскости удастся получить *Рис.10*. Тем самым сразу удастся разграничить направления, составляющие 71° и 109° с направлением $[111]$. Для того, чтобы совсем конкретно получить изображения восьми типов доменов следует произвести последовательно переключение оставшихся 2 компонент поляризации на направления электрического поля $E_{\text{exp}}(1,-1,0)$ и $E_{\text{exp}}(1,1,0)$,

записав соответствующие изображения. После чего их следует обработать: «вычитать» одно из другого. Например, при переключении компонент поляризации на направление поля $E_{exp}(1,-1,0)$, имея картину типа *Рис.10* получаем новую. Обработывая обе картины, уже практически видим реальную доменную структуру (*Рис.11*):

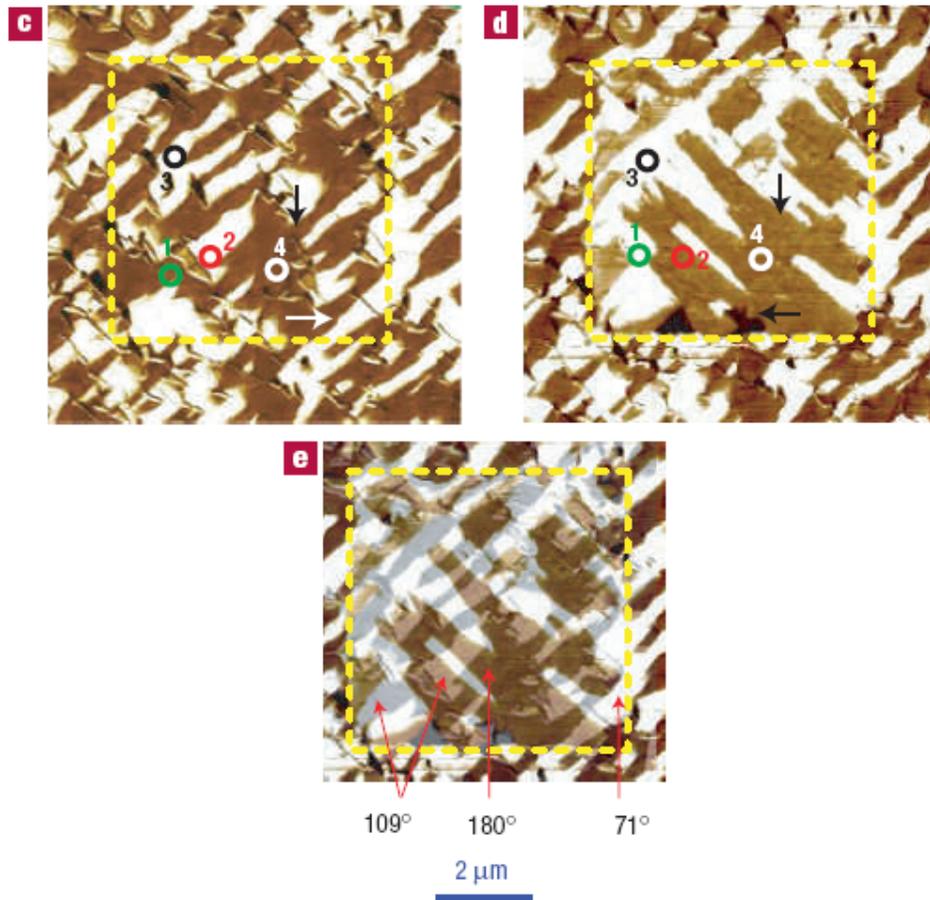


Рис.11. Сопоставление 2 изображений для выявления доменов.

Для наглядности на *Рис.11* картина d) наложена на картину c) с эффектом прозрачности, и уже здесь практически видно 8 типов доменов, имеющих разные цвета и оттенки. Правда, здесь еще совпадают по цвету «чистый белый» (без примеси серого) разные домены, соответствующие переключению на 180° и 71° (все равно без 3 измерений не обойтись).

Аналогичным методом исследовался поворот антиферромагнитного вектора, но для определения его ориентации (определения антиферромагнитных доменов)

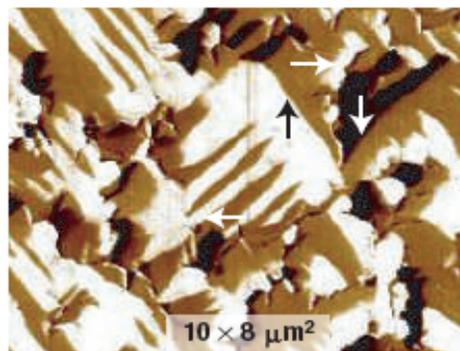
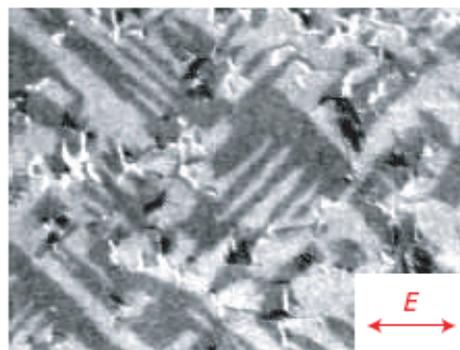
применялась фотоэлектронная эмиссионная микроскопия (PEEM), основанная на линейном дихроизме рентгеновских лучей (называется в англоязычной литературе XLD). Методика измерений и интерпретация изображений описана в [38], [39]. Для данной же работы важно доказательство того, что в тонких пленках феррита висмута сегнетоэлектрический домен полностью совпадает с антиферромагнитным (*Рис.12*), в то время как в объемном веществе один сегнетоэлектрический домен может содержать несколько антиферромагнитных [28].

Авторы [28] обосновали такое однозначное соответствие АФМ-вектора вектору поляризации в тонких пленках наличием в них моноклинного искажения кристаллического параметра мультиферроика, вызванного рассогласованием с кристаллическим параметром подложки. Далее авторы утверждали, что учли моноклинное искажение в виде дополнительной энергии моноклинной анизотропии и сделали численные оценки для направления вектора АФМ в домене. Они утверждали, что вектор антиферромагнетизма должен совпадать с направлением [1-10] (диагональ квадрата грани), в то время, как вектор поляризации направлен вдоль [111]. Тем не менее поиск теоретических работ по данной тематике не привел к существенным результатам. Также в [28]

сообщалось, что экспериментальное определение точного направления вектора АФМ, исходя из верхнего изображения на *Рис.12* и имевшейся на тот момент экспериментальной техники, затруднительно. Сообщалось на конец 2006 года, что установка для точного определения вектора АФМ находится в разработке. Только в 2008 году вышла работа [42], в которой данная проблема решена, исходя из наблюдения вектора слабого ферромагнетизма при помощи напыления сверху магнитной пленки. Данная работа также изложена на конференции [48]

Итак, перспективность тонких пленок феррита висмута неоспорима: все виды магнитных и электрических доменов совпадают, переключение вектора поляризации на 8 возможных направлений в сегнетоэлектрическом домене электрическим полем влечет за

Рис.12 Антиферромагнитные домены (сверху) совпадают с сегнетоэлектрическими (снизу)



собой переключение вектора АФМ (косвенное МЭ взаимодействие). Это означает возможность записи в домен до 3 бит информации.

Помимо использования мультиферроиков с косвенным МЭ эффектом в качестве МЭ элемента памяти, не менее перспективными выглядят вещества, обладающие неоднородным МЭ эффектом. Как отмечено в п.3.3.2, в них при определенном «вихревом» пространственном распределении намагниченности могут создаваться электрические заряды, пространственным положением которых, а, следовательно, и положением намагниченности, можно управлять электрическим полем. Рассмотрим класс веществ, обладающих таким эффектом, относительно простой группы симметрии, что позволит дать точное теоретическое описание эффекту, а также упростит условия эксперимента по его обнаружению.

4.3 Пленки ферритов гранатов

Ферриты – химические соединения окиси железа Fe_2O_3 с окислами других металлов. У многих ферритов сочетаются высокая намагниченность и полупроводниковые или диэлектрические свойства, благодаря чему они получили широкое применение как магнитные материалы в радиотехнике, радиоэлектронике, вычислительной технике. Ферриты-гранаты редкоземельных элементов R^{3+} (Gd^{3+} , Tb^{3+} , Dy^{3+} , Ho^{3+} , Er^{3+} , Sm^{3+} , Eu^{3+}) и иттрия Y^{3+} имеют кубическую структуру граната с общей формулой $R_3Fe_5O_{12}$. Элементарная ячейка ферритов-гранатов содержит 8 молекул $R_3Fe_5O_{12}$.

Тонкие (эпитаксиальные) пленки ферритов-гранатов являются удобным объектом для исследования особенностей микромагнетизма в магнитоэлектриках из-за возможности магнитооптического наблюдения микромагнитных структур и наличия МЭ эффекта, на порядок превышающего таковой в классическом магнитоэлектрике Cr_2O_3 [43].

Симметрия этих веществ допускает существование классического неоднородного МЭ слагаемого (инвариант типа Лифшица) [44]:

$$F_{em}(P, M) = \gamma P [M(\nabla M) - (M\nabla)M] \quad (7)$$

где, по оценкам [46] для тонкой пленки феррита-граната $(BiLu)_3(FeGa)_5O_{12}$ толщиной 9.7 мкм, выращенной на подложке из гадолиний-галиевого граната $Gd_3Ga_5O_{12}$, величина

неоднородного магнитоэлектрического эффекта $\gamma \sim 10^{-9}$ [СГС], что на два порядка превышает аналогичную константу для феррита висмута, обуславливающую наличие пространственно модулированной спиновой структуры ($\gamma_{\text{BiFeO}} = 10^{-11}$). В [46] была показана возможность изменять положение доменных границ, прикладывая электрическое поле к доменной границе.

Несомненно, данный класс веществ заслуживает внимания, потому что управление магнитной структурой при помощи электрического поля в них не требует специальных условий, таких как создание низких температур, сверхсильных полей, подбор дорогостоящих образцов и оборудования и может быть реализовано доступными методами.

Выводы к литературному обзору и постановка задачи

За последнее время интерес к мультиферроикам-магнитоэлектрикам проявляется в большей мере из-за того, что удалось найти несколько веществ, обладающих гигантскими МЭ эффектами различной природы при нормальных условиях. При этом число работ, посвященным управлению магнитной подсистемы в мультиферроиках при помощи линейного МЭ эффекта (1) весьма мало. Даже по самым последним на сегодняшний день данным экспериментов, изложенных на конференции [48], линейный существенный МЭ эффект в феррите висмута, одном из самых перспективных для теоретика и экспериментатора мультиферроике, появляется в большом магнитном поле порядка 200 кЭ. В связи с этим исследование других двух видов МЭ эффекта: неоднородного и косвенного представляет интерес не только фундаментальный, но и практический. Доказательством этому служат описанные выше работы [28-30]. Однако, для полного понимания первой работы необходимо помимо качественного теоретического объяснения экспериментальных данных привести соответствие результатов с классической термодинамической теорией. Поиск литературы по данному направлению, охватывающему взаимодействие магнитной и механической подсистем посредством механического напряжения, вызванного моноклинным искажением кристалла, не увенчался успехом, были лишь отдельные «куски», описывающие сложный совокупный процесс. Для объяснения **косвенного МЭ эффекта** первой работы задача описания управления электрическим полем магнитной подсистемы (положением векторов магнитного порядка) разбивается на этапы, для каждого из которых необходимо провести теоретический анализ:

- Переключение спонтанной поляризации с помощью электрического поля в кубическом кристалле феррита висмута. Оценка **критических полей переключения** поляризации с разных направлений главных диагоналей куба.
- Переключение вектора антиферромагнетизма \mathbf{L} вслед за поляризацией, исходя из **конкуренции двух видов магнитной анизотропии**: типа легкая ось (ось направлена вдоль направления $\langle 111 \rangle$ куба) и моноклинной анизотропии, вызванной рассогласованием параметров подложки пленки и самого кристалла.

- Анализ величины моноклинной анизотропии в зависимости от толщины пленки. Оценка **критической толщины** пленки, при которой происходит релаксация моноклинного искажения кристалла.

Неоднородный МЭ эффект в пленках ферритов гранатов теоретически и экспериментально исследуется в лаборатории А.С. Логгинова под руководством А.П. Пятакова [44],[47]. Изначально была актуальна задача оценки распределения электрического заряда в доменных стенках. Основываясь на знаниях микромагнитной структуры доменной стенки Блоха и работе [44], А.П. Пятаков выдвинул гипотезу о существовании распределения электрического заряда на доменной линии Блоха, являющейся границей областей доменной стенки, которые имеют различное направление вращения намагниченности при переходе от одного домена к другому.

Задача заключалась в теоретическом нахождении формулы неоднородного МЭ эффекта для **поляризации** и **объемной плотности зарядов** на этой линии.

Глава 2. Теоретическое описание МЭ эффектов

1. Косвенное МЭ взаимодействие в тонких пленках феррита висмута

1.1 Переключение вектора спонтанной поляризации электрическим полем

Рассмотрим этот этап более подробно. Изначально спонтанная поляризация в доменах направлена равновероятно по указанным 8-ми направлениям вдоль главных диагоналей. Затем прикладывается электрическое поле вдоль одного конкретного направления диагонали, например [111] (вдоль с-оси). Для переключения поляризации с других направлений необходимо увеличивать электрическое поле. При этом будет происходить поворот векторов поляризации из 7-ми положений на следующие 3 угла :180°, 109°, 71° (см. *Рис.9*).

Чтобы оценить значения полей переключения необходимо также, как и в [27] применить термодинамическую теорию Ландау, выписав термодинамический потенциал. Следует уточнить, что в данной части работы служит дополнением манускрипта [27] в которой рассматривался аналогичный процесс переключения, но только магнитным полем. Поэтому обозначения слагаемых термодинамического потенциала выбраны в соответствии с этой работой:

$$\mathcal{F}(\vec{l}, \vec{P}) = -\frac{\chi_{\perp} H^2}{2} - \frac{M_s^2 P^2}{2\chi_{\perp} P_s^2} + \frac{M_s^2 (\vec{P}\vec{n})^2}{2\chi_{\perp} P_s^2} - \frac{M_s}{P_s} ([\vec{H}, \vec{P}]\vec{n}) + \frac{\chi_{\perp} (\vec{H}\vec{n})^2}{2} + E_A(\vec{n}) + E_{el}(\vec{P}), \quad (6)$$

В нашем случае магнитное поле равно нулю $H=0$, и при переключении спонтанной поляризации с координатами в сферической системе координат $\mathbf{P}(P_{sp}, \psi, \varphi)$ поляризации интерес будет представлять электрическое слагаемое термодинамического потенциала:

$$E_{el} = a_1 (P_1^2 P_2^2 + P_1^2 P_3^2 + P_2^2 P_3^2) + a_2 P_1^2 P_2^2 P_3^2 - \vec{P}\vec{E} \quad (7)$$

Здесь P_i – это компоненты вектора электрической поляризации \vec{E} -- внешнее электрическое поле.

Подтверждая вышесказанное, при $E=0$ получаем, что 8 доменов равноправны, о чем свидетельствует распределение электрического слагаемого термодинамического потенциала $E_{el}(\psi, \varphi)$ в зависимости от полярного и азимутального углов ψ, φ поляризации в сферической системе координат, полярная ось которой совпадает с осью Z , а азимутальная с осью X (Рис.9) :

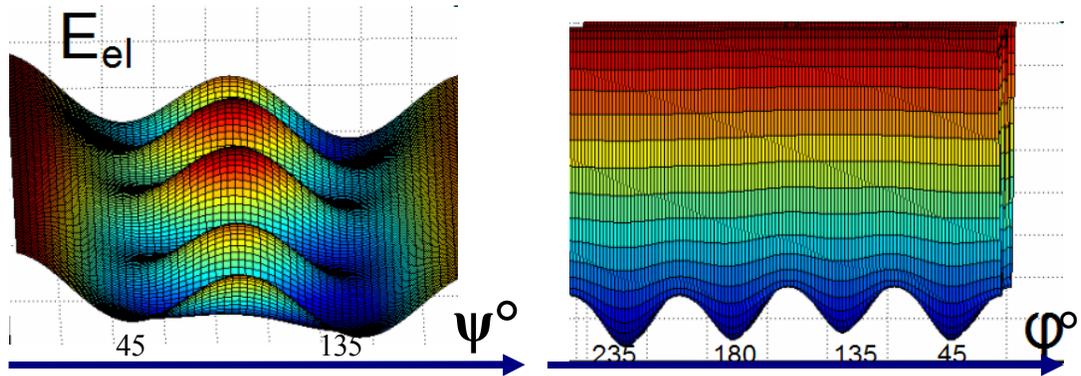


Рис.13.Равноправие 8-ми доменов в термодинамическом потенциале при электрическом поле $E=0$.

Теперь будем прикладывать электрическое поле вдоль главной диагонали квадрата [111] и наблюдать процесс переориентации векторов поляризации из направлений других главных диагоналей. Для описания такого процесса необходимо решить нелинейную систему уравнений $\partial E_{el}/\partial \varphi=0$ и $\partial E_{el}/\partial \psi=0$, которая в декартовых координатах соответствует задаче на отыскание условного экстремума (минимума) с условием $P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = P_{sp}^2$ и гораздо сложнее, чем эта же задача в сферических координатах.

Изначально, для численного решения, необходимо оценить нормировочное значение (порядок, масштаб) относительно параметров электрического термина a_1 и a_2 спонтанной поляризации и критического электрического поля E_c , при котором происходит переключение поляризации. Задача осложняется еще и тем, что мы не знаем значения параметров электрического термина a_1 и a_2 . Известно лишь из работы [36], что для

однодоменного вещества с направлением поляризации только вдоль оси [111] характер переключения носит гистерезисный характер. Это обстоятельство для данного случая позволяет заменить условие экстремума $P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = P_{sp}^2$ гораздо более простым: $P_1^2 = P_2^2 = P_3^2 = P_{sp}^2/3 \sim P_{sp}^2$, $E_c^2 = 3E_1^2$. Поэтому из условия минимума термодинамического потенциала получим уравнение электрического гистерезиса:

$$2P_1[a_1 2P_1^2 + a_2 P_1^4] = E_1 \quad (9)$$

Это уравнение описывает петлю гистерезиса, изображенную на *Рис.14*. Поле переключения (критическое поле E_c) находится из условия $\partial E_1 / \partial P_1 = 0$ и соответствует спонтанному значению поляризации P_s , откуда получаем, что

$$E_c \sim P_s^5 \cdot a_2 \quad (10)$$

Само значение спонтанной поляризации равно:

$$P_1 = P_s = \sqrt{\frac{6a_1}{5a_2}} \quad (11)$$

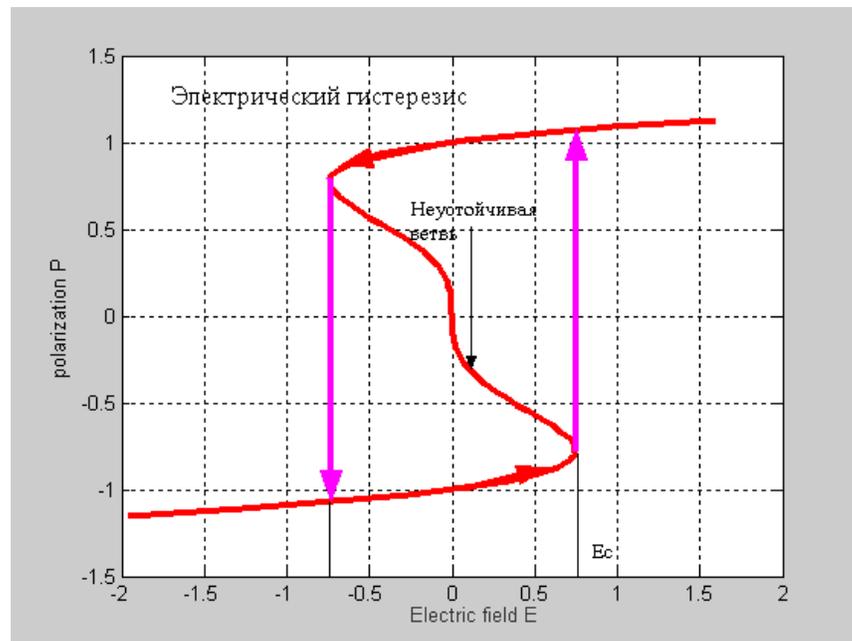


Рис.14. Петля электрического гистерезиса в однодоменном случае переключения поляризации на 180° . Единица по оси абсцисс выражается формулой (10), единица по оси ординат выражается формулой (11)

Выражения (10) и (11) позволяют абстрагироваться от реальных значений констант a_1 и a_2 , т.к. возможно вынесение общего множителя $\frac{a_1^3}{a_2^2}$ у электрического терма. Оставшаяся функция-множитель $e_{el}(\varphi, \psi, n)$ этого терма будет зависеть лишь от полярных координат и относительного значения n электрического поля в единицах (11). Численно решая задачу о локальном минимуме $e_{el}(\varphi, \psi, n)$ получим следующее решение для критических полей переключения (Puc15)

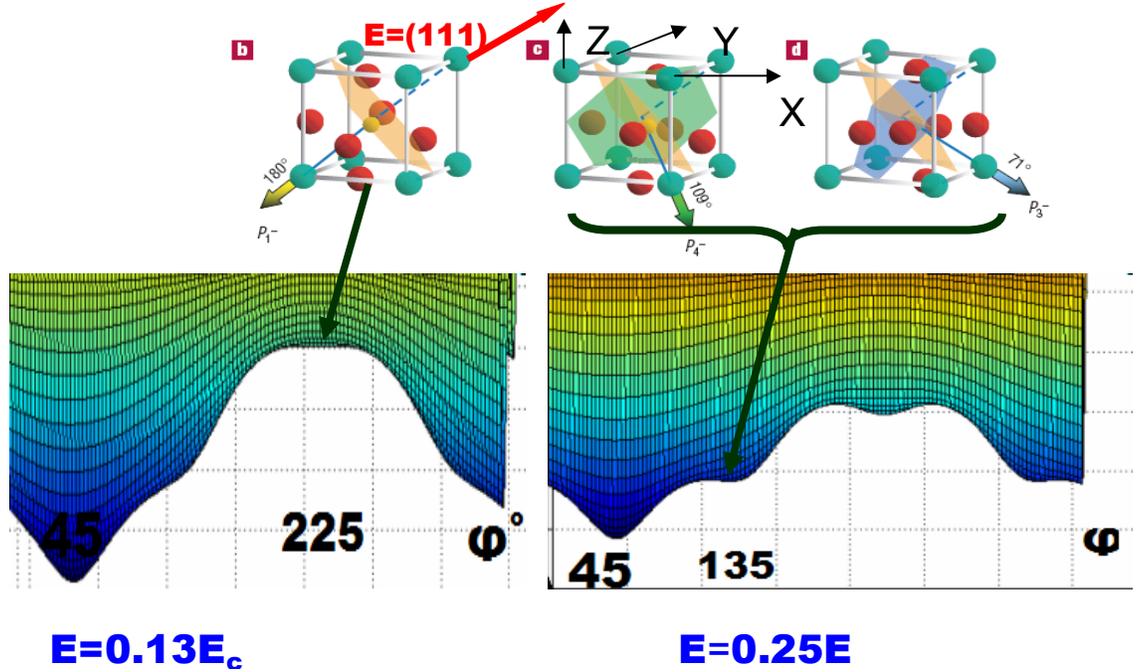


Рис. 15. Исчезновение минимумов термодинамического потенциала при приложении электрического поля вдоль диагонали [111].

Видно, что поворот векторов поляризации, составляющих углы 109° и 71° с главной диагональю, происходит при значении электрического поля $E_{109^\circ, 71^\circ} = 0.13E_c$, поворот вектора поляризации, составляющего угол 180° , происходит при значении электрического поля $E_{180^\circ} = 0.25E_c$.

Исходя из данных работы [36] $P_s = 0.6 \text{ C/m}^2$, $E_{180^\circ} = 50 \cdot 10^6 \text{ V/m} = 50 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ оценим значение поля переключения поляризации с направлений, составляющих углы 109° и 71° с главной диагональю (111): $E_{109^\circ, 71^\circ} = 26 \cdot 10^6 \text{ V/m} = 26 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$. Также по (10) и (11) оценим значения констант a_1 и a_2 в единицах СГС материала BiFeO_3 :

$$\begin{aligned} a_2 &= 0.96 \cdot 10^{46} \text{ (эрг)}^{-2} \\ a_1 &= -0.25 \cdot 10^{32} \text{ (эрг)}^{-1} \end{aligned} \tag{12}$$

1.2 Связь магнитной подсистемы с электрической через моноклинную анизотропию

После переключения поляризации, что сопровождается фазовым переходом первого рода, происходит переориентация легкой оси магнитной анизотропии на направление [111]. Однако, из-за моноклинного искажения кристаллической решетки на эту анизотропию будет накладываться моноклинная анизотропия. Она вызвана тем, что пленка феррита висмута обычно выращивается на различных подложках, параметр кристаллической решетки которых не совпадает с кристаллической решеткой мультиферроика, поэтому имеет место рассогласование кристаллических параметров подложки и материала.

В работе [29] также рассматривалась модель термодинамического потенциала для тонких пленок (001) кубического мультиферроика (BiFeO_3) вида:

$$\tilde{F}(P, M, T) = F(P, M, T) + \epsilon_1 \sigma_1 + \epsilon_2 \sigma_2, \quad (13)$$

$$\text{где } \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_m = \frac{a_s - a_0}{a_s} \quad (14)$$

-- это деформация пленки в плоскости подложки из-за несовпадения параметров решетки подложки и самого вещества, σ_i —компоненты механического напряжения в плоскости пленки. Сам же термодинамический потенциал $F(P, M, T)$ уже рассмотрен во введении и записан в виде (2).

Очевидно, что дополнительный вклад (2) энергии деформации будет постепенно уменьшаться при увеличении толщины пленки. В [29] дана следующая линейная плотность релаксации деформации в зависимости от толщины пленки:

$$\rho = \frac{\epsilon_m}{a_0} \left(1 - \frac{h_p}{h} \right) \quad (15)$$

С помощью этой плотности можно ввести эффективный параметр решетки \tilde{a}_s , характерный для конкретной толщины пленки h (эффективное значение параметра «виртуальной» подложки на расстоянии h от реальной изображено на *Рис.16*). Для этого параметра получается выражение [29]:

$$\tilde{a}_s = \frac{a_s}{\rho a_s + 1} \quad (16)$$

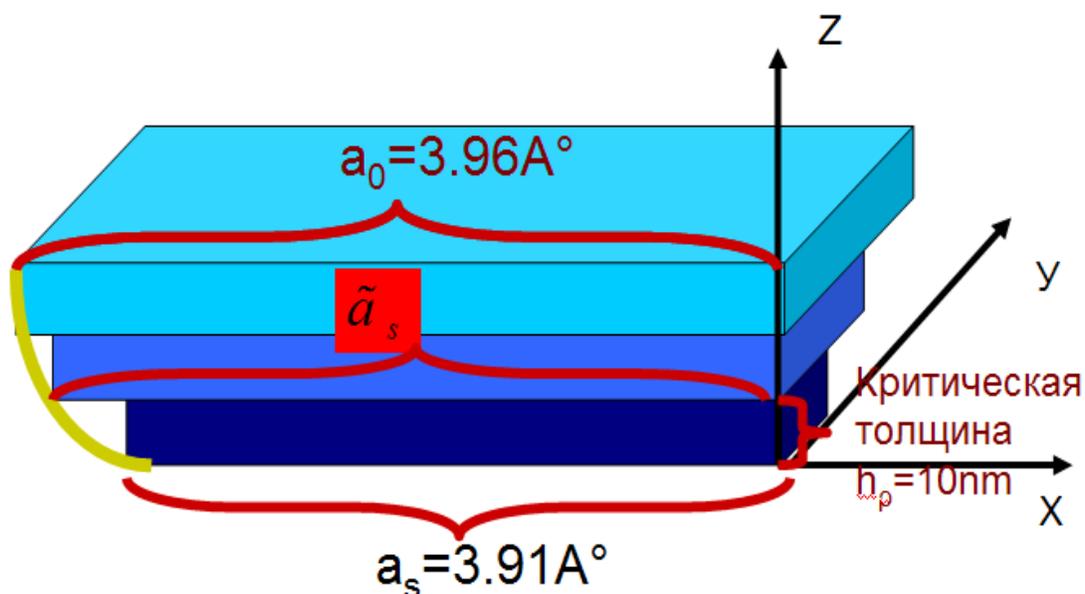


Рис.16. Иллюстрация моноклинного искажения кубической кристаллической решетки, вызванной деформацией в плоскости подложки.

Функции ρ и \tilde{a}_s являются функциями трех переменных: параметра решетки подложки a_s , параметра решетки образца ViFeO_3 и толщины пленки h .

Для тонкой пленки ViFeO_3 , выращенной на подложке SrTiO_3 , из [29] имеем следующие параметры для пленки: $a_0=3.96 \text{ \AA}$ $a_s=3.91 \text{ \AA}$. Критическая толщина $h_p=10 \text{ nm}$. Тогда можно построить график зависимости ρ и \tilde{a}_s от толщины пленки h (Рис.17):

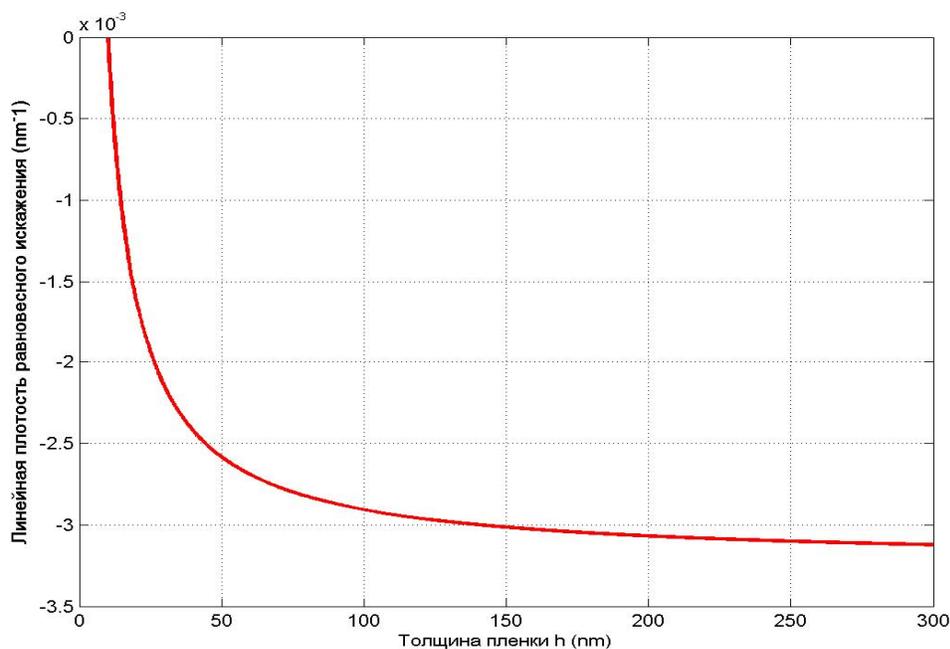


Рис17. Зависимость линейной плотности искажения от толщины пленки феррита висмута.

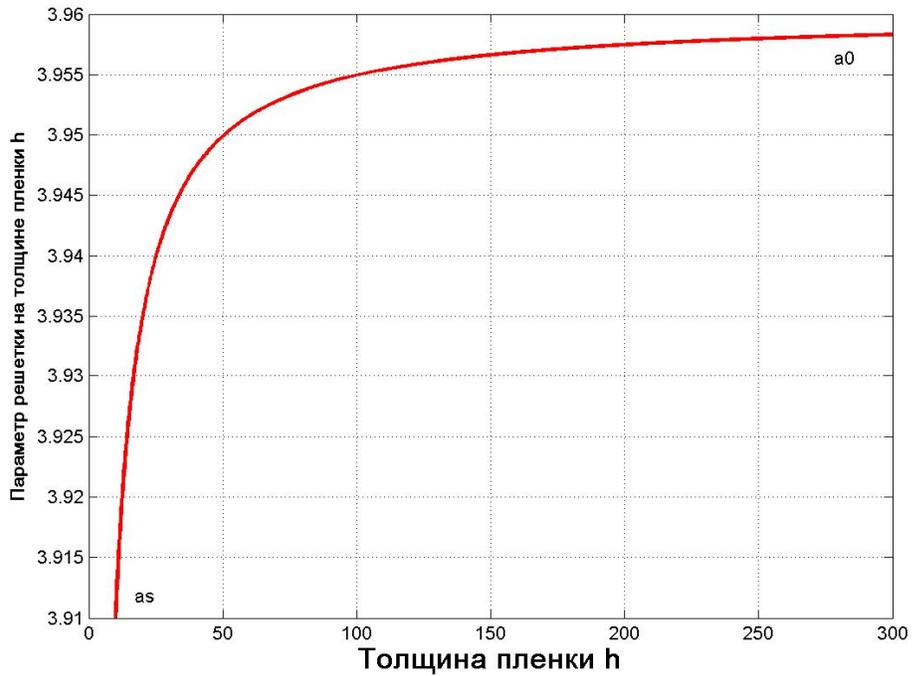


Рис.18. Зависимость параметра кристаллической решетки от толщины пленки.

Если в формулы (2), (13), (14) подставить эффективное значение для деформации $\epsilon_m(h)$ на расстоянии h от основания подложки:

$$\epsilon_m = \frac{\tilde{a}_s(T) - a_0(T)}{\tilde{a}_s(T)}. \quad (17)$$

,то можно получить, например, зависимость спонтанной поляризации от толщины пленки, что отчасти может объяснить расхождения в значении спонтанной поляризации, полученной из [29] и [27] решив уравнение $\frac{\partial \tilde{F}}{\partial P} = 0$ в [29] получена зависимость спонтанной поляризации от толщины пленки:

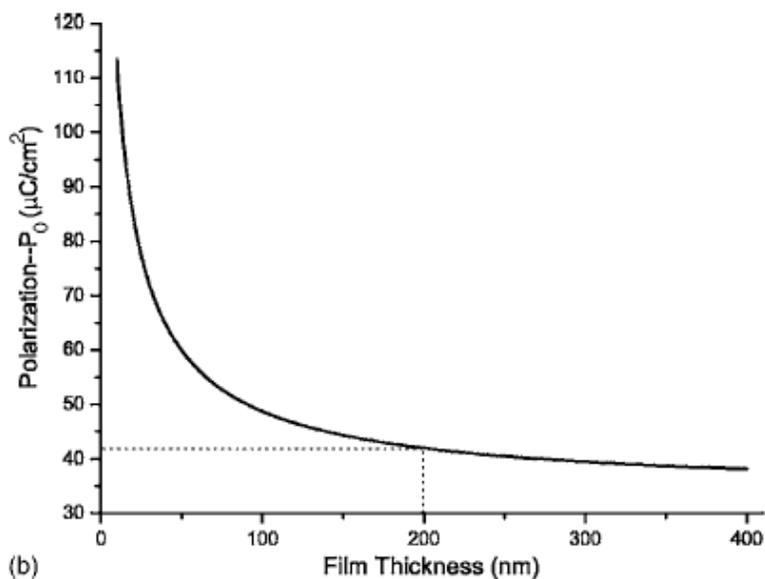


Рис.11. Зависимость спонтанной поляризации от толщины пленки.

В работе [30] рассмотрен случай ориентации пленки BiFeO_3 (001)_c с параметрами $[100]_c^{\text{BiFeO}} \parallel [100]_c^{\text{substrate}}$. Используя термодинамическую теорию были получены следующие результаты для компонент поляризации в зависимости от деформации сжатия в плоскости пленки (ветви парабол на Рис.12, которые можно линейно аппроксимировать):

$$\frac{\partial P_3}{\partial \varepsilon} = -7.5 \text{ C} / \text{m}^2 \quad (18)$$

$$\frac{\partial P_{1,2}}{\partial \varepsilon} = 3.75 \text{ C} / \text{m}^2 \quad (19)$$

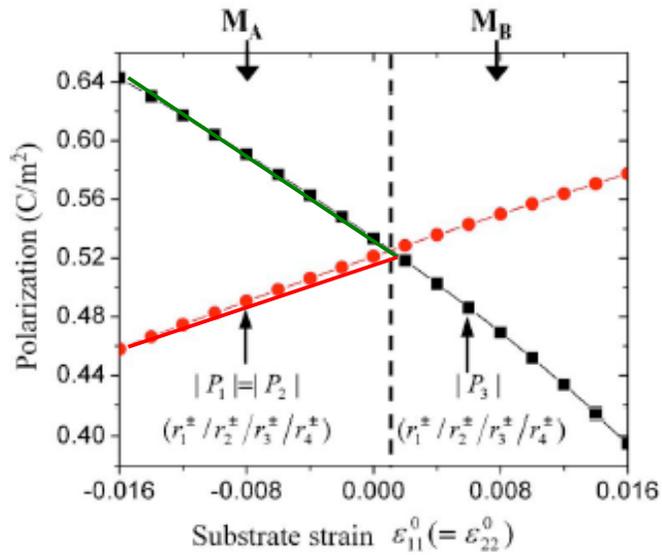


Рис12. Зависимость компонент поляризации от деформация подложки.

В нашем случае актуальна левая часть графика (сжатие).

Построим зависимость (17) деформации пленки в зависимости от толщины, изображенную на Рис13:

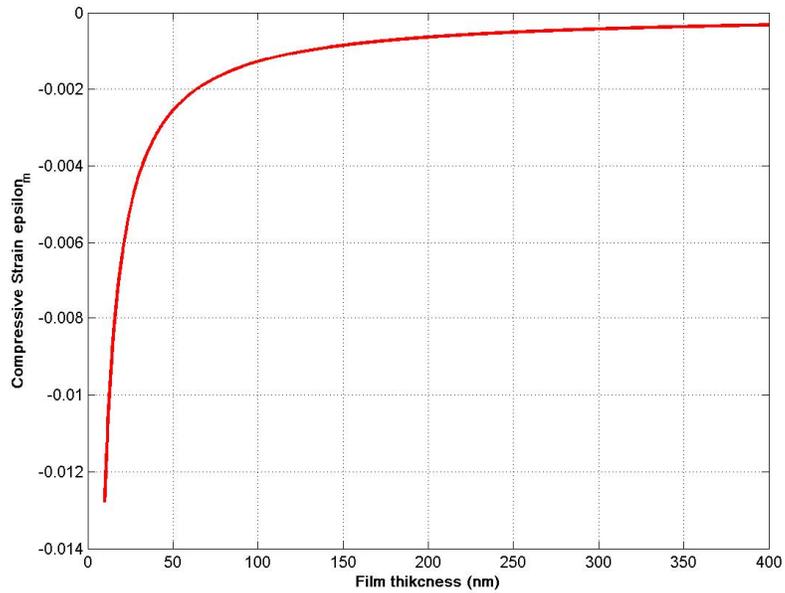


Рис13. Зависимость деформации пленки в зависимости от толщины пленки.

Видно, что у основания пленки на подложке напряжение $\epsilon_m \sim 0.014$, затем происходит быстрая релаксация натяжения и для толщины пленки $h \sim 200 \text{ nm}$ $\epsilon_m \sim 0.001$.

Тогда, используя построенную зависимость (18) и производные компонент поляризации по деформации (19) и (20), для зависимости компонент поляризации P_i от толщины будем иметь:

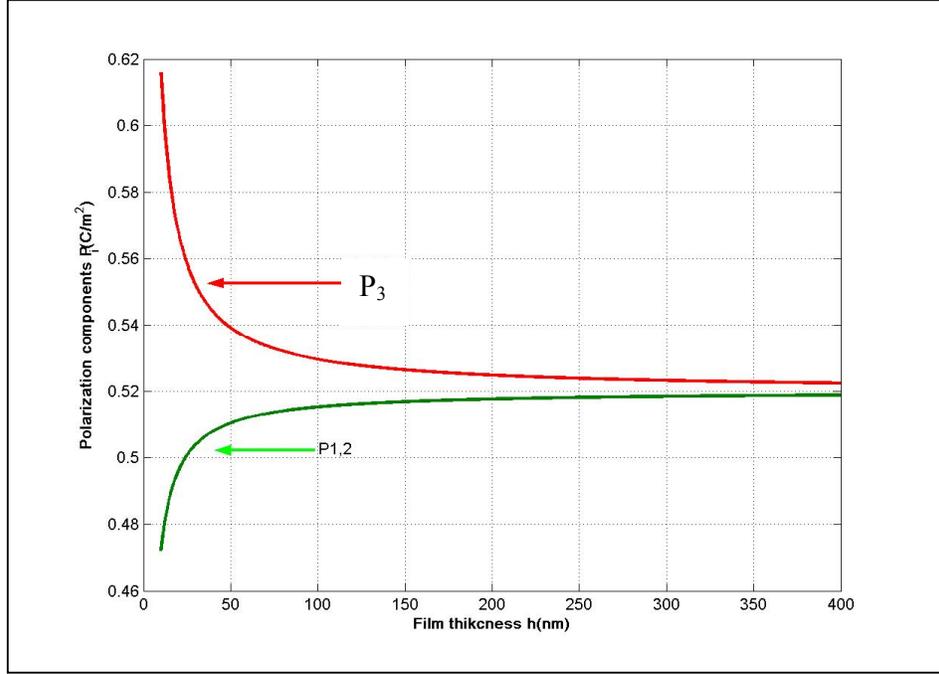


Рис14. Зависимость компонент поляризации $P_{1,2}$ и P_3 от толщины пленки.

Таким образом, у основания подложки моноклинное искажение пленки (сжатие) приводит к тому, что спонтанная поляризация P_0 направлена не точно вдоль диагоналей $\langle 111 \rangle$, а имеют тенденцию к некоторому отклонению от главной диагонали к оси Z [001]. Это была описана связь электрической подсистемы с механическим моноклинным искажением в тонких пленках для доказательства того, что для толщин пленок, больших, чем 10 нм, вектор поляризации отклоняется от направления [111] к полярной оси Z на угол, не превышающий 8° , в то время как само значение спонтанной поляризации может варьироваться от $40 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ до $100 \mu\text{C}/\text{cm}^2$.

Совсем по-другому ведет себя магнитная подсистема. Моноклинное искажение (15), (16) приводит к наличию так называемой моноклинной анизотропии [31]. Полная энергия анизотропии (9) складывается из энергии магнитной анизотропии и моноклинной.

$$E_A = -\left(K_1 - \frac{M_s^2}{4\chi_s} P^2\right) \cos^2 \theta + K_2 \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \quad (21)$$

Константа K_{eff} соответствует магнитной анизотропии, которая стремится повернуть вектор АФМ вдоль главной диагонали (анизотропия типа легкая плоскость), константа K_2 соответствует моноклинной анизотропии. Из-за конкуренции этих двух видов анизотропии вектор антиферромагнетизма \mathbf{l} лежит не вдоль главной диагонали куба, а направлен под некоторым углом Θ к главной диагонали (Рис.15).

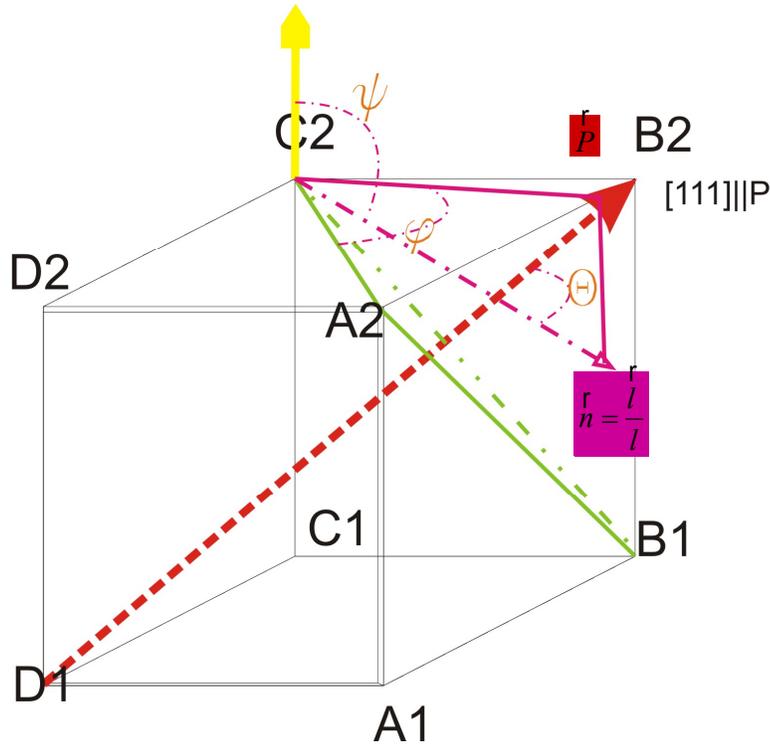


Рис.15. Взаимная ориентация векторов поляризации \mathbf{P} и антиферромагнетизма \mathbf{l} .

Интересен вопрос об ориентации единичного вектора антиферромагнетизма в зависимости от константы моноклинной анизотропии K_2 . Эта задача приводит к минимизации энергии анизотропии по двум углам φ и ψ – координатам единичного вектора антиферромагнетизма в сферической системе координат:

$$E_A = -K_{\text{eff}} \frac{\left(\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \sin\psi + \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \sin\psi + \cos\psi \right)^2}{3} + K_2 \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_A}{\partial \psi} &= 0 \\ \frac{\partial E_A}{\partial \varphi} &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Численное решение (23) в пакете Maple даст зависимость углов ϕ и ψ от нормированной константы моноклинной анизотропии $K_2 / (10^6 \text{erg/cm}^3)$ (черные точки на рис.16).

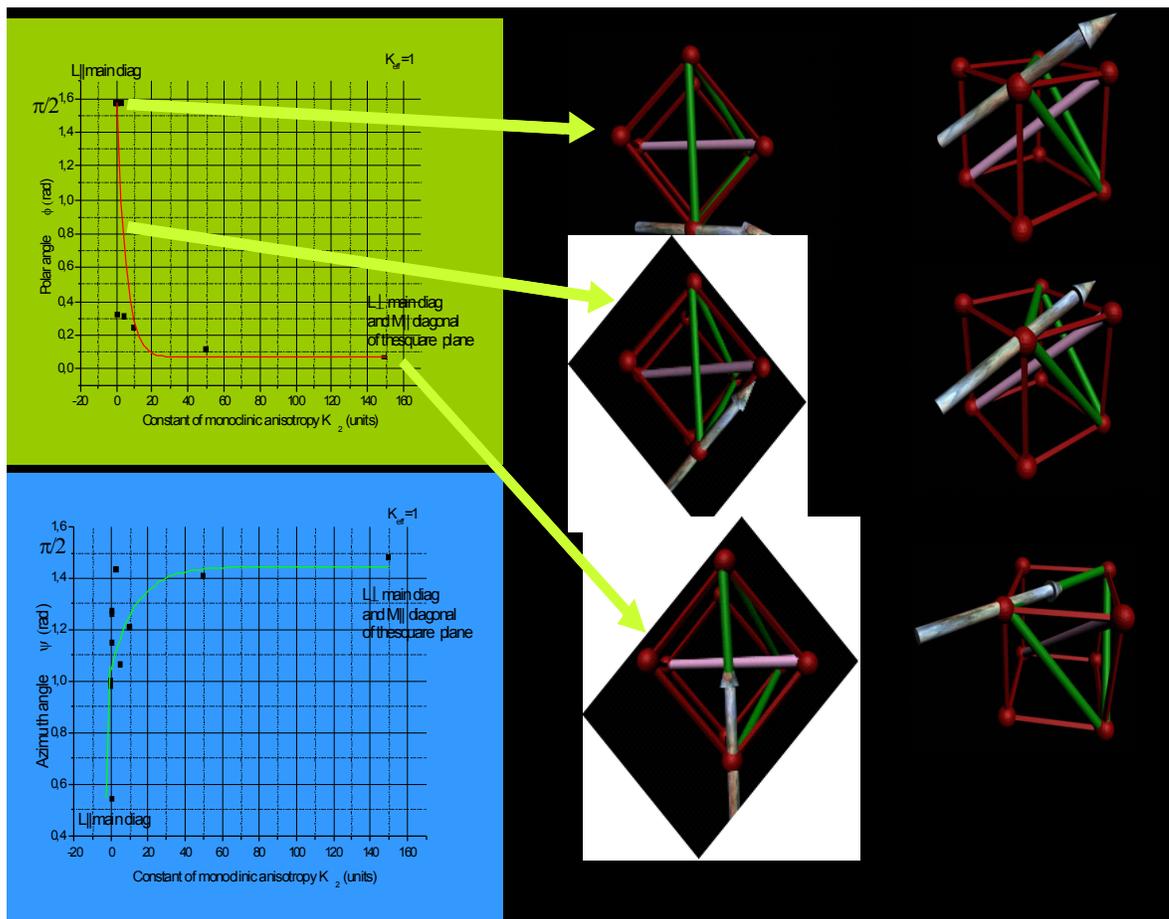


Рис.16 Поворот вектора АФМ в зависимости от константы моноклинной анизотропии K_2

Видно, что при достаточно большой моноклинной анизотропии $K_2=20 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3$ вектор АФМ совпадает с диагональю верхнего квадрата (на Рис.15. изображена зеленым). Зная модуль Юнга для феррита висмута, можем найти напряжения вдоль осей x и y :

$$E = 10^{11} \text{ Pa} \quad (24)$$

$$\sigma = E\varepsilon = 10^{11} 10^{-2} = 10^9 \text{ Pa}$$

Из классического учебника по магнетизму [32] известно, что константа магнитной анизотропии выражается через напряжение пленки σ и константу магнитострикции. Тогда энергия моноклинной анизотропии будет иметь вид

$$E_{monoclin}^a = \frac{3}{2} \lambda \sigma \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \quad (25)$$

А константа моноклинной анизотропии у основания подложки ($h=0$):

$$K_2 = \frac{3}{2} \lambda \sigma (h) = \frac{3}{2} E \lambda \varepsilon (h) = 1.5 * 10^8 \text{ erg / cm}^3 \quad (26)$$

Зависимость константы моноклинной анизотропии от толщины пленки при ведена на Рис.17:

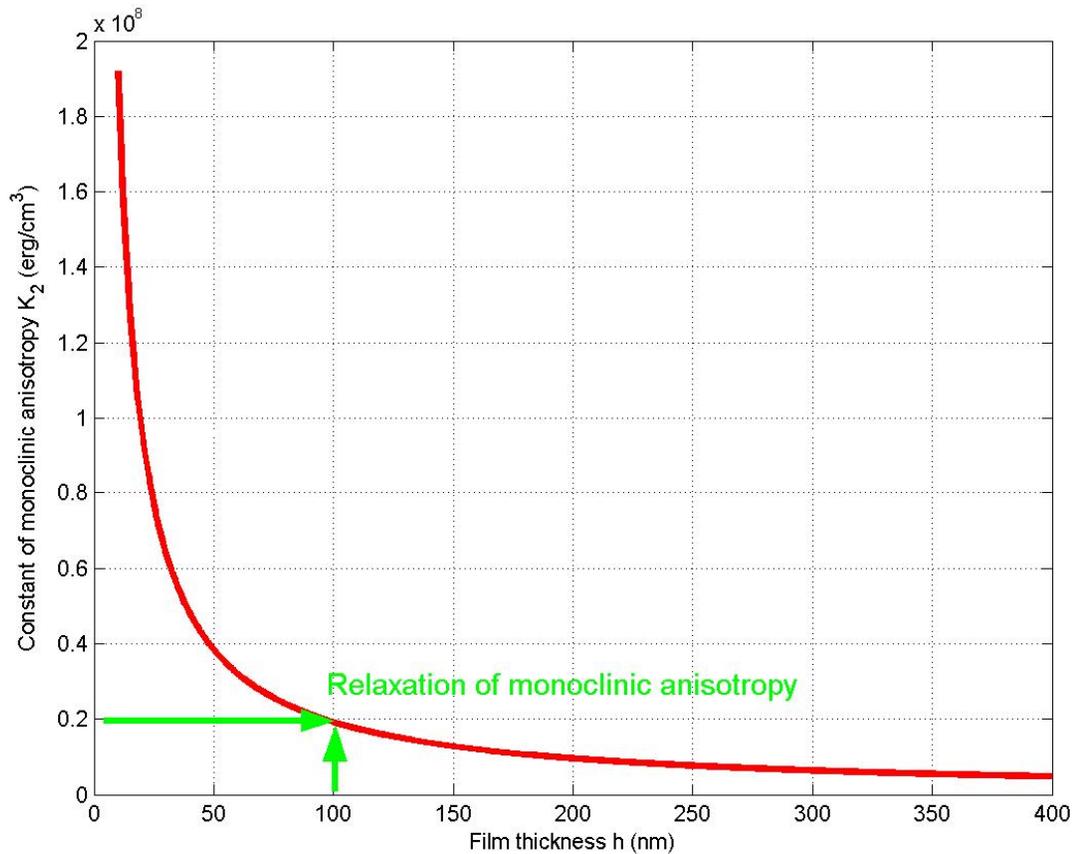


Рис.17. Зависимость константы моноклинной анизотропии от толщины пленки.

Таким образом, видно, что существует критическое значение толщины пленок. Для пленок с толщиной меньше критической вектор антиферромагнетизма лежит в плоскости пленки и параллелен диагонали квадрата грани кубической кристаллической решетки. Если же толщина пленки превышает критическую, то вектор АФМ достаточно быстро с толщиной поворачивается по направлению [111] главной диагонали кристалла. Данные исследования являются дополнением к работе [27] и докладывались на конференциях [35], [34].

2. Взаимосвязь микромагнитной структуры с распределением поляризации, плотность связанных электрических зарядов на линии Блоха

Как было отмечено во введении в п.п. 3.3.2, мультиферроик, обладающий вихревым распределением намагниченности, может содержать в сердцевине вихря какое-либо распределение электрического заряда, если группа симметрии этого вещества позволяет существование инварианта типа Лифшица (7). Пленки ферритов гранатов обладают соответствующим МЭ термом, а также рядом других преимуществ (п.п. 4.3.). Но для эффекта термо еще не достаточно. Необходимо также указать область в веществе, где данный эффект может проявиться. По предположению А.П. Пятакова такой областью в пленках ферритах гранатов является линия Блоха, т.к. она имеет вихревое распределение вектора намагниченности.

Вертикальная линия Блоха (ВБЛ) представляет собой область в доменной стенке Блоха, где состыковываются две области одной и той же стенки Блоха, но с разными направлениями поворота намагниченности (условно по и против часовой стрелки *Рис.18*).

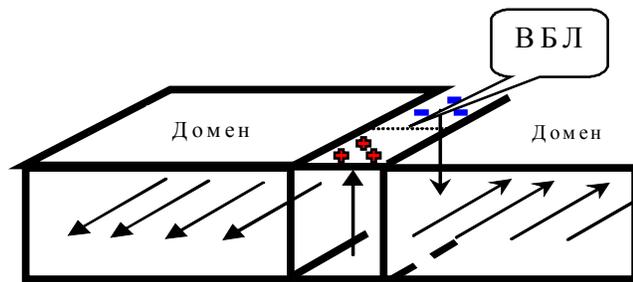


Рис.18 Доменная стенка Блоха, содержащая вертикальную линию Блоха

Для теоретического описания распределения зарядов рассмотрим распределение намагниченности в доменной стенке (сферических координат) и, в частности, на ВБЛ (*Рис.19*):

$$\varphi = 2 \arctg \exp\left(\frac{x}{\Lambda_0}\right) \quad (27a)$$

$$\theta = 2 \arctg \exp\left(\frac{y}{\Delta_0}\right) \quad (27b)$$

где Δ_0 — это ширина доменной стенки Блоха, Λ_0 —ширина линии Блоха. (типичные значения для ферритов гранатов $\Delta_0=50$ nm, $\Lambda_0=100$ nm), θ и φ -- полярный и азимутальный

углы соответственно (на рис. 19 а) e_3 —полярная ось, азимутальный угол отсчитывается от оси e_2)

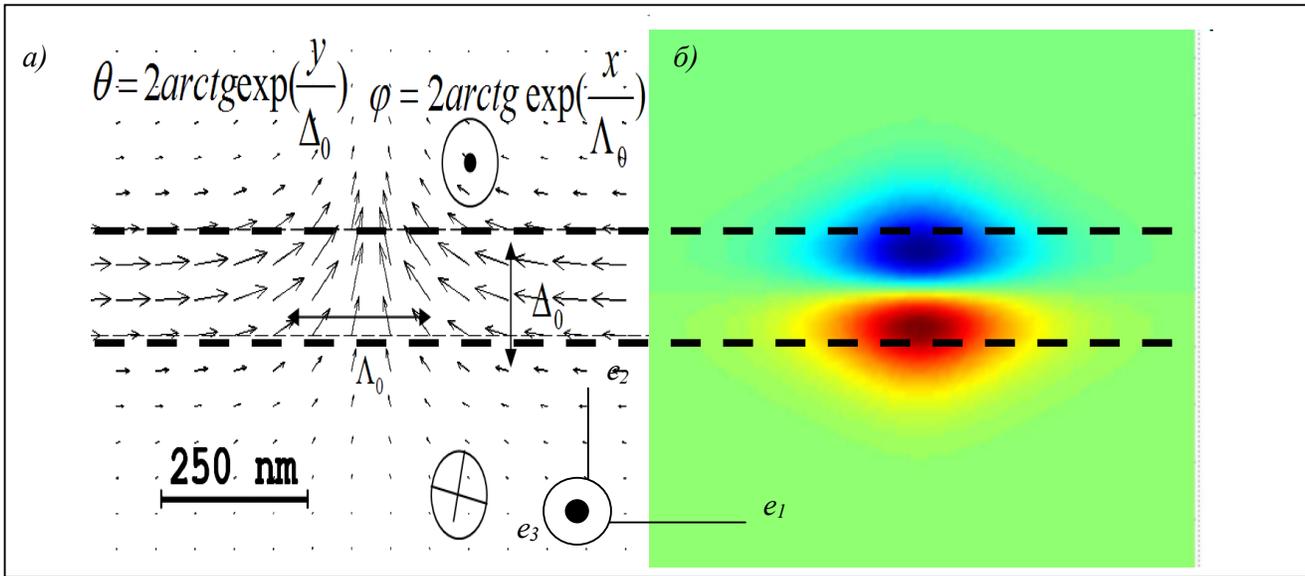


Рис. 19 а) Доменная стенка с ВБЛ. Вид сверху в масштабе. Отличие от Рис. 18 только вертикальным положением намагниченности. б) Дипольное распределение электрического заряда в ВБЛ в том же масштабе.

Можно показать, используя (7) и принимая во внимания угловые распределения координат (27а) и (27б) для вектора намагниченности, что вектор поляризации на ВБЛ задается формулой:

$$\vec{P} = \gamma \chi_e M^2 \sin \theta \sin \varphi \left\{ \sin \theta \frac{\vec{e}_2}{\Lambda_0} + \vec{e}_3 \left(\frac{\sin \varphi \cos \theta}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Delta_0} \right) \right\} \quad (28)$$

где γ, χ_e, M – магнитоэлектрический неоднородный коэффициент, электрическая восприимчивость и спонтанная намагниченность соответственно. Используя формулу электродинамики для плотности связанных электрических зарядов,

$$\rho_{связ} = -div \vec{P} \quad (29)$$

получим распределение связанных зарядов на линии Блоха :

$$\rho_{bound} = -\frac{\gamma \chi_e M^2}{\Lambda_0 \Delta_0} \sin 2\theta \sin \varphi \quad (30)$$

Это распределение в масштабе изображено на *Рис.19 б*). Для полного представления в пространстве этого распределения, а также для доказательства наличия z-компоненты у поляризации удобно изобразить данное распределение в косоугольной проекции на *Рис.20*:

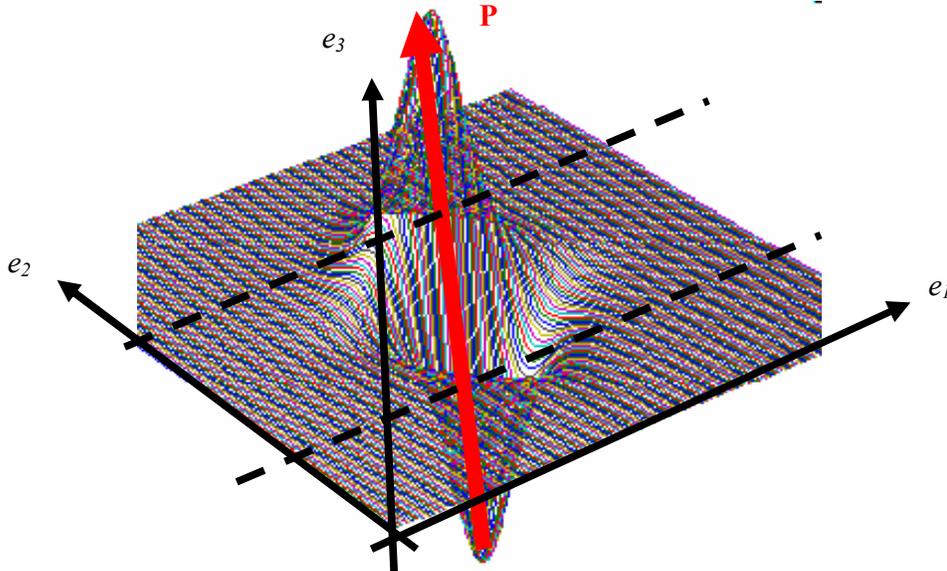


Рис. 20 Распределение зарядов и элетрической поляризации в области ВБЛ. Косоугольная проекция изображения

Результаты (28) и (30) означают возможность управления доменными границами ферритов гранатов с помощью электрического поля и вошли в работу [47], где для сравнения с данным эффектом был описан эффект управления с помощью электрического поля пространственно модулированной спиновой структурой в феррите висмута, также имеющий неоднородное происхождение, аналогично е (7).

Выводы

- В работе на основании современных статей и литературы приведена общая классификация магнитоэлектрических эффектов, возможных в мультиферроиках.
- Каждый эффект рассмотрен в контексте спинтроники: показана теоретическая возможность управления магнитным параметром порядком мультиферроика с помощью электрического, на основании чего возможно осуществлять запись и чтение информации в домен с помощью электрического напряжения.
- Для перспективных с практической точки зрения материалов мультиферроиков рассмотрены механизмы магнитоэлектрического неоднородного (в пленках ферритов гранатов) и косвенного (в пленках феррита висмута) взаимодействия. Именно данные механизмы на сегодняшний день позволяют говорить о реальном практическом управлении магнитной подсистемы с помощью электрической.
- Для косвенного магнитоэлектрического взаимодействия в эпитаксиальных пленках феррита висмута оценены параметры эффекта:
 1. Электрические поля переключения поляризации с различных направлений главных диагоналей кубического кристалла. Из восьми возможных направлений поляризации в кубическом кристалле можно выделить только три типа переключения вектора поляризации, сопровождающиеся поворотом на 72° , 108° и 180° . Соответствующие поля переключения равны $E_{109^\circ, 71^\circ} = 26 \cdot 10^6 \text{ V/m} = 26 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ $E_{180^\circ} = 50 \cdot 10^6 \text{ V/m} = 50 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$
 2. Критическая толщина пленки $h_{\text{crit}} = 100 \text{ nm}$, при которой наблюдается вклад энергии моноклинной анизотропии, сравнимый с энергией магнитной анизотропии. Благодаря этому, направления векторов магнитной подсистемы зависят от толщины пленки, в то время как электрической – очень слабо (отклоняются на углы не превышающие 8°).
- Рассмотрен механизм неоднородного МЭ эффекта в пленках ферритов гранатов, на несколько порядков превосходящий подобный в пленках феррита висмута. Впервые получена общая теоретическая формула для распределения зарядов на линии Блоха и установлена величина и направление вектора поляризации, связанной с данным распределением.

Благодарности.

Неоценимую помощь в дипломной, а главное научной, работе на протяжении последних 3 лет обучения оказывал доцент кафедры физики колебаний, научный руководитель, А.П. Пятаков. За что ему большое спасибо. Также выражаю признательность Т.Б. Косых, Е.П. Николаевой, А.С. Логгину и всей кафедре физики колебаний за ценные замечания по работе.

Исследования, изложенные в дипломе, поддерживались фондом фундаментальных исследований и фондом «Династия», благодаря которым наука для студента-физика не только интересна, но и перспективна как профессия.

Список литературы.

1. M. Fiebig, Th. Lottermoser, D. Frohlich, A.V. Goltsev, R.V. Pisarev, Observation of coupled magnetic and electric domains, *Nature*, 419, 818-820 (2002)
2. T. Kimura, T. Goto, H. Shintani, K. Ishizaka, T. Arima, Y. Tokura, Magnetic control of ferroelectric polarization, *Nature*, v.426, p. 55-58 (2003)
3. Wang J., Zheng H., Nagarajan V., Liu B., Ogale S. B., Viehland D., Venugopalan V., Schlom D.G., Wuttig M., Ramesh R., Neaton J. B., Waghmare U. V., Hill N. A., and Rabe K. M., Epitaxial BiFeO₃ multiferroic thin film heterostructures, *Science*, v. 299, p. 1719 (2003)
4. А.М. Кадомцева, А.К. Звездин, Ю.Ф. Попов, А.П. Пятаков, Г.П. Воробьев, Письма в ЖЭТФ, т. 79, с. 705-716 (2004)
5. А.К. Звездин, А.П. Пятаков, Фазовые переходы и гигантский магнитоэлектрический эффект в мультиферроиках, *УФН*, т. 174, п.4, с. 9 (2004)
6. Manfred Fiebig, Revival of the magnetoelectric effect, *J. Phys. D: Appl. Phys.* v. 38 (2005) R123–R152
7. W. Eerenstein, N. D. Mathur, J. F. Scott et al, Multiferroic and magnetoelectric materials, *Nature*, v.442 p.759 (2006)
8. R. Ramesh, Nicola A. Spaldin, Multiferroics: progress and prospects in thin films, *Nature Materials*, v. 6, p.21 (2007)
9. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Москва «Наука», 1992, с.266
10. И.Е. Дзялошинский, ЖЭТФ, т.37, с. 881-882 (1959)
11. Д.Н. Астров, Магнитоэлектрический эффект в антиферромагнетиках, ЖЭТФ, 38, 984 (1960)
12. Смоленский Г.А., Чупис И. Е., Сегнетомагнетики, *УФН*, 137 (3), 415 (1982)
13. Т.Н. О’Dell, The electrodynamics of magneto-electric media, North-Holland, Amsterdam, 1970
14. A.J. Freeman. H. Schmid, Magnetoelectric interaction phenomena in crystals, Gordon&Breach London, 1975
15. Ch. Binek B. Doudin, Magnetoelectronics with magnetoelectrics, *J. Phys.: Condens. Matter* 17 L39-L44 (2005)
16. A.S. Logginov, A.P. Pyatakov, A.K. Zvezdin, Magnetoelectrics: new type of tunable materials for microwave technique and spintronics, *Proceedings of SPIE*, v. 5955, p.56-65 (2005)

17. Hans Schmid, *Magnetoelectric Effects in Insulating Magnetic Materials*, the chapter from *Introduction to complex mediums for optics and electromagnetics*, Werner S. Weiglhofer and Akhlesh Lakhtakia, Eds., SPIE Press, Bellingham, WA, USA (2003) p. 167-195
18. Rado G.T., Ferrari J.M., Maisch W.G., *Phys. Rev. B.*, 29, 4041-4048 (1984)
19. Bush A.A., Fetisov Y.K., Kamentsev K.E., Mesherekov V.F., Srinivasan G., *J. Magnetism and Magnetic Materials* 256-259 45 (2003)
20. Bichurin M.I., Petrov V.M., Kiliba Yu.V., Srinivasan G., *Phys.Rev. B.*, 66 , 134404 (2002)
21. Fetisov, Y.K.; Bush, A.A.; Kamentsev, K.E.; Ostashchenko, A.Y.; Srinivasan, G., Ferrite-Piezoelectric Multilayers for Magnetic Field Sensors, *IEEE Sensor Journal*, v.6, p. 935- 938 (2006)
22. O'Dell T.H. Magnetolectics - a new class of materials, *Electronics and power*, v.11, 266, (1965)
23. Goshal, US patent **6,535,342**
24. Звездин А.К, Звездин К.А, Суперпарамагнетизм сегодня: магниты-карлики на пути в мир квантов // Природа. 2001.№9.С.9-18.
25. H. Bea, M. Bibes, M. Sirena, et al, Combining half-metals and multiferroics into epitaxial heterostructures for spintronics, *Appl. Phys. Lett.*, 88, 062502 (2006)
26. Tehrani S., J. M. Slaughter, M. Deherrera, B. N. Engel, N. D. Rizzo, J. John Salter, M. Durlam, R.W. Dave, J. Janesky, B. Butcher, K. Smith, G. Grynkewich, Magnetoresistive random access memory using magnetic tunnel junctions, *Proceedings of the IEEE*, v. 91(5) p. 703 (2003)
27. А.К. Звездин «Перекрестные» фазовые переходы в сегнетоэлектрических антиферромагнетиках.
28. T. Zhao, A.Scholl et. al. *Nature Materials* no 5, 583
29. Q.Jiang and J.H. Qiu *J. Appl. Phys.* 99, 103901 (2006)
30. X.Zhang, Y.L.Li et al *JApplPhys* 101, 114105 (2007)
31. А.В.Ковалев Письма в ЖТФ, 1998, том 24, №19
32. В.А. Боков. Физика Магнетиков
33. W. Eerenstein, N. D. Mathur¹ & J. F. Scott «Multiferroic and magnetoelectric materials» *nature*05023
34. А.К. Zvezdin, V.A. Shust, A.P. Pyatakov, Mutual control of electric and magnetic order parameters in BiFeO₃ thin films, International Conference “Functional Materials”, ICFM-2007, Abstracts, Ukraine, Crimea, Partenit October 1-6 2007, p. 211
35. А.К. Zvezdin, A.G. Zhdanov, V.A. Shust, A.P. Pyatakov, Magnetic Phase Transitions Induced By Electric Field In Multiferroics, Moscow International Symposium on Magnetism, June 20-25, 2008, Books of Abstract, p.646
36. А.П. Пятаков, Т.Б. Косых и др. Физика твердого тела 2000, т.40, вып. 17
37. А.М. Кадомцев, А.К. Звездин, А.П. Пятаков, Г.П. Воробьев Письма в ЖЭТФ, т.79, вып. 11, с. 705-716
38. Thole, B. T., van der Laan, G. & Sawatzky, G. A. Strong magnetic dichroism predicted in the M_{4,5} X-ray absorption spectra of magnetic rare-earth materials. *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2086–2088 (1985)
39. Czekaj, S., Nolting, F., Heyderman, L. J., Willmott, P. R. & van der Laan, G. Sign dependence of the X-ray magnetic linear dichroism on the antiferromagnetic spin axis in LaFeO₃ thin films. *Phys. Rev. B* **73**, 020401(R) (2006).
40. Zavaliche, F. et al. Ferroelectric domain structure in epitaxial BiFeO₃ films. *Appl. Phys. Lett.* **87**,182912 (2005).
41. Zavaliche, F. et al. Polarization switching in epitaxial BiFeO₃ films. *Appl. Phys. Lett.* **87**,252902 (2005).

42. Ying-HaoChu, L. W. Martin, M. B. Holcomb, M. Gajek, Shu-Jen Han, Qing He, N.Balke, Chan-Ho Yang, D. Lee, Wei Hu, Qian Zhan, Pei-Ling Yang, A. Fraile-Rodríguez, A. Scholl, Sh. X. Wang, R. Ramesh, Electric-field control of local ferromagnetism using a magnetoelectric multiferroic, *Nature Materials*, v. 7, p. 478 - 482 (2008)
43. Б.Б.Кривечевцов, В.В.Павлов, Р.В. Писарев, Гигантский линейный магнитоэлектрический эффектв пленках ферритов-гранатов, Письма в ЖЭТФ, т.49 вып.8, с. 466-469 (1989)]
44. А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.П. Пятаков Магнитоэлектрическое управление доменными границами в пленке феррита-граната
45. M.Mostovoy *Phys. Rev. Letters* Ferroelectricity in Spiral Magnets 17 feb. 2006
46. А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.П. Пятаков Магнитоэлектрическое управление доменными границами в пленке феррита-граната
47. A.S. Logginov, G.A. Meshkov, A.P. Pyatakov, V.A. Shust *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 2006
48. A.K Zvezdin, A.P. Pyatakov. APCTP Workshop on Multiferroics, 11-16 decemper 2008, Postech Korea.