

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

кафедра физики колебаний

**Оптические твердотельные  
дисковые резонаторы**

**Дипломная работа студента 6-го курса  
Ламзина Сергея Владимировича**

Допущен к защите " " декабря 2008 года

Научный руководитель

Зав. кафедрой физики колебаний  
профессор

А.С. Логгинов

доктор физ.-мат. наук  
доцент

М.Л. Городецкий

---

Москва 2008 г.

# Содержание

<b>1 Оптические резонаторы с модами шепчущей галереи</b>	<b>2</b>
1.1 Введение . . . . .	2
1.2 Постановка задачи дипломной работы . . . . .	3
1.3 Обзор литературы . . . . .	3
<b>2 Эллиптические резонаторы МШГ(теоретическое исследование)</b>	<b>6</b>
2.1 Введение . . . . .	6
2.2 Общее решение уравнения Гельмгольца в эллиптической области . . . . .	8
2.3 Расчет собственных значений $k$ в квазигеометрическом приближении . . . . .	9
2.3.1 Простое геометрическое приближение . . . . .	9
2.3.2 Численный расчёт нулей функции . . . . .	10
2.3.3 Решение квазиклассическим методом . . . . .	11
2.3.4 Основные результаты численного расчёта $k$ различными методами . . . . .	14
<b>3 Расчёты потерь для дисковых резонаторов МШГ</b>	<b>15</b>
3.1 Внутренние потери, связанные с поглощением и рассеянием.	16
3.2 Рассеяние на поверхностных неоднородностях . . . . .	17
<b>4 Эксперимент</b>	<b>19</b>
4.1 Изготовление резонаторов . . . . .	19
4.1.1 Проект изготовления резонаторов . . . . .	19
4.1.2 Изготовление резонаторов . . . . .	21
4.2 Полировка и шлифовка резонаторов . . . . .	22
4.2.1 Лазерная формовка и полировка образующей . . . . .	25
4.3 Сложности и проблемы в практической части . . . . .	26
4.4 Экспериментальная часть . . . . .	28
4.4.1 Метод возбуждения мод ШГ . . . . .	28

4.4.2	Подготовка эксперимента . . . . .	29
4.4.3	Результаты экспериментальной части . . . . .	31
4.5	Основные результаты дипломной работы . . . . .	33

# 1 Оптические резонаторы с модами шепчу-щющей галереи

## 1.1 Введение

Идея резонаторов с модами типа шепчущей галереи (МШГ) была высказана ещё в 1939 году [1] Рихтмаэром, который обратил внимание на возможность создания высокодобротных диэлектрических резонаторов на основе эффекта полного внутреннего отражения волны в осесимметричных телах. Такие моды получили название мод шепчущей галереи по аналогии с акустическими волнами в соборе св. Павла, которые наблюдал Рэлей. Электромагнитные резонаторы в СВЧ диапазоне начали разрабатываться в 70-х годах прошлого века. Но лишь в 1989 году [2] были продемонстрированы первые оптические микрорезонаторы, основанные на этом принципе. Принципиальным отличием данного типа резонаторов от других является возможность достигать высоких значений добротности при сохранении малого размера. Рекорд добротности в резонаторах с модами шепчущей галереи из плавленого кварца на данный момент составляет  $Q \simeq 8 \times 10^9$ [3, 4], что очень близко к пределу фундаментальных потерь в материале на длине волны  $\lambda = 0.63$  мкм, при характерном размере резонатора  $\sim 200$  мкм.

Оптические высокодобротные сверхкомпактные резонаторы позволяют создать широкую гамму разнообразных устройств для фотоники: фильтры, модуляторы, переключатели, био- и химические сенсоры, резонаторы для лазеров и т. д. Также этот вид резонаторов находит широкое применение в квантово- невозмущающих измерениях и экспериментах с холодными атомами.

Целью настоящей работы является разработка методики изготовления и изучение свойств дисковых кварцевых резонаторов с модами шепчущей галереи, характерные размеры которых 10 мм в диаметре и толщиной порядка 250 мкм.

Механическая технология изготовления в отличие от формования в пламени позволяет получать резонаторы произвольной формы, а не только сферической и позволяет получать резонаторы большего размера. Резонаторы большего размера нужны для достижения предельной добротности в ближнем ИК диапазоне, поскольку избыточные потери, связанные с поверхностью, преобладающие в этом случае, линейно уменьшаются с размерами.

Целью теоретической части является общее исследование методов расчёта двумерных резонаторов МШГ в квазигеометрическом приближении.

## 1.2 Постановка задачи дипломной работы

В настоящей дипломной работе ставились следующие задачи:

1. Теоретическое исследование методов расчета двумерных эллиптических резонаторов МШГ в квазигеометрическом приближении.
2. Разработка методики изготовления дисковых резонаторов из плавленого кварца.
3. Изготовление опытных образцов дисковых резонаторов.
4. Измерение добротности дисковых резонаторов.

## 1.3 Обзор литературы

Первым видом оптических резонаторов с модами шепчущей галереи были микросфера (см. рис.1), диаметром порядка 100 мкм из плавленого кварца, максимальное значение добротности которых составило

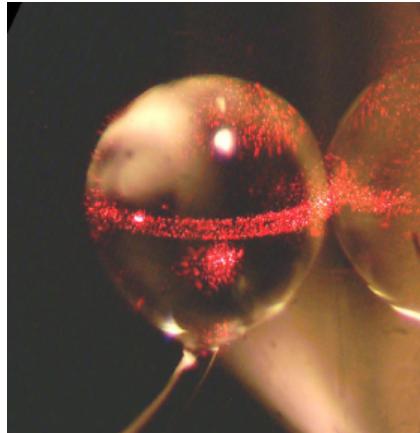


Рис. 1: Пример сферического микрорезонатора из плавленого кварца

$Q \approx 8 \times 10^9$  на длине волны гелий-неонового лазера  $\lambda = 0.63\text{мкм}$ . Для получения резонатора необходимо сформировать правильную сферу из оптического материала. Микросфера формируется оплавлением нити из оптического кварца так, что силы поверхностного натяжения придали её правильную форму. Остаточная несферичность, связанная с ножкой, на которой держится сфера, приводит к усложнению спектра резонатора по сравнению с идеальной формой. Резонатор формируется из тонкой кварцевой нити, приваренной перпендикулярно к подложке. Подложка представляет собой кварцевую пластинку размерами примерно  $3 \times 3 \times 0.3$  мм, которая непрочно приварена к стержню, позволяющему манипулировать заготовкой.

Различные методики изготовления резонаторов-микросфер различаются лишь способом нагрева заготовки. В ранних работах для этого использовался  $CO_2$  лазер. Сейчас чаще используется кислород-водородная горелка с небольшим пламенем, имеющая большой температурный градиент. Недостаток лазерного метода обработки состоит в том, что луч нагревает заготовку неравномерно, а также слишком быстрый нагрев ведёт к испарению кварца и его частичной неравномерной конденсации на поверхности сферы, что приводит к значительному ухудшению доброкачественности.

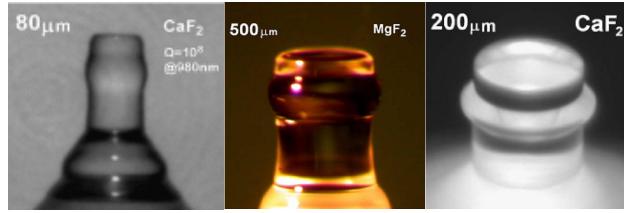


Рис. 2: Примеры кристаллических дисковых резонаторов

Большой интерес представляют работы [5] по созданию дисковых кристаллических резонаторов с модами шепчущей галереи (см. рис. 2). Перспективным материалом является  $CaF_2$ , который был выбран авторами в качестве материала для изготовления резонаторов, обладает некоторыми важными и специфическими оптическими[6], спектроскопическими свойствами и малыми потерями. Т.к. этот тип кристалла относится к негигроскопическому типу, то потери в адсорбированной воде на поверхности резонатора оказывают малое влияние на значение добротности. Авторами была предложена оригинальная методика изготовления резонаторов, которая включала в себя два этапа. Во-первых, на алмазном токарном станке, контролируемым компьютером, были изготовлены образцы с точностью  $40\text{ nm}$  и  $Q \simeq 10^7$ . Во время работы на станке авторы столкнулись с некоторыми трудностями обработки поверхности и образующей. Для решения этой проблемы рабочее пространство было изолировано от внешних вибраций и была использована система воздушных подшипников.

Для получения больших значений добротности была применена оптическая полировка, которая позволила получить более высокие значения добротности. Она осуществлялась с помощью полировальных плёнок, с нанесённым на них алмазным абразивом. Окончательная очистка резонатора была проведена с использованием органических растворителей. Таким образом авторами было получено значение добротности  $Q \simeq 10^8$  при характерно размрзре в 100 мкм.

Другая научная группа в статье[7] разработала метод создания квар-

цевых микродисковых резонаторов путём оптической литографии в сочетании с травлением. Сначала была взята кремниевая подложка, на которой была термически создана оксидная пленка толщиной 2мкм. Затем на неё был нанесён фоторезист круглой формы стандартным литографическим методом. Далее образец помещался в камеру с плавиковой кислотой( $HF$ ), где происходил процесс травления до тех пор, пока полностью не стравливалась часть подложки, свободная от фоторезиста. Таким образом получался кварцевый диск с клинообразной образующей на кремниевой подложке. Далее кремниевая подложка удалялась с помощью сухого травления  $XeF_2$ , оставляя кварцевый диск на кремниевой стойке(см. рис.3). Интересно, что дальнейшие обработка, шлифовка и полировка резонатора не проводились. Связь с резонатором осуществлялась через оптоволокно. В статье обсуждается применение оптоволоконного метода связи с резонатором. Показано, что использование оптоволокна ведёт к небольшим потерям вне резонанса. Авторы получили максимальное значение добротности  $Q \simeq 3.2 \times 10^6$  при диаметре резонатора 120мкм на длине волны 1.55мкм. В качестве применения данного вида резонаторов рассматривается полосно-запирающий фильтр. Та же группа авторов в работе[8] предлагает другую методику изготовления микрорезонаторов на чипе, основанную на использование  $CO_2$  лазера, с помощью которого производилось оплавление поверхности резонатора до атомарной гладкости. Максимальное измеренное значение добротности составило  $\simeq 10^8$

## 2 Эллиптические резонаторы МШГ(теоретическое исследование)

### 2.1 Введение

Существуют различные методы расчета собственных частот и мод двумерных резонаторов МШГ.

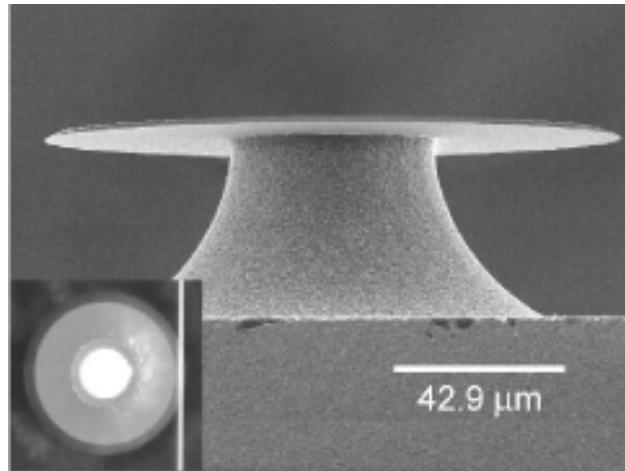


Рис. 3: Пример кварцевого дискового резонатора

- Точный ответ дает решение векторного уравнения Гельмгольца в эллиптических координатах с соответствующими граничными условиями. При этом уравнение Гельмгольца сводится к уравнениям для специальных функций Матье[9] и трансцендентным характеристическим уравнениям. Недостаток метода в том, что численный расчёт функции Матье весьма сложен.
- Очевидным приближением является предположение о том, что на периметре резонатора должно укладываться целое число длин волн. Это приближение дает адекватный ответ лишь в случае, когда размер резонатора много больше длины волны и сплюснутость эллипса невелика.
- Достаточно точный ответ можно найти используя квазиклассическое приближение. [10]

Целью теоретической части явилось детальное изучение вышеобозначенных методов описания свойств эллиптических двумерных резонаторов с упрощёнными граничными условиями с последующим сравнением результатов, полученных различными методами описания.

## 2.2 Общее решение уравнения Гельмгольца в эллиптической области

Зададимся целью исследовать свойства двумерных кварцевых диэлектрических резонаторов, имеющих эллипсоидальную форму, решая напрямую уравнение Гельмгольца.

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где  $k = \omega/c$  – собственное волновое число. В эллиптических цилиндрических координатах векторное уравнение сводится к скалярному, введением потенциала Дебая:  $\mathbf{E} = \Psi \mathbf{e}_z$ , где  $\mathbf{e}_z$  – единичный вектор  $z$ .

Переход из декартовой в эллиптическую систему координат  $x, y, z \rightarrow (u, v, z)$  задается выражениями:

$$x = \frac{d}{2} \operatorname{ch} u \cos v \quad (2)$$

$$y = \frac{d}{2} \operatorname{sh} u \sin v \quad (3)$$

$$z = z, \quad (4)$$

где  $d$  – расстояние между фокусами эллипса.

Соответственно, параметры Ламэ  $h_u, h_v, h_z$  записутся в виде:

$$h_u = \frac{d}{2} \sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \sin^2 v} \quad (5)$$

$$h_v = \frac{d}{2} \sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \sin^2 v} \quad (6)$$

$$h_z = 1. \quad (7)$$

Таким образом лапласиан сразу переписывается в виде

$$\nabla^2 = \frac{4}{d^2(\operatorname{sh}^2 u + \sin^2 v)} \left( \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (8)$$

И исходное уравнение (1) после следующего преобразования  $\Psi = U(u)V(v)Z(z)$  принимает вид:

$$\frac{4Z}{d^2(\operatorname{sh}^2 u + \sin^2 v)} \left( V \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} + U \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} \right) + UV \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + k^2 UVZ = 0. \quad (9)$$

Далее, применяя метод разделения переменных, вводим постоянную разделения  $\beta^2$  и получаем

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -\beta^2 \quad (10)$$

$$\left( \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} + \frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} \right) + \frac{d^2}{4} (k^2 - \beta^2) (\sinh^2 u + \sin^2 v) = 0. \quad (11)$$

Уравнение (10) мы далее не учитываем, т.к рассматриваем простейшее решение (1), где нет зависимости от  $z$  ( $\beta = 0$ ).

Заметив, что  $\sinh^2 u + \sin^2 v = \frac{1}{2}(\cosh 2u - \cos 2v)$ , перепишем (11) в виде

$$\frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial u^2} + k^2 \frac{d^2}{8} \cosh 2u + \frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} - k^2 \frac{d^2}{8} \cos 2v = 0. \quad (12)$$

теперь, вводя константу разделения переменных  $\mu$  и полагая  $\alpha \equiv \frac{k^2 d^2}{16}$ , получаем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial u^2} - (\mu - 2\alpha \cosh(2u)) U = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial v^2} + (\mu - 2\alpha \cos(2v)) V = 0. \quad (14)$$

Решением уравнения (13) являются функции Матье[9]:

$$\Psi(\mu, k, u) = \begin{cases} Ce_m(u, \alpha) ce_m(v, \alpha). \\ Se_m(u, \alpha) se_m(v, \alpha). \end{cases} \quad (15)$$

где  $ce$  и  $se$  чётные и нечётные  $2\pi$ -периодичные угловые функции Матье, а  $Ce$  и  $Se$  - модифицированные функции Матье с полным набором аргументов.

## 2.3 Расчет собственных значений $k$ в квазигеометрическом приближении

### 2.3.1 Простое геометрическое приближение

Сначала находится приближённое значение  $k$  из условия, что на перимetre эллипса должно укладываться целое число длин волн (как будет

показано ниже, это приближение является слишком грубым для небольших  $m$ ),

$$L = m\lambda. \quad (16)$$

А т.к  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ , то

$$k = \frac{2\pi m}{L}, \quad (17)$$

где  $L$ - периметр эллипса, вычисляемый по формуле

$$L = 4aE\left(\frac{\pi}{2}, \epsilon^2\right), \quad (18)$$

где  $\epsilon = \frac{a^2 - b^2}{a}$  - эксцентриситет данного эллипса, а  $E\left(\frac{\pi}{2}, \epsilon^2\right)$ - эллиптический интеграл первого рода, вычисляемый по формуле [9]

$$E\left(\frac{\pi}{2}, \epsilon^2\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 t} dt. \quad (19)$$

Таким образом, зная геометрические параметры эллипса, можно найти его периметр, а это, в свою очередь, позволит найти искомое  $k$  из выражения (17).

### 2.3.2 Численный расчёт нулей функции

Для граничных условий первого рода и условии на границе  $u = u_s$  находим решение из уравнения (15)

$$Ce_m(u_s, \alpha) = 0. \quad (20)$$

Решая характеристическое уравнение (20) находим значение параметра  $\alpha$  и, соответственно,  $k$  по формуле  $k = \frac{16\alpha}{d^2}$ . Для численного решения этой задачи используется программа *Maple*.

```
> d:=1.2; a:=1; b:=evalf(sqrt(a^2-d^2/4)); u:=arccosh(2*a/d);
> Вводим геометрические параметры резонатора
```

$$d := 1.2$$

```

a := 1
b := 0.8000000000
u := 1.098612289
> E:=sqrt(a^2-b^2)/a;
> Расчет эксцентриситета эллипса
E := 0.6000000000
> L:=4*a*(int( sqrt(1-E^2*(sin(t))^2),t=0..Pi/2));
> В явном виде считаем полную длину дуги эллипса
L := 5.672333576
> m:=10;
> Ввод параметра m

m := 10

> k0:=evalf((2*Pi*m)/L);
> Рассчитываем k из пункта 1.2.1
k0 := 11.07689670
> alpha0:=((k0)^2*d^2)/16;
alpha0 := 11.04278764
> k:=sqrt(fsolve(MathieuCE(m,xi,I*u)=0, xi=alpha0)/d^2)*16;
> alpha1:=(k^2*d^2)/16;
> Точный расчёт параметра k из функций Маттье
k := 15.97813280
alpha1 := 22.97706550

```

Таким образом, оценка собственных частот исходя их простейшего геометрического приближения для мод малых порядков приводит к очень большой погрешности. Относительная погрешность имеет порядок  $m^{-2/3}$  и уменьшается с ростом  $m$ .

### 2.3.3 Решение квазиклассическим методом

1)Рассмотрим приближение геометрической оптики[10]. Решение уравнения эйконала даёт совокупность лучей, отражающихся от границы

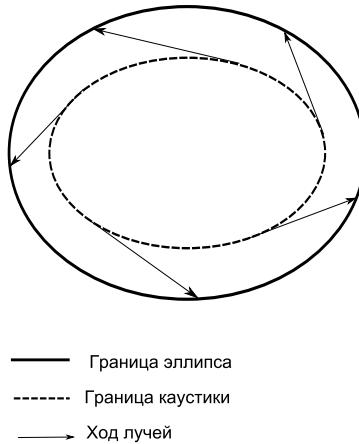


Рис. 4: Геометрический ход лучей внутри резонатора

внутри резонатора, общей касательной к которым является эллиптическая каустическая поверхность с большой полуосью  $u_0$  (см. рис.4).

Именно на полной длине дуги каустики должно укладываться целое число длин волн.

$$4u_0 E \left( 1, \frac{d}{2u_0} \right) = \frac{2\pi}{k} m, \quad (21)$$

Таким образом, зная длину большой полуоси каустики, можно найти параметр  $k$ .

2) Рассмотрим луч, касающийся каустики, затем отражённый от внешней границы, а затем снова касающийся каустики. По свойству эллипса длина каустической дуги, заключённой между падающим и отражённым лучом (см рис.5), не зависит от точки отражения луча от границы. Запишем в явном виде данное утверждение:

$$2k \frac{c}{2} \left( \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}} \sqrt{\frac{1}{u_0^2} - \frac{1}{a^2}} + E \left( \frac{u_0}{a}, \frac{d}{2u_0} \right) \right) = 2\pi \left( n - \frac{1}{4} \right) \quad (22)$$

Теперь подставим в него выражение для  $k$  из (21). Таким образом получаем следующее выражение:

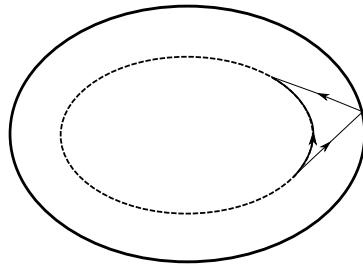


Рис. 5: Каустическая дуга

$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}} \sqrt{\frac{1}{u_0^2} - \frac{1}{a^2}} + E\left(\frac{u_0}{a}, \frac{d}{2u_0}\right)}{E\left(1, \frac{d}{2u_0}\right)} = 1 + \frac{2(n - \frac{1}{4})}{m}. \quad (23)$$

Решая уравнение (23) для всех пар  $m$  и  $n$ , находим  $u_0$ . Далее, подставляя найденное  $u_0$  в уравнение (21), находим значение искомого параметра  $k$ .

Для численного решения данной задачи опять же используется программа *Maple*.

```
> d:=1.2; a:=1;
> Вводим геометрические параметры эллипса
d := 1.2
a := 1

> m:=10;n:=1;
> Вводим значение т и п. Здесь и далее выбираются значения n=1, т.к.
мы рассматриваем первый корень.
```

```

m := 10

n := 1
> f1:=((a^2-d^2/4)^(1/2)*(1/u^2-1/a^2)^(1/2)+EllipticE(u/a,d/(2*u)))/El
> lipticE(1,d/(2*u))-1-2*(n-1/4)/m;
> Вводим выражение, приравняв которое к 0, можно получить значение
u0
f1 := 
$$\frac{0.8000000000 \sqrt{\frac{1}{u^2} - 1 + \text{EllipticE}(u, \frac{0.6000000000}{u})}}{\text{EllipticE}(\frac{0.6000000000}{u})} - \frac{23}{20}$$

> u0:=fsolve(f1=0,u=0..6);
> Вычисляем значение u0 - длину большой полуоси каустики
u0 := 0.7643236789
> k:=evalf(Pi*m/(2*u0*EllipticE(1,d/(2*u0))));
> Считаем значение k, зная u0
k := 15.93682734 + 0. I

```

### 2.3.4 Основные результаты численного расчёта к различными методами

Таким образом был проведён расчёт параметра  $k$  уравнения (1) тремя различными способами: методом простого геометрического приближения, методом точного решения уравнения Гельмгольца через функции Маттье и квазиклассическим методом анализа плоских эллиптических резонаторов.

В таблице приведены результаты расчёта волнового числа для различных значений параметра  $m$

m	$k_{GP}$	$k_M$	$k_{KK}$
10	11.07689670	15.97813280	15.93682734
20	22.15379340	28.10008227	28.05130164
30	33.23069009	39.92995689	39.87586083
40	44.30758680	51.61411804	51.55567249
50	55.38448351	63.20788456	63.14569809
60	66.46138019	74.67352883	74.739027421
70	77.53827693	86.22373095	86.15524262

Таким образом квазиклассический метод описания мод эллиптического резонатора хорошо сходится с точным рассчётом собственных частот непосредственно из уравнения Гельмгольца через функции Матье даже при малом отношении размера резонатора к длине волны.

### 3 Расчёты потерь для дисковых резонаторов МШГ

В этой части будут рассмотрены основные виды оптических потерь, возможных в дисковых резонаторах. Также будут оценены предполагаемые значения величин добротности.

Поверхностные неоднородности в дисковых резонаторах оказываются решающим фактором, ограничивающим добротность. Теоретический анализ влияния шероховатости поверхности на добротность МШГ приведён в работе [11]. Другим ограничителем добротности в реальных дисковых резонаторах является поглощение света в слое адсорбированной на поверхности воды. Добротность резонатора с модами шепчущей галереи определяется известным выражением, в которое входят потери, обусловленные различными факторами:

$$Q^{-1} = Q_{\text{изл.}}^{-1} + Q_{\text{пов.рас.}}^{-1} + Q_{\text{пов.погл.}}^{-1} + Q_{\text{внутр.погл.}}^{-1} + Q_{\text{св.}}^{-1} \quad (24)$$

Для резонаторов, используемых в данной работе, доминирующим механизмом потерь является рассеяние на поверхностных неоднородностях

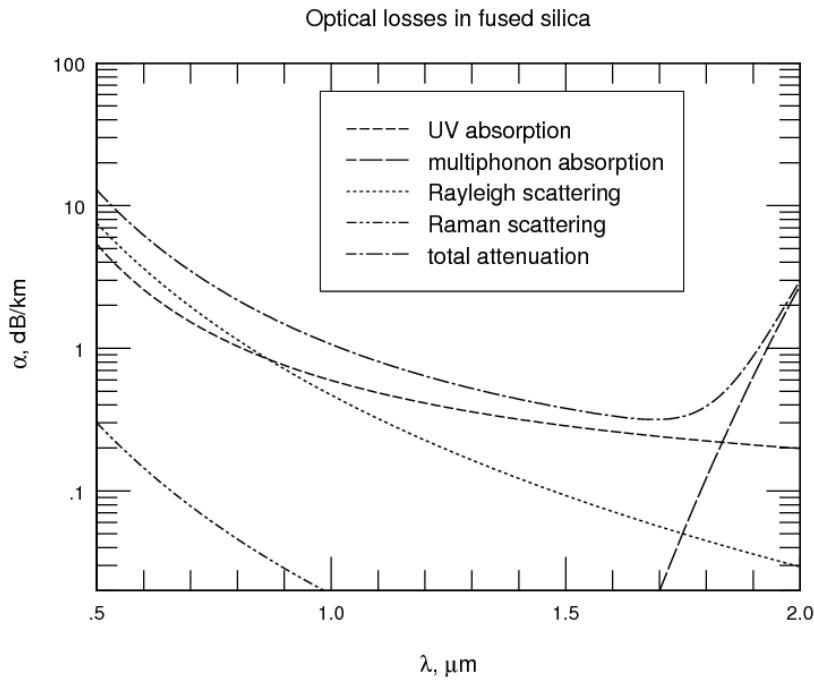


Рис. 6: Различные потери

$Q_{\text{пов.рас.}}^{-1}$  и поглощение в поверхностном слое  $Q_{\text{пов.погл.}}^{-1}$ . В эффективную добротность вносит вклад слагаемое  $Q_{\text{СВ.}}^{-1}$ , зависящее от коэффициента связи резонатора с элементом связи. Так как в работе изучаются резонаторы с диаметром  $\approx 10\text{mm}$ , то излучательная добротность, связанная с отрывом циркулирующего электромагнитного поля от резонатора,  $Q > 10^{10}$ , то есть для больших резонаторов потерями на излучение можно пренебречь.

### 3.1 Внутренние потери, связанные с поглощением и рассеянием.

Главная причина потерь, связанных с поглощением, - это фундаментальные потери в веществе. Ещё одна причина потерь, связанных с поглощением, - это дефекты и примеси в исходном материале и на его поверхности, из которого сделан резонатор. Если тщательно очищать и

полировать кварц, то потери на поглощение будут обусловлены лишь Рэлеевским рассеянием и мультифононным поглощением волн, для которых постоянная затухания  $\alpha$ , как видно из графика(см. рис.6), имеет значение  $0.2dB/km$  вблизи  $\lambda = 1.55\text{мкм}$ .

Объёмные потери определяются в общем случае формулой:

$$Q = \frac{2\pi n}{(\alpha_{pacc} + \alpha_{pogl})\lambda}. \quad (25)$$

Таким образом, предполагаемая добротность для кварца с показателем преломления  $n = 1.46$  на длине волны  $1.55\mu m$  составляет  $Q \simeq 1.3 \times 10^{11}$ . Более детальный расчёт и анализ рассеяния на термодинамических флюктуациях плотности[12, 13] показывает, что можно ввести коэффициент подавления, который делает реальную добротность чуть больше, чем в вышеприведённых оценках(26).

$$\tilde{\alpha}_{pacc} = \frac{\alpha_{pacc}}{K_{TE,TM}}. \quad (26)$$

При этом коэффициент  $K_{TE,TM}$  равен отношению полной интенсивности рассеянной волны к интенсивности волны с углами рассеяния, соответствующими углам падения на поверхность резонатора, меньшим чем угол полного внутреннего отражения.

Результаты численного расчета для плавленого кварца с  $n = 1.45$  дают

$$K_{TE} = 2.8 \quad K_{TM} = 9.6. \quad (27)$$

Из приведенных значений следует, что моды ТМ менее чувствительны к потерям объемного рассеяния, однако, у этих мод большая доля энергии циркулирует вблизи поверхности резонатора и поэтому они более чувствительны к поверхностным неоднородностям и загрязнениям.

### 3.2 Рассеяние на поверхностных неоднородностях

Так как в резонаторах МШГ большая часть электромагнитной энергии циркулирует рядом с поверхностью, то резонно рассмотреть рассеяние на поверхностных шероховатостях. Угол падения луча по закону

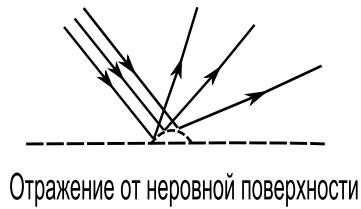


Рис. 7: Механизм рассеяния энергии

Снеллиуса равен углу отражения, но в месте падения на поверхности имеются неоднородности, они становятся центрами рассеяния и энергия теряется(см. рис.7). Отсюда проистекает необходимость тщательно полировать и чистить поверхность резонаторов.

Выражение для добротности, связанной с рассеянием на шероховатой поверхности имеет вид(28)

$$Q = \frac{2K_{TE,TM}}{K_{TE,TM} + 1} \frac{3\lambda^3 a}{16n\pi^3 B^2 \sigma^2}, \quad (28)$$

где значение  $K_{TE}$  и  $K_{TM}$  берутся из (27).

Для резонатора из плавленого кварца с помощью атомно-силового микроскопа после оценок неоднородностей на поверхности получаются следующие значения[4]  $B \approx 5\text{нм}$  и  $\sigma \approx 1.7\text{нм}$ . Подставляя численные значения радиуса диска  $a = 5\text{мм}$  и показателя преломления  $n$ , получаем следующие значения добротностей для двух различных длин волн:

Для  $\lambda = 1.55\mu\text{м}$   $Q_{TE} \simeq 1.6 \times 10^{13}$

Для  $\lambda = 0.63\mu\text{м}$   $Q_{TE} \simeq 1.1 \times 10^{12}$

## 4 Эксперимент

В работе[3, 4] было продемонстрировано получение в кварцевых микросферах диаметром порядка 150 мкм предельной добротности  $Q \approx 10^9$ . Как показано в теоретическом введении при увеличении размера резонатора можно получить более высокие значения добротности. Но изготовить идеальный кварцевый шар с диаметром 10 мм технически довольно сложно. Нами была предпринята попытка изготовления дисковых резонаторов из плавленого кварца диаметром 10 мм.

### 4.1 Изготовление резонаторов

#### 4.1.1 Проект изготовления резонаторов

Общая схема изготовления резонаторов предполагалась такой, как показано на рис.8. В последующем порядок операции был изменён, что увеличило выход заготовок и улучшило черновую обработку торца резонатора. Приведём поэтапно описание проекта изготовления и создания опытных образцов

- *Шаг 1* Из образца чистого плавленого кварца KS-4V(аналог отечественной марки КУВ4) подготавливается заготовка в форме параллелепипеда с характерными размерами 10 см.
- *Шаг 2* Заготовка распиливается с помощью алмазной пилы на пластины толщиной порядка 1 мм из которых в дальнейшем и изготавливаются резонаторы.
- *Шаг 3* Пластины закрепляются с помощью пистолетного клея на текстолитовой пластине и с помощью трубчатых сверл диаметром 12 и 2 мм из них вырезаются заготовки дисков с осевым отверстием.
- *Шаг 4* На 4 этапе одновременно несколько полученных кварцевых дисков диаметром 10 мм с внутренним отверстием в 2мм и толщиной примерно в 1-2 мм закрепляются на той же текстолитовой



Рис. 8: Проект изготовления дисковых резонаторов

подложке и сошлифовываются на фрезерном станке с помощью алмазной чашеобразной фрезы обработкой сначала одной, а потом другой стороны до толщины около 400 мкм.

- *Шаг 5* Заключительный этап состоит в ручной асимптотической шлифовке плоскостей дисков на стеклянных подложках с помощью корундовых порошков с постепенным уменьшением размера гранул от 15 до 5 мкм.
- *Шаг 6* Для шлифовки цилиндрической образующей дисков используется электрическая бор-машина. Для шлифовки использовались те же порошки.
- *Шаг 7* После шлифовки образующая подвергается полировке с помощью специальных полировальных пленок, используемых для полировки торцов оптических волокон с уменьшением размеров гранул абразива.

#### 4.1.2 Изготовление резонаторов

Во время процесса изготовления образцов по методике, описанной выше, мы столкнулись с некоторыми трудностями, связанными с недостаточно качественной полировкой торца резонатора. Поэтому схему изготовления пришлось немного преобразовать.

- *Шаг 1* Вначале образец, у которого предварительно сделана одна плоская грань, из чистого плавленного кварца с помощью пицеина закреплялся на текстолитовой подложке плоской гранью.
- *Шаг 2* Трубчатым алмазным сверлом диаметра 2мм высверливалось осевое отверстие. Далее алмазным трубчатым сверлом диаметра 12мм соосно высверливался цилиндр, диаметром 10мм с внутренним сквозным отверстием диаметра порядка 2мм. Высота цилиндра зависела от изначального размера образца.

- *Шаг 3* Цилиндр шлифовался и полировался на токарном станка с помощью алмазных паст.
- *Шаг 4* Затем заполированный образец с помощью алмазной пилы разрезался на диски толщиной 1мм.
- *Шаг 5* Образец вставлялся в специально изготовленный пружинный крепёж на бор-машине, и производилась асимптотическая полировка до толщины 0,3мм с корундовых порошков с постепенным уменьшением размера гранул от 40 до 3 мкм.
- *Шаг 7* Снова производилась полировка торца с помощью специальных полировальных пленок, используемых для полировки торцов оптических волокон с уменьшением размеров гранул абразива с 6 мкм до 0.01 мкм.
- *Шаг 8* Обжиг равномерно вращающегося образца вокруг оси в пламени кислородной горелки. Главная цель- создать гладкую поверхность за счёт сил поверхностного натяжения с поверхностными шероховатостями молекулярного масштаба.

## 4.2 Полировка и шлифовка резонаторов

Обработка образующей резонатора крайне важна в общем процессе изготовления. Т.к. мода локализована в узкой области около образующей,то крайне важно, чтобы поверхность была ровная и чистая. Именно поэтому особое внимание было уделено полировке образующей. Во время всего процесса обработки образующей резонатор закреплялся на ось бор-машины с помощью специального крепежа, суть которого состоит в том, что образец крепится на оси не напрямую прижимным винтом, а через специальную муфту пружиной(см. рис.9). Сделано это для того, чтобы не раздавить образец во время полировки и шлифовки прижимным винтом, а также чтобы образец не треснул при нагревании латунной части крепежа, вследствие линейного расширения.

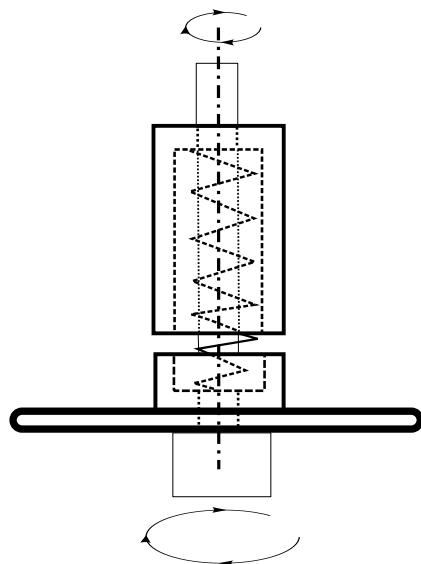


Рис. 9: Схема крепежа резонатора на бор-машине



Рис. 10: Полировки образующей

- На первом шаге при толщине резонатора в 1мм производилась самая грубая шлифовка образующей порошком с диаметром гранул порядка 40 мкм. Целью являлось сглаживание больших сколов, неровностей и царапин, образовавшихся при механическом выверливании.(см рис10) Также на этом этапе делалась фаска. Резонатор ставился под маленьким углом к поверхности шлифовального стекла таким образом, чтобы в результате в сечении получался вместо изначального прямоугольника трапеция(см рис11). Сделано это было для того, чтобы при обжиге образующей поверхность, на

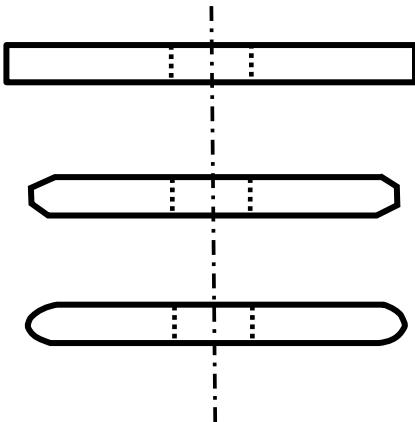


Рис. 11: Вид образующей сбоку

которой может образоваться грязь, была как можно меньше.

- Далее при толщине резонатора порядка 0.8 мм производилась шлифовка образующей порошками более мелкого размера, а именно от 14 мкм до 3 мкм. Делалось это для лучшего заравнивания поверхности и образующей.
- При толщине резонатора в 0.4 мм производится полировка образующей с помощью специальных полировальных пленок. Сначала образец полировался плёнкой с нанесённым абразивом диаметром 6мкм, а затем последовательно использовались плёнки с диаметром 3мкм, 1 мкм, 0.5 мкм, 0.05 мкм и 0.01 мкм. Плёнка сгибается пополам и полируется образующая при быстром вращении оси. При этом образующей придавалась полукруглая форма(см. рис.11). Это было сделано для того, чтобы при обжиге завальцовывающаяся поверхность была более гладкой и ровной. После использования каждой плёнки образец тщательно чистился спиртом и дистиллированной водой, а затем обдувался сжатым углекисым газом.
- На последнем этапе полностью отполированный образец помещался в специальную ванну, куда наливалась плавиковая кислота ( $HF$ ). Процесс стравливания продолжался от 5 минут до получаса в за-

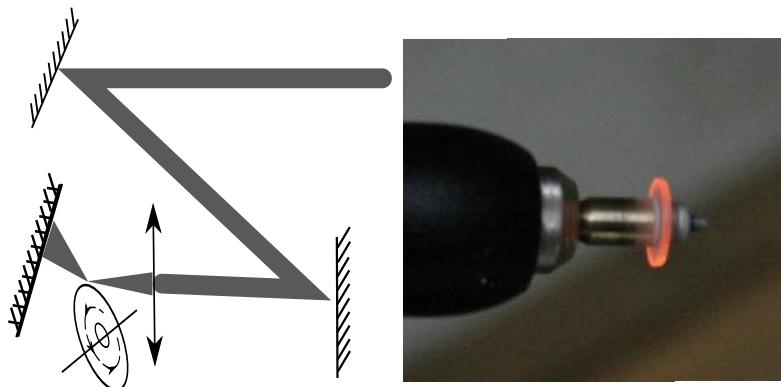


Рис. 12: Схема лазерной полировки

висимости от начальной толщины образца. Сделано это было, чтобы убрать остатки порошков, плёнок, жира, другую грязь и стравить самый внешний нарушенный слой кварца. Затем специальными щипцами резонатор доставался из ванны и закреплялся на подставке(см. рис.14)

#### 4.2.1 Лазерная формовка и полировка образующей

Для окончательного формования резонатора планировалось использование лазерной обработки, которая заключается в частичном плавлении поверхности мощным сфокусированным  $CO_2$  излучением с образованием гладкой поверхности под действием сил поверхностного натяжения.

Предполагаемая схема лазерной показана на (рис.12).

Сначала пучок коллимируется металлической диафрагмой на выходе из лазера. Далее он, отражаясь от системы зеркал, попадает в собирающую линзу, в фокусе которой и находится равномерно вращающаяся заготовка дискового резонатора. Проходящее и рассеянное излучение  $CO_2$  лазера поглощается асбестовым экраном.

### **4.3 Сложности и проблемы в практической части**

Как уже было сказано выше при выполнении практической части работы мы столкнулись с некоторыми трудностями.

1. Изначально мы предполагали делать толщину образцов порядка 150 мкм. Но в процессе изготовления было замечено, что при толщине меньше 300 мкм резонаторы становятся такими хрупкими, что становится невозможен процесс полировки поверхности и шлифовки образующей. Именно поэтому было принято решение делать толщину резонатора порядка 300-400 мкм. Несколько образцов сломалось при попытке шлифовки корундом из-за слишком большой скорости вращения оси. Образец делается тонким для того, чтобы формовать его образующую плавлением кислород- водородной горелкой.
2. При обжиге в пламени обычной горелки латунная часть стержня бор-машины сильно нагревалась, вследствии чего на резонатор оседала грязь с латунной части. Также вся металлическая часть стержня бор-машины расширялась, поэтому при маленьком диаметре внутреннего отверстия в резонаторе образовывались трещины. Именно поэтому решено было использовать вместо стандартной кислородной горелки кислоро-водородную микрогорелку, дающую низкое пламя с большим температурным градиентом. Кислород-водородная смесь получается с помощью электролизёра. Электролит представляет собой четырёхпроцентный раствор KOH в дистиллированной воде. Смесь кислорода и водорода вместе с микрокаплями электролита проходит через фильтр и спиртовой затвор. Пары спирта уменьшают температуру горения. Очищенная газовая смесь поступает в микросопло, представляющее собой прямой срез медицинской иглы с внешним диаметром 0.55мм. Тепловая мощность такого аппарата порядка 40 Вт, длина видимого пламени около 1см, а температура порядка  $2000^{\circ}C$ , что вполне достаточно

для плавления кварца. С использованием этой горелки проводилось окончательное формование образующей за счёт сил поверхностного натяжения (см. рис.13).

3. Лазерная полировка не удалась в силу того, что если пытаться её осуществить на низкой скорости вращения, то обжиг получается столь неравномерным, что искажается осесимметричная форма резонатора. С другой стороны, при быстрой скорости вращения образец не успевает в должной мере нагреться из-за остывания вследствие быстрого движения. Плюс к этому площадь взаимодействия луча с образующей слишком мала. Именно поэтому был разработан метод полировки с помощью кислородной горелки. На медленной скорости образующая образца, закреплённого специальным крепежом на оси бор-машины, оплавляется в пламени кислородной горелки. На выходе за счёт сил поверхностного натяжения создаётся гладкая поверхность, благоприятствующая для распространения моды.

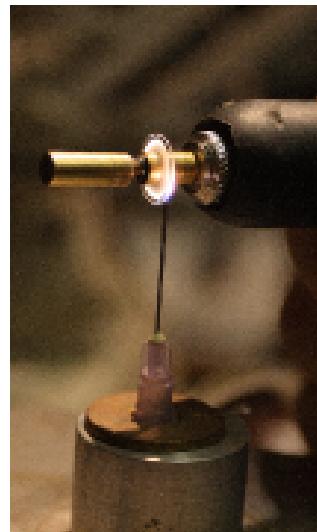


Рис. 13: Формование образующей в пламени кислород-водородной горелки

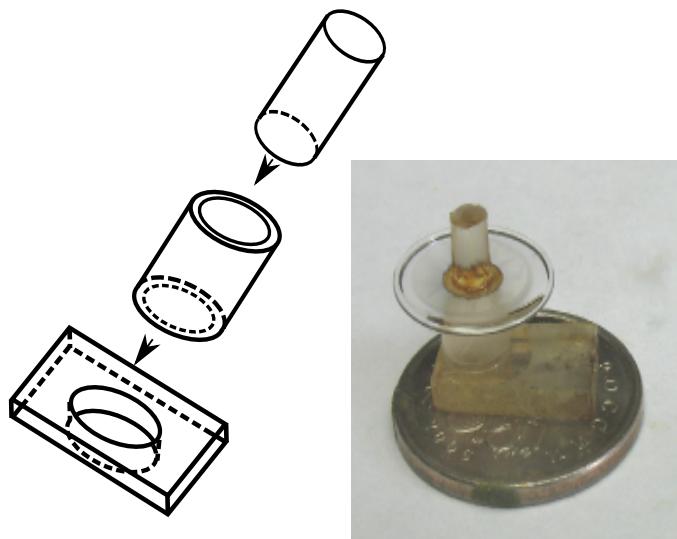


Рис. 14: Подставка в сборе и фото резонатора на подставке

#### 4.4 Экспериментальная часть

Итогом подготовительной части явилось создание 8 образцов нужных размеров и с достаточно чистой поверхностью и образующей(см. рис.15). Для дальнейшего проведения эксперимента была разработана специальная подставка для резонатора. Из кварца была выточена трубка, диаметром 3мм, внутренним диаметром 2.8мм и высотой 3мм. Затем был выточен столбик, высотой 4 мм и диаметром 2.8мм(см. рис.14). Столбик вставлялся в трубку, а та в свою очередь приклеивалась к специальной подложке, в которой заранее было выточено отверстие, диаметром 3мм. Таким образом получался “пенёк”, на котором лежал образец.

##### 4.4.1 Метод возбуждения мод ШГ

Для ввода и вывода излучения в резонатор в работе применялся призменный элемент связи(см. рис.16). Образец на подставке аккуратно ставится к призме на расстояние примерно 5мкм и затем приводится в соприкосновении с помощью позиционера на основе подпружиненного кварцевого камертона. Излучение фокусируется объективом на внутрен-



Рис. 15: Снимок отполированного и сформованного резонатора

нюю грань призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления  $n_{pr} = 1.52$ . При угле падения большем, чем угол полного внутреннего отражения ( $44^\circ$ ), в области отражения часть поля выходит наружу призмы и экспоненциально спадает по мере удаления от поверхности. Это поле используется для возбуждения мод. Угол оптимальной связи, то есть угол падения излучения на внутреннюю грань призмы, при котором возбуждение происходит наиболее эффективно, определяется условием  $\vartheta \cong \arcsin\left(\frac{n_r}{n_{pr}}\right) \approx 73^\circ$ , где  $n_r$ - показатель преломления материала, из которого изготовлен резонатор. Свет переизлучается из резонатора в элемент связи под разными углами, зависящими от индексов мод. Перед работой поверхность призмы тщательно очищалась с помощью спирта.

#### 4.4.2 Подготовка эксперимента

Призма и резонатор, закреплённый на подставке, размещались на кварцевом камертоне(см. рис.17) так, что можно было изменять расстояние между резонатором и призмой в диапазоне  $0 \div 45\text{мкм}$  и, таким образом, менять коэффициент связи. Камертон, для уменьшения тепловых и акустических возмущений, изготовлен из цельного куска плавленого кварца. Для регулировки зазора между резонатором и элементом связи предусмотрен микрометрический винт. Этот винт давит на одну из но-

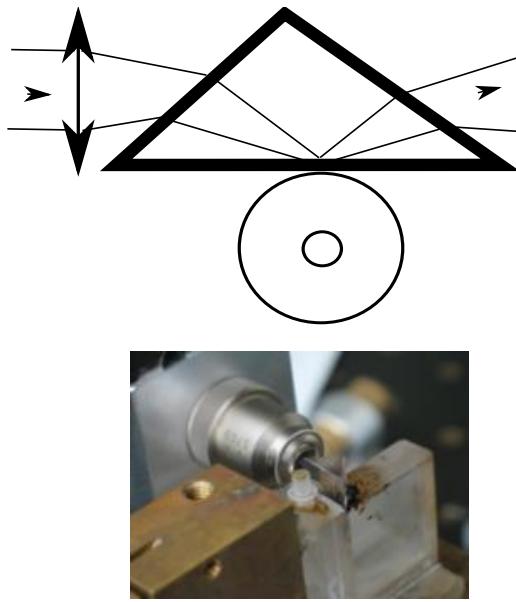


Рис. 16: Схема возбуждения дискового резонатора

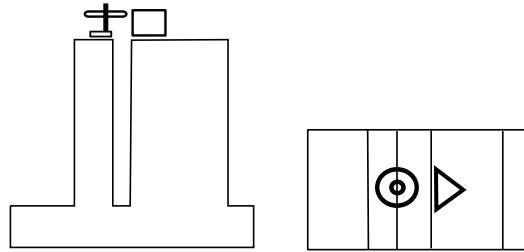


Рис. 17: Вид камертона сбоку и сверху

жек камертона через пружину, тем самым, обеспечивая контролируемое изменение расстояния с точностью 50нм в пределах 45мкм.

Принципиальная схема самой установки показана на рисунке 18.

Для возбуждения мод в кварцевом резонаторе использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны  $\lambda = 0.63\text{мкм}$ . Одно из зеркал лазера подвешено на пьезокерамической подвижке, что обеспечивает возможность перестройки частоты лазера в пределах  $\approx 1.5\text{ГГц}$ . Выходная мощность лазера- 540 мкВт. Для детектирования излучения использовался полупроводниковый детектор. На вертикальную пластину осциллогра-

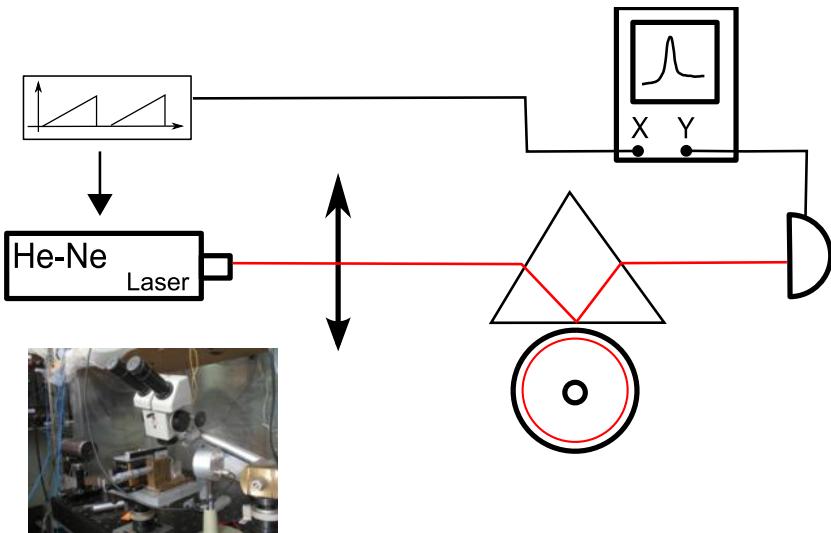


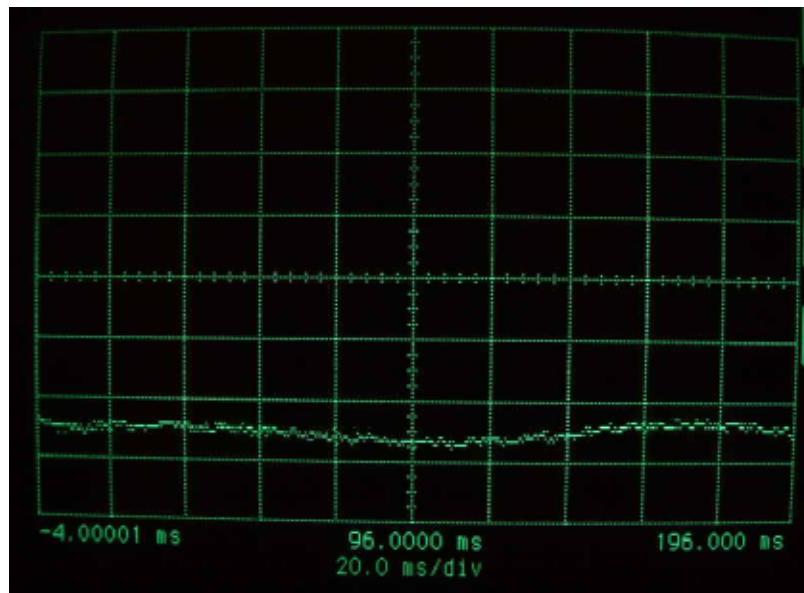
Рис. 18: Принципиальная схема экспериментальной установки и снимок установки

фа подавался сигнал с детектора, а на горизонтальную напряжение с пьезопакета лазера. По полуширине резонансных кривых определялась величина добротности.

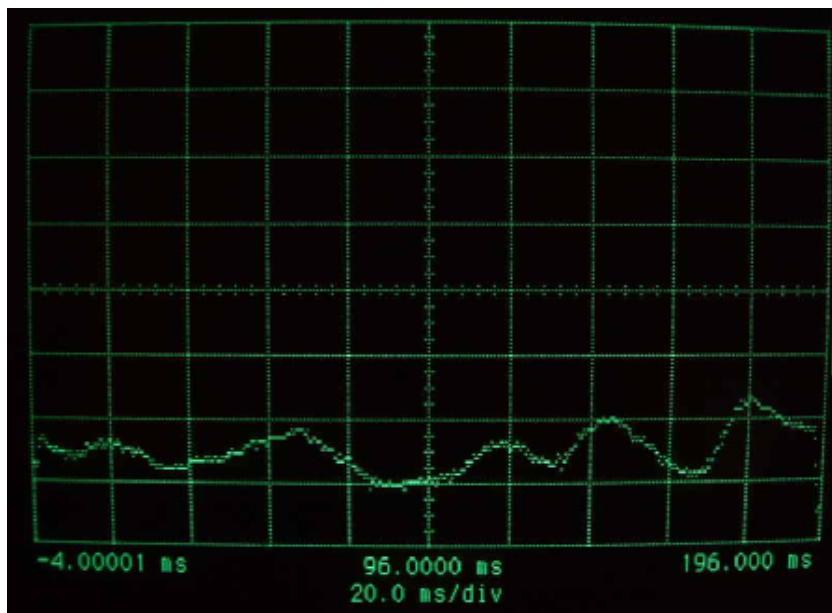
#### 4.4.3 Результаты экспериментальной части

Для двух образцов были проведены эксперименты. У первого, сделанного из плохого кварца, было получено максимальное значение добротности порядка  $10^6$ . Связано это с качеством материала, из которого был сделан образец и с несовершенной технологией полировки образующей.

Далее в качестве исходного материала был взят чистый плавленый кварц Ks-4V(аналог отечественной марки КУВи). Из него был изготовлен образец толщиной 150 мкм. Результаты эксперимента, проведённого с этим образцом, представлены на рисунке 19. На графике (A) представлена осциллограмма до возбуждения моды. На графике (B) наблюдаются поперечные моды, расстояние между которыми проблематично рассчитать вследствие технической сложности расчёта угла между плоскостью призмы и плоскостью резонатора. По полуширине резонансного



(A)



(B)

Рис. 19: Резонансные кривые

пика определяется значение добротности, максимальное значение которой в данном эксперименте составило  $3 \times 10^7$ .

Предположительно такое маленькое значение добротности связано с недостаточно тщательной промежуточной очисткой резонатора от корундовых порошков, вследствие которой оставшиеся на поверхности резонатора гранулы порошка повредили образующую при формировании образующей кислород-водородной микрогорелкой. При проведении эксперимента при рассмотрении образующей резонатора в микроскоп на его поверхности наблюдалась ярко светящаяся точка. Предположительно, это есть то самое место, повреждённое гранулой порошка, на котором рассеивалась часть энергии.

## 4.5 Основные результаты дипломной работы

1. Проведено сравнение точности расчета собственных частот эллиптических резонаторов различными методами.
2. Проведены оценки предполагаемой добротности дисковых резонаторов
3. Разработана методика создания дисковых резонаторов с МШГ из плавленого кварца.
4. Изготовлено 8 опытных образцов.
5. Проведено измерение добротности в двух образцах. Максимально измеренная добротность составила  $Q = 3 \times 10^7$  на длине волны  $\lambda = 0.63\text{мкм}$ .

## Список литературы

- [1] R. D. Richtmyer. Dielectric resonators. *J. Appl. Phys.*, 10:391–398, 1939.
- [2] M. L. Gorodetsky V. B. Braginsky and V. S. Ilchenko. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering gallery modes. *Phys. Lett. A*, 137:393–397, 1989.
- [3] A. A. Savchenkov M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko. Ultimate q of optical microsphere resonators. *Opt. Lett.*, 21:453–455, 1996.
- [4] H. Mabuchi E. W. Streed D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko and H. J. Kimble. High-q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared. *Opt. Lett.*, 23:247–249, 1998.
- [5] A.Savchenkov D.Strelkov V.Ilchenko L.Maleki I.Grudinin, A.Matsko. Ultra high q crystalline microcavities. *Opt. Comm.*, 265:33–38, 2006.
- [6] V.S. Ilchenko, A.A. Savchenkov, A.B. Matsko, and L. Maleki. Nonlinear optics and crystalline whispering gallery mode cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 92:043903, 2004.
- [7] K.J. Vahala T.J. Kippenberg. Fabrication and coupling to planar high-q silica disk microcavities. *Appl. Phys. Lett.*, 83:797–799, 2003.
- [8] S. M. Spillane D. K. Armani, T. J. Kippenberg and K. J. Vahala. Ultra-high-q toroid microcavity on a chip. *Nature*, 421:925–928, 2003.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, editor. *Handbook on mathematical functions*. Dover, New York, 1970.
- [10] J.B. Keller, S.I. Rubinow. Asymptotic solution of eigenvalue problem. *Ann. Phys.*, 9:24, 1960.

- [11] J.P. Barton. Effects of surface perturbations on the quality and the focused-beam excitation of microsphere resonators. *J.Opt.Soc.Am.A.*, 16, 1999.
- [12] M.E.Lines. Scattering losses in optic fiber materials. i. a new parametrization. *J. of Appl. Phys.*, 55:4052–4057, 1984.
- [13] И.Л.Фабелинский. *Молекулярное рассеяние света*. М.: Наука, 1965.