



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

кафедра физики колебаний

**УПРАВЛЯЕМОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ
ВЫСОКОДОБРОТНЫХ СТРУННЫХ
КВАРЦЕВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ**

Дипломная работа студента 6–го курса
Дмитриева Артемия Владимировича

Допущен к защите « » декабря 2008 года

Зав. кафедрой физики колебаний
д.ф.-м.н., профессор

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор

А.С. Логгинов

В.П. Митрофанов

Москва, 2008 г.

Содержание

1	Введение. Обзор литературы.	1
2	Теоретический анализ различных систем демпфирования.	4
2.1	Системы демпфирования с совмещенными сенсором и актюатором. . .	5
2.1.1	Демпфирование колебаний через промежуточный осциллятор. .	5
2.1.2	Демпфирование колебаний с использованием нанесенного на нить электрического заряда.	12
2.2	Система демпфирования с разделенными сенсором и актюатором. . . .	21
3	Описание установки и результаты экспериментов.	25
3.1	Модель кварцевого подвеса пробной массы и общая схема установки . .	25
3.2	Системы демпфирования с совмещенными сенсором и актюатором. . .	26
3.2.1	Демпфирование колебаний через промежуточный осциллятор. .	26
3.2.2	Демпфирование колебаний с использованием нанесенного на нить электрического заряда.	31
3.3	Система демпфирования с разделенными сенсором и актюатором. . . .	34
4	Результаты работы и выводы.	41
	Литература	42

1 Введение. Обзор литературы.

В настоящее время в прецизионных измерительных системах широко используются механические осцилляторы с высокой добротностью. В частности, для уменьшения теплового шума в подвесах пробных масс лазерных интерферометрических гравитационно-волновых антенн следующего поколения, например, Advanced LIGO, предполагается подвешивать пробные массы на тонких нитях, изготовленных из плавленого кварца [1]. Благодаря т.н. «струнному выигрышу» потери в струнных модах колебаний тонких натянутых нитей могут быть меньше собственных потерь в материале, из которого они изготовлены [2]. Добротность струнных мод колебаний тонких кварцевых нитей достигает величин порядка 10^8 при комнатной температуре [3]. Столь малая диссипация позволяет уменьшить тепловой шум таких систем до уровня стандартного квантового предела [4].

С использованием кварцевых нитей в качестве подвесов пробных масс гравитационно-волновых антенн связан ряд проблем. В частности, высокая добротность струнных мод подвеса может вызвать нестабильность работы следящей системы, контролирующей длины плеч интерферометра [5]; возникают неудобства, связанные с большим (несколько суток) временем затухания струнных колебаний кварцевых нитей подвесов.

Кроме того, в Advanced LIGO мощность оптического излучения, циркулирующего в плечах интерферометра, будет увеличена до $P \approx 830$ кВт. В [6] показано, что для такой мощности и высоких добротностей механических мод подвеса велика вероятность превышения порога энергии оптического поля в интерферометрах Фабри-Перо, при котором начинает проявляться эффект параметрической нестабильности интерферометров. Суть этого эффекта заключается в перераспределении энергии между оптической модой интерферометра с частотой ω_0 , в которой циркулирует большая мощность, и первоначально невозбужденных оптической (стоксовой) моды с частотой ω_1 и упругой моды колебаний одного из зеркал интерферометра с частотой ω_m при выполнении соотношения $\omega_1 \approx \omega_0 + \omega_m$. Это может привести к существенному уменьшению мощности, циркулирующей в моде с частотой ω_0 и к возбуждению недопустимых колебаний упругой моды с частотой ω_m .

Для исключения этих эффектов необходимо демпфировать колебания в подвесах пробных масс с внесением минимального дополнительного теплового шума (холодное демпфирование).

При демпфировании струнных мод колебаний кварцевых нитей возникают трудности осуществления эффективного взаимодействия тонкой оптически прозрачной непроводящей нити с системой демпфирования (например, с помощью электрических, магнитных или оптических полей). В частности, нанесение на нить проводя-

щего покрытия приводит к существенному уменьшению ее добротности.

Существующие системы демпфирования колебаний механических осцилляторов можно разделить на две основные группы:

1. Системы демпфирования с разделенными сенсором и актюатором. Это «классические» схемы, в которых колебания демпфируемых осцилляторов регистрируются сенсором, фильтруются, сдвигаются по фазе и подаются на актюатор силового воздействия. Примером может служить подробно описанный в [7] метод, в котором в качестве сенсора используется интерферометр Фабри-Перо с высокодобротным резонатором из плавленного кварца (резкость $F \approx 3,7 \cdot 10^4$). Силовое воздействие на образец осуществлялось с помощью светового давления модулированного по интенсивности лазерного луча. В результате авторам удалось уменьшить добротность первой акустической моды колебаний одного из зеркал резонатора с внесением незначительного дополнительного теплового шума.
2. Системы с совмещенными сенсором и актюатором. Одна из таких систем приведена в [8], где авторы предлагают использовать для демпфирования колебаний в зеркалах интерферометра Фабри-Перо давление света внутри резонатора. Уравнение движения зеркала в этом случае содержит запаздывающую оптическую жесткость, эквивалентную низкошумовому демпфированию. В работах [9], [10] были предложены системы демпфирования механических колебаний, в которых демпфируемый механический осциллятор (крутильные весы или пробная масса гравитационно-волновой антенны) связывался с электрическим контуром, содержащим активное сопротивление, на котором происходило рассеяние энергии. В [10] вблизи пробной массы размещалась пара гребенчатых электродов, емкость которых периодически изменялась при колебаниях пробной массы.

Целью данной работы является анализ и экспериментальная реализация систем холодного демпфирования колебаний механических осцилляторов применительно к высокодобротным струнным кварцевым осцилляторам. Рассматриваются три системы демпфирования, в которых кварцевая нить связывается с электрическим демпфирующим контуром:

- системы с совмещенными сенсором и актюатором:
 - с использованием промежуточного механического осциллятора — кварцевой пластинки — и гребенчатых электродов,

- с использованием нанесенного на нить поверхностного электрического заряда;
- система с разделенными сенсором (оптический датчик смещения) и актюатором (электроды, взаимодействующие с поверхностным электрическим зарядом, нанесенным на нить).

2 Теоретический анализ различных систем демпфирования.

В настоящей работе проанализированы системы демпфирования, в которых демпфируемый объект (кварцевая нить) связывается с электрическим контуром, на элементах которого происходит диссипация энергии. Общее уравнение для координаты $x(t)$ осциллятора, эквивалентного демпфируемой струнной моде колебаний кварцевой нити с частотой ω_ν ,

$$m_{eqv}\ddot{x} + H_0\dot{x} + k_{eqv}x = F_e(t, x, \dot{x}) + F_{fl_{H_0}}(t) + F_{fl_e}(t), \quad (1)$$

где m_{eqv} и k_{eqv} — соответственно эквивалентные масса и жесткость струны ($k_{eqv} = m_{eqv}\omega_\nu^2$), H_0 — эквивалентный коэффициент трения в струне, $F_e(t, x, \dot{x})$ и $F_{fl_e}(t)$ — соответственно регулярная и случайная составляющие силы, с которой актюатор воздействует на осциллятор, $F_{fl_{H_0}}(t)$ — случайная найквистовская сила, действующая на осциллятор со стороны термостата (мы полагаем, что нить находится в состоянии теплового равновесия с окружающей средой). Спектральная плотность последней определяется формулой Найквиста

$$S_{H_0}(\omega) = \frac{2}{\pi} k_b T_{H_0} H_0, \quad (2)$$

где T_{H_0} — температура, k_b — постоянная Больцмана.

Для всех рассматриваемых систем демпфирования уравнение (1) можно переписать в виде

$$m_{eqv}\ddot{x} + \beta\dot{x} + k_{eqv}x = F_{fl_{H_0}}(t) + F_{fl_f}(t). \quad (3)$$

Здесь $\beta = H_0 + H_e$, H_e — эквивалентный коэффициент трения, дополнительно вносимого в осциллятор демпфирующей системой. Основными интересующими нас параметрами являются вносимое дополнительное затухание

$$Q_e^{-1} = \frac{H_e \omega'_\nu}{k_{eqv}} \quad (4)$$

и эффективная шумовая температура осциллятора, которая определяется из соотношения

$$\frac{k_b T_{eff}}{k_{eqv}} = \langle x^2 \rangle = \int_0^\infty |K(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega, \quad (5)$$

где $K(\omega)$ — коэффициент передачи осциллятора (обобщенная восприимчивость), $S_F(\omega)$ — суммарная спектральная плотность действующих на осциллятор случайных сил. Для рассматриваемого случая

$$K(\omega) = \frac{1}{k_{eqv} - m_{eqv}\omega^2 + i\beta\omega}. \quad (6)$$

Заметим, что

$$\int_0^{\infty} \left| \frac{1}{k_{eqv} - m_{eqv}\omega^2 + i\beta\omega} \right|^2 d\omega = \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{m_{eqv}^2\omega^4 + (\beta^2 - 2m_{eqv}k_{eqv})\omega^2 + k_{eqv}^2} = \frac{\pi}{2k_{eqv}\beta}. \quad (7)$$

2.1 Системы демпфирования с совмещенным сенсором и актюатором.

2.1.1 Демпфирование колебаний через промежуточный осциллятор.

Общая схема представлена на рис. 1. Один из концов кварцевой нити подвеса приваривается к плоской кварцевой пластинке, которая, в свою очередь, приваривается к массивному основанию. Пластинка выполняет роль промежуточного механического осциллятора. Собственная частота одной из изгибных мод пластинки близка к частоте демпфируемой моды колебаний нити.

Связь кварцевой пластинки с демпфирующей системой — электрическим контуром — осуществляется с помощью неоднородного электрического поля, создаваемого гребенчатыми электродами, пластина с которыми (рис. 2) устанавливается вблизи кварцевой пластинки параллельно ей.

На электроды подается постоянное электрическое напряжение через резистор R . При колебаниях кварцевой пластинки изменяется емкость пары гребенчатых электродов, что приводит к возникновению тока перезарядки в электрическом контуре.

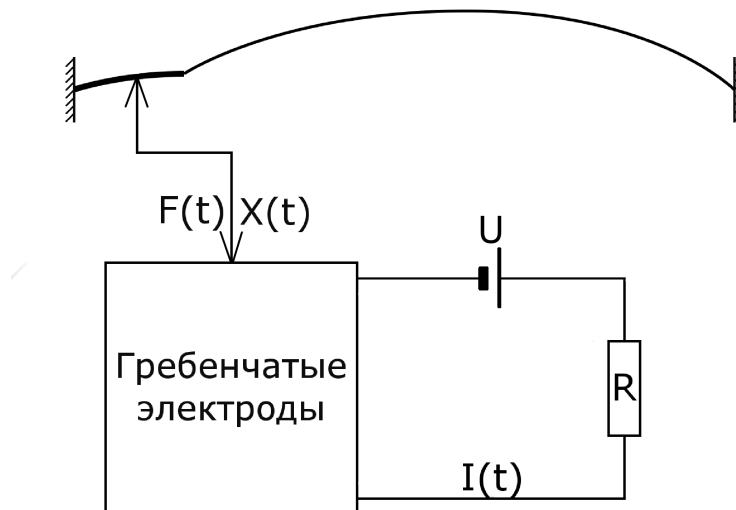


Рис. 1: Схема демпфирования через промежуточный осциллятор с совмещенным сенсором и актюатором.

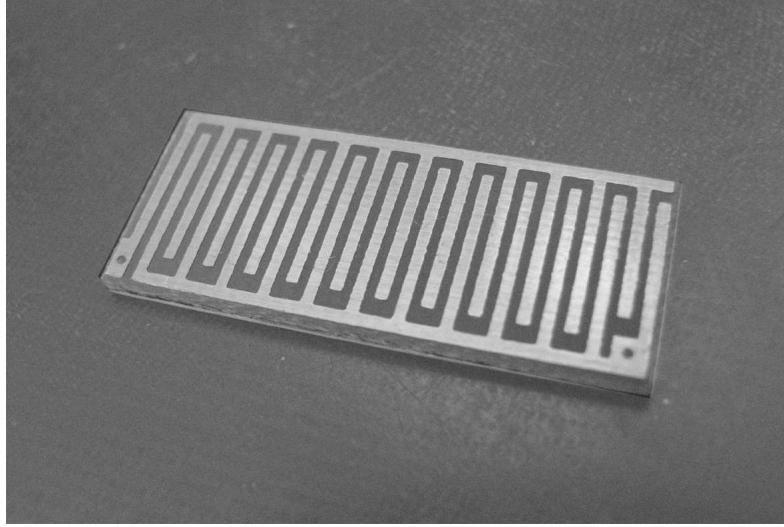


Рис. 2: Пластина с гребенчатыми электродами.

Энергия колебаний рассеивается на резисторе.

Коэффициент потерь, вносимых в механическую систему электрической подсистемой, и эффективная шумовая температура. Общее выражение для силы, действующей со стороны гребенчатого электрода на диэлектрическую пластинку [11]

$$F = \frac{1}{2} \left| \frac{dC}{dx} \right| U^2, \quad (8)$$

где C - емкость электродов, x - расстояние между электродами и кварцевой пластинкой, U - напряжение на электродах.

Для системы, в которой конденсатор образован плоским электродом и проводящим покрытием, нанесенным на механический осциллятор (рис. 3), т.е. в случае плоского конденсатора, это соотношение также справедливо. Поэтому выражения для коэффициента вносимых в механическую подсистему потерь и для спектральной плотности флуктуационной силы, действующей на механическую подсистему и обусловленную тепловым шумом на сопротивлении R , будут аналогичны формулам, полученным при рассмотрении системы, показанной на рис. 3. Расчет этих величин был выполнен, например, в [12]:

$$Q_e^{-1} = \left(\frac{U_0}{\sqrt{2}d_0} \right)^2 \frac{RC_0^2\omega_0}{k_{eqv}} \frac{1 + (\omega_0 RC_1)^2 - (pRC_1)^2}{[1 + (pRC_1)^2][1 + (p + \omega_0)^2 R^2 C_1^2][1 + (p - \omega_0)^2 R^2 C_1^2]}, \quad (9)$$

$$S_F(\Omega) = 4k_B T_R \frac{U_0^2 RC_0^2}{2d_0^2} \frac{1 + (\Omega RC_1)^2 + (pRC_1)^2}{[1 + (pRC_1)^2][1 + (p + \Omega)^2 R^2 C_1^2][1 + (p - \Omega)^2 R^2 C_1^2]}. \quad (10)$$

Здесь $C_1 = C_0 + C_S$, $d = d_0 + x$, d_0 и C_0 - соответственно расстояние между обкладками и емкость конденсатора C , когда осциллятор находится в положении равновесия,

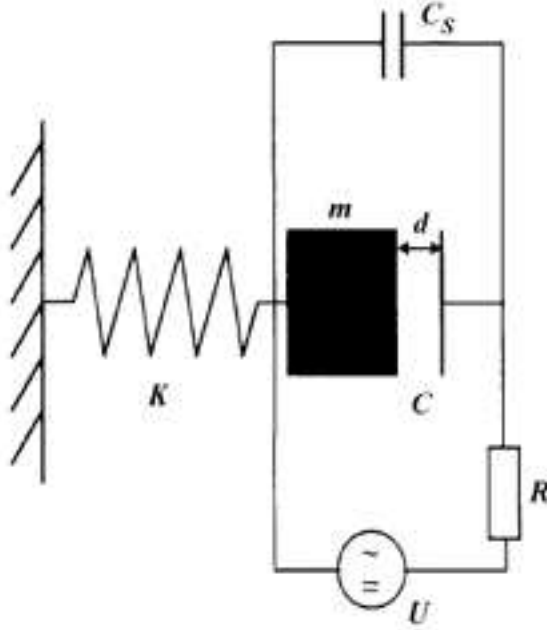


Рис. 3: Эквивалентная система с плоским конденсатором

$U = U(t) = U_0 e^{ipt}$. Для $U = U_0 = const$ получаем

$$Q_e^{-1} = \frac{U^2 R C_0^2 \omega_0}{4d^2 k_{eqv}}, \quad (11)$$

$$T_{eff} = \frac{T_{H_0} H_0 + T_R \frac{U^2 R C_0^2}{4d^2}}{H_0 + \frac{U^2 R C_0^2}{4d^2}}, \quad (12)$$

где T_{eff} — эффективная шумовая температура механического осциллятора, T_{H_0} и T_R — соответственно температуры механического осциллятора и электрического сопротивления.

Расчет отношения коэффициентов потерь для мод кварцевой нити и пластинки. Одним из основных параметров рассматриваемой механической системы является отношение изменений декрементов затухания первой гармоники струнной моды нити и изгибной моды пластинки $\alpha = \partial Q_v^{-1} / \partial Q_p^{-1}$. В экспериментальной установке частоты этих мод достаточно близки ($f_p = 779$ Гц и $f_v = 910$ Гц). Поэтому для теоретического расчета был использован следующий алгоритм: сначала была рассчитана компонента силы, действующей со стороны струны на пластинку в точке соединения в направлении, перпендикулярном плоскости пластинки; далее был произведен расчет энергии колебаний пластинки под действием этой силы. Наконец, из соотношения энергий, запасенных в струне и в пластинке, был рассчитан искомый коэффициент.

Колебания нити. Рассмотрим случай, когда в системе возбуждена вторая струнная мода кварцевой нити с частотой ω_v . Рассматривая кварцевую нить как гибкую струну и пренебрегая движением точки закрепления струны на пластинке, колебания нити можно описать выражением

$$y(x, t) = A_0 \sin \frac{\omega_v}{c} x \cos \omega_v t, \quad (13)$$

где A_0 — максимальная амплитуда колебаний нити, $c = \sqrt{T/\varepsilon}$ — скорость распространения возмущений в струне, T — сила натяжения нити, ε — линейная плотность нити, ось Ox направлена вдоль струны в положении равновесия, $y(x, t)$ — смещение точек струны относительно положения равновесия. Тогда угол наклона струны в точке $x = 0$ определяется выражением

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A_0 \omega_v}{c} \cos \omega_v t, \quad (14)$$

и выражение для проекции на ось Oy силы, с которой нить действует на пластинку, будет иметь вид

$$F_y = T \sin \theta_1 \simeq T \operatorname{tg} \theta = A_0 \omega_v \sqrt{T \varepsilon} \cos \omega_v t. \quad (15)$$

Энергия колебаний нити [13]

$$W_v = A_0^2 \frac{l_v \varepsilon \omega_v^2}{4}, \quad (16)$$

где l_v — длина нити.

Энергия колебаний и механический импеданс пластинки. При рассмотрении взаимодействия кварцевой нити и плоской кварцевой пластинки последнюю можно рассматривать как жесткий стержень, заделанный на одном конце и свободный на другом. Известно [13], что нормальные частоты изгибных мод такого стержня даются выражением

$$\omega_n = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{Y \kappa^2}{\rho}} \beta_n^2, \quad (17)$$

где l — длина стержня, Y и ρ — соответственно модуль Юнга и плотность материала, из которого изготовлен стержень, κ — радиус инерции стержня, для стержня прямоугольного сечения толщиной a равный $a/\sqrt{12}$, β_n — корни уравнения

$$\operatorname{ch}(\pi\beta) \cos(\pi\beta) = -1. \quad (18)$$

Расчет дает $\beta_1 = 0,597$, $\beta_2 = 1,494$, $\beta_m \simeq m - \frac{1}{2}$ (для $m > 2$). Таким образом, $\omega_2 = 6,267\omega_1$, и при рассмотрении нашего случая ($\omega_v/\omega_1 \sim 1$) достаточно ограничиться основной изгибной модой колебаний стержня с частотой $\omega_p = \omega_1$. Собственная функция, соответствующая частоте ω_n , имеет вид [13]

$$\psi_n = a_n \left[\operatorname{ch} \left(\frac{\pi \beta_n x}{l} \right) - \cos \left(\frac{\pi \beta_n x}{l} \right) \right] + b_n \left[\operatorname{sh} \left(\frac{\pi \beta_n x}{l} \right) - \sin \left(\frac{\pi \beta_n x}{l} \right) \right], \quad (19)$$

где $a_1 = 0,707$, $b_1 = -0,518$. Коэффициенты a_n и b_n выбираются таким образом, чтобы выполнялись соотношения

$$\int_0^l \psi_m(x)\psi_n(x)dx = \begin{cases} 0, m \neq n; \\ \frac{l}{2}, m = n. \end{cases} \quad (20)$$

Отметим, что при такой нормировке собственной функции

$$\psi_n(l) = (-1)^{n-1}\sqrt{2}. \quad (21)$$

Вид собственной функции для первой моды нормальных колебаний показан на рис. 4. Если в стержне возбуждена изгибная мода, то движение точек стержня можно

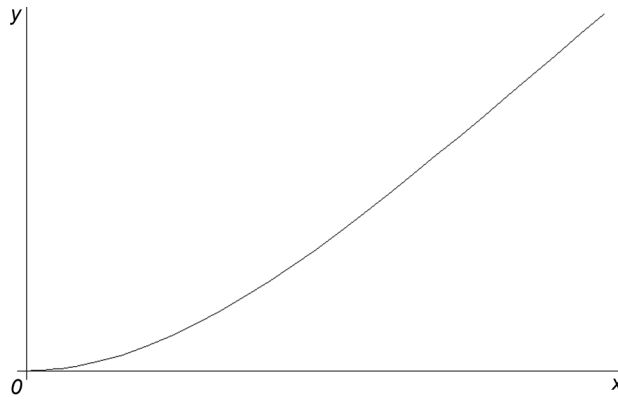


Рис. 4: Форма колебаний изгибной моды стержня

записать с учетом (21) как

$$y(x, t) = \frac{A_1}{\sqrt{2}}\psi_1(x) \cos(\omega_p t + \Phi_1), \quad (22)$$

где A_1 — амплитуда колебаний точки стержня, в которой закреплена струна.

Полная энергия колебаний стержня есть [13]

$$W = \frac{1}{2}\rho S \int_0^l \left[\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{Y\kappa^2}{\rho} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx, \quad (23)$$

где S — площадь сечения стержня. Подставляя (22) в (23), получим

$$W_p = \frac{1}{2}\rho S \left[\frac{A_1^2 \omega_p^2}{2} \sin^2(\omega_p t + \Phi_1) \int_0^l \psi_1^2(x) dx + \frac{Y\kappa^2 A_1^2}{2\rho} \cos^2(\omega_p t + \Phi_1) \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} \right)^2 dx \right]. \quad (24)$$

Распишем второй интеграл из этого выражения, учитывая, что $\frac{\partial^4 \psi_1}{\partial x^4} = \left(\frac{\pi\beta_1}{l}\right)^4 \psi_1$:

$$\begin{aligned} \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2}\right)^2 dx &= \left[\frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} \right] \Big|_0^l - \left[\psi_1 \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial x^3} \right] \Big|_0^l + \int_0^l \psi_1 \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial x^4} dx = \\ &= \left(\frac{\pi\beta_1}{l}\right)^4 \int_0^l \psi_1^2(x) dx = \left(\frac{\pi\beta_1}{l}\right)^4 \frac{l}{2} = \frac{\pi^4}{2l^3} \frac{\omega_p^2 l^4 \rho}{\pi^4 Y \kappa^2} = \frac{\omega_p^2 \rho l}{2Y \kappa^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Для энергии колебаний стержня имеем

$$W_p = \frac{1}{2} \rho S \left[\frac{A_1^2 \omega_p^2 l}{2} \frac{l}{2} \sin^2(\omega_p t + \Phi_1) + \frac{Y \kappa^2 A_1^2}{2\rho} \frac{\omega_p^2 \rho l}{2Y \kappa^2} \cos^2(\omega_p t + \Phi_1) \right] = \frac{\omega_p^2 \rho S l A_1^2}{8}. \quad (26)$$

Данную формулу можно переписать в виде

$$W_p = \frac{m_{eqv} \omega_p^2 A_1^2}{2}, \quad (27)$$

где

$$m_{eqv} = \frac{\rho S l}{4} \quad (28)$$

есть эквивалентная масса стержня, т.е. масса эквивалентного гармонического осциллятора с частотой колебаний, равной ω_p , энергией, равной W_p и амплитудой, равной амплитуде колебаний стержня A_1 в точке, в которой к стержню прикреплена струна. Жесткость такого эквивалентного осциллятора будет равна $k_{eqv} = \omega_p^2 m_{eqv}$. Подставляя выражение для частоты (17), получим

$$k_{eqv} = \frac{\pi^4 S Y \kappa^2 \beta_1^4}{4l^3}. \quad (29)$$

Механический импеданс эквивалентного осциллятора (то есть импеданс стержня для случая гармонической силы с частотой ω , действующей на него в точке соединения стержня и струны) равен (мы не учитываем потери в стержне; рассматривается нерезонансный случай).

$$Z_m = -i \left(\omega m_{eqv} - \frac{k_{eqv}}{\omega} \right) = i m_{eqv} \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega} \right) = \frac{i \pi \rho S l}{2} \left(\frac{\nu^2 - \nu_p^2}{\nu} \right). \quad (30)$$

Вынужденные колебания пластинки. Зная механический импеданс стержня (30) и прикладываемую к нему силу (15), можно записать выражения для скорости и смещения конца стержня:

$$\dot{y}(t, x = l) = \frac{F_y}{Z_m} = \frac{A_0 \omega_v^2 \sqrt{T} \varepsilon}{i m_{eqv} (\omega_v^2 - \omega_p^2)} e^{i \omega_v t} \quad (31)$$

$$y(t, x = l) = \frac{\dot{y}(t, x = l)}{-i \omega_v} = \frac{A_0 \omega_v \sqrt{T} \varepsilon}{m_{eqv} (\omega_v^2 - \omega_p^2)} e^{i \omega_v t} \quad (32)$$

Амплитуда колебаний точки соединения пластинки и нити A_1 связана с максимальной амплитудой колебаний в струне A_0 следующим образом:

$$A_1 = \frac{\omega_v \sqrt{T\varepsilon}}{m_{eqv}(\omega_v^2 - \omega_p^2)} A_0. \quad (33)$$

Энергия колебаний стержня

$$W_p = \frac{m_{eqv} \omega_v^2 A_1^2}{2} = A_0^2 \frac{T\varepsilon}{2m_{eqv}} \frac{\omega_v^4}{(\omega_v^2 - \omega_p^2)^2}. \quad (34)$$

Отношение коэффициентов потерь в пластинке и струне. Добротность рассматриваемых мод для нити и пластинки по определению равняется, соответственно,

$$Q_v = \frac{\omega_v W_v}{P_v(\omega_v)} \quad (35)$$

и

$$Q_p = \frac{\omega_p W_p}{P_p(\omega_p)}, \quad (36)$$

где $P_v(\omega)$ и $P_p(\omega)$ — мощности потерь в струне и пластинке соответственно. Будем считать, что затухание колебаний в нити вызывается исключительно оттоком энергии в пластинку, т.е. что внутренние механизмы диссипации в струне отсутствуют, и $P_v(\omega) \equiv P_p(\omega)$. Такое приближение возможно, поскольку добротность первой гармоники струнной моды нити превышает добротность изгибной моды пластинки приблизительно на один порядок величины (см. раздел 3.2.1). Также, поскольку $f_v/f_p \sim 1$, предположим, что мощность потерь в пластинке на обеих частотах одинакова: $P_p(\omega_p) = P_p(\omega_v)$. Из сделанных предположений следует, что

$$P_v(\omega_v) = P_p(\omega_p), \quad (37)$$

и, разделив (36) на (35), получим выражение для отношения коэффициентов потерь

$$\alpha = Q_v^{-1}/Q_p^{-1} = \frac{\omega_p W_p}{\omega_v W_v}. \quad (38)$$

Наконец, воспользовавшись соотношениями для энергий (16) и (34) (мы считаем, что энергия колебаний стержня на частотах ω_v и ω_p имеет одинаковую зависимость от амплитуды колебаний), окончательно получим

$$\alpha_{theor} = \frac{2T}{l_v m_{eqv}} \frac{\omega_v \omega_p}{(\omega_v^2 - \omega_p^2)^2}. \quad (39)$$

Определение отношения коэффициентов потерь из экспериментальных данных. В экспериментах определялись времена затухания для системы, в которой возбуждались колебания на какой-либо из рассматриваемых нормальных частот

(соответствующих изгибной моде пластинки и первой гармонике струнной моды нити) как при наличии, так и при отсутствии внешнего постоянного электрического поля, подаваемого на гребенчатые электроды. Запишем выражения для коэффициентов потерь (обратных добротностей) для этих случаев в следующем виде:

$$Q_p^{-1} = Q_{p0}^{-1}, \quad (40a)$$

$$Q_v^{-1} = Q_{v0}^{-1} + \alpha Q_p^{-1}, \quad (40b)$$

$$\tilde{Q}_p^{-1} = Q_{p0}^{-1} + Q_{pE}^{-1}, \quad (40c)$$

$$\tilde{Q}_v^{-1} = Q_{v0}^{-1} + \alpha \tilde{Q}_p^{-1}. \quad (40d)$$

Величины, стоящие в левых частях этих уравнений, определяются экспериментально. Q_p^{-1} и Q_v^{-1} обозначают коэффициенты потерь для пластинки и нити соответственно в случае отсутствия электрического поля, аналогичные символы с «волной» относятся к случаю поданного на гребенчатые электроды постоянного напряжения. Через Q_{p0} и Q_{v0} обозначены коэффициенты собственных потерь в пластинке и нити; через Q_{pE} — коэффициент потерь в пластинке, связанный с демпфированием ее колебаний электрическим полем. Разрешая эту систему относительно четырех неизвестных, стоящих в правых частях уравнений, для коэффициента α получим выражение

$$\alpha_{exp} = \frac{\tilde{Q}_v^{-1} - Q_v^{-1}}{\tilde{Q}_p^{-1} - Q_p^{-1}}. \quad (41)$$

2.1.2 Демпфирование колебаний с использованием нанесенного на нить электрического заряда.

Для осуществления данного способа демпфирования колебаний кварцевой нити в некоторую точку нити, расположенную между двумя плоскими электродами, наносится поверхностный электрический заряд. Время релаксации заряда на поверхности плавленого кварца в вакууме превышает 3 года [14]. Общая схема представлена на рис. 5. Электрическое поле заряда при колебаниях нити индуцирует переменный ток в цепи электродов и рассеяние энергии на резисторе R .

Расчет затухания с использованием вспомогательной емкости. Пусть заряд q_0 движется в пространстве между плоскими электродами площадью S перпендикулярно им с амплитудой A (см. рис. 6). Введем вспомогательную емкость $C_z = \varepsilon_0 \frac{S}{A}$, включенную последовательно между конденсаторами $C_p = \varepsilon_0 \frac{2S}{b-a} \simeq \varepsilon_0 \frac{2S}{b}$, где b — расстояние между электродами. При замкнутой накоротко линии выполняется соотношение $\frac{q_0}{C_z} = \frac{2q_p}{C_p}$, где q_p — заряд на обкладках каждого из конденсаторов C_p . Таким образом,

$$q_p = q_0 \frac{A}{b} \quad (42)$$

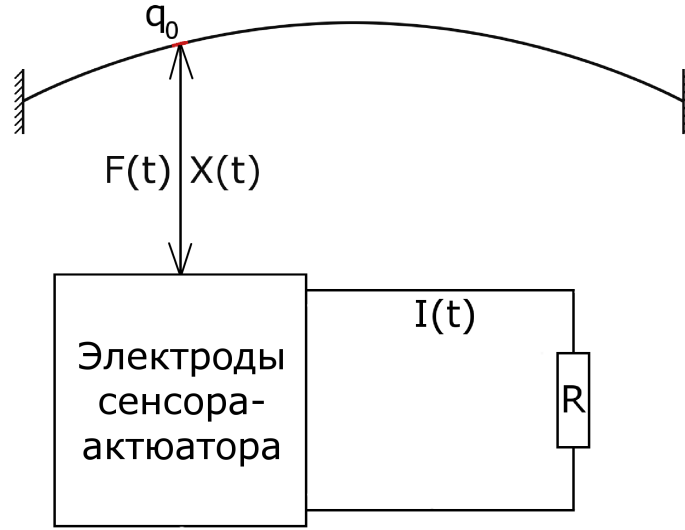


Рис. 5: Схема демпфирования с совмещенными сенсором и актюатором с использованием нанесенного на нить электрического заряда.

Представим теперь рассматриваемую систему как источник тока

$$I = q_0 \frac{A}{b} i\omega_0 e^{i\omega_0 t}, \quad (43)$$

включенный параллельно сопротивлению R и емкости C . Здесь ω_0 — круговая частота механического осциллятора. Мощность потерь на сопротивлении

$$P = \frac{R|I_R|^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{A}{b} q_0 \right)^2 \frac{R\omega_0^2}{1 + \omega_0^2 C^2 R^2}, \quad (44)$$

где I_R — ток, текущий через сопротивление R . Полную энергию системы можно записать как

$$W = \frac{k_{eqv} A^2}{2}, \quad (45)$$

где k_{eqv} — эквивалентная жесткость осциллятора. Считая рассеяние энергии на сопротивлении единственным механизмом потерь в рассматриваемой системе, можно записать затухание осциллятора как

$$Q^{-1} = \frac{P}{\omega_0 W} = \frac{q_0^2}{b^2 k_{eqv}} \frac{\omega_0 R}{1 + \omega_0^2 C^2 R^2}. \quad (46)$$

Затухание, вносимое в осциллятор, максимально при $\omega_0^2 C^2 R^2 = 1$, т.е.

$$R_{opt} = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (47)$$

При этом

$$Q^{-1} = Q_{max}^{-1} = \frac{q_0^2}{b^2 k_{eqv}} \frac{1}{2C}. \quad (48)$$

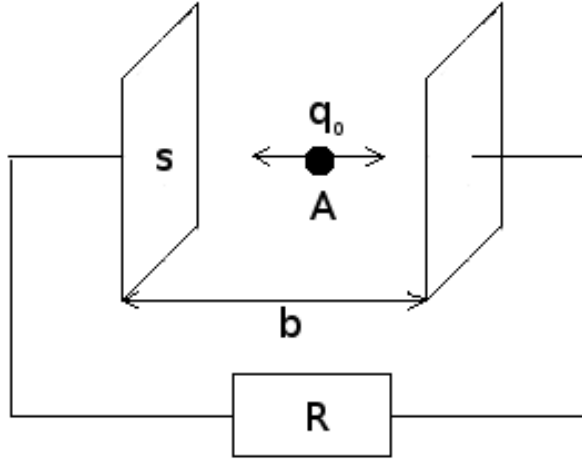


Рис. 6: Заряд между электродами.

Расчет затухания с использованием соотношения Рамо—Шокли. Запишем соотношение Рамо—Шокли, обобщенное на случай высокоимпедансного внешнего включения[15]:

$$RC \frac{dI}{dt} + I = \frac{q_0 v}{b}, \quad (49)$$

где $v = v(t) = \dot{x}(t)$ — скорость движения механического осциллятора между электродами.

Считая $x = Ae^{i\omega_0 t}$, $v = i\omega_0 A e^{i\omega_0 t}$, $I = I_0 e^{i\omega_0 t}$, получим

$$|I_0|^2 = \left(\frac{A}{b} q_0 \right)^2 \frac{\omega_0^2}{1 + \omega_0^2 C^2 R^2}. \quad (50)$$

Дальнейший расчет полностью совпадает с приведенным в предыдущем разделе и приводит к тем же результатам (46), (48).

Решение системы уравнений для колебаний заряда между электродами в приближении отсутствия искажений электрического поля нанесенным зарядом. Систему уравнений для механического заряженного точечного осциллятора между электродами можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} I(t) + R_n C \dot{I}(t) = \frac{q_0 \dot{x}(t)}{b}, \\ m \ddot{x}(t) + kx(t) = -\frac{q_0 R_n I(t)}{b}. \end{cases} \quad (51)$$

Здесь $x(t)$ и $I(t)$ — координата механического осциллятора и ток в цепи электродов соответственно, q_0 — величина заряда на осцилляторе, b — расстояние между электродами, R_n и C — соответственно сопротивление и емкость в цепи, m — эквивалентная масса осциллятора, k — его эквивалентная жесткость.

Исключая $I(t)$, получим

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + (\omega_0^2 \tau + \gamma) \dot{x} + \tau \ddot{x} = 0, \quad (52)$$

где введены обозначения $\omega_0^2 = k/m$, $\tau = R_n C$ и $\gamma = \frac{q_0^2 R_n}{b^2 m}$.

Это уравнение допускает точное решение. Перепишем его в виде

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + (\omega_0^2 + \Gamma^2) x + \delta \omega_0^2 x = 0, \quad (53)$$

здесь $\delta = 1/\tau$, $\Gamma^2 = \gamma\delta = \frac{q_0^2}{b^2 m C}$. Заметим, что в случае $\gamma = 0$ ФСР этого уравнения имеет простой вид

$$x(t) = \{e^{-\delta t}, e^{i\omega_0 t}, e^{-i\omega_0 t}\}. \quad (54)$$

Для $\gamma \neq 0$ корни соответствующего уравнения на собственные значения λ (решения ищутся в виде $e^{\lambda t}$) можно найти, используя формулу Кардано:

$$\lambda_1 = -\frac{\delta}{3} - \frac{2^{1/3} (-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))}{3 \left(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2 + \sqrt{(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2)^2 + 4(-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))^3} \right)^{1/3}} + \frac{\left(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2 + \sqrt{(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2)^2 + 4(-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))^3} \right)^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3}}, \quad (55a)$$

$$\lambda_{2,3} = -\frac{\delta}{3} + \frac{(1 \pm i\sqrt{3})(-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))}{3 \cdot 2^{1/3} \left(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2 + \sqrt{(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2)^2 + 4(-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))^3} \right)^{1/3}} - \frac{(1 \mp i\sqrt{3}) \left(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2 + \sqrt{(9\Gamma^2\delta - 2\delta^3 - 18\delta\omega_0^2)^2 + 4(-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))^3} \right)^{1/3}}{6 \cdot 2^{1/3}}. \quad (55b)$$

Число действительных значений λ (и, соответственно, наличие или отсутствие осцилляторных решений исследуемого уравнения) определяется знаком дискриминанта

$$D = \frac{1}{729} (-\delta^2 + 3(\Gamma^2 + \omega_0^2))^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{2\delta^3}{27} + \delta\omega_0^2 - \frac{1}{3}\delta(\Gamma^2 + \omega_0^2) \right)^2. \quad (56)$$

Если $D \leq 0$, то все решения действительны. Колебания в системе могут наблюдаться при условии $D > 0$, т.е. когда

$$4\Gamma^6 + 12\Gamma^4\omega_0^2 + 4\delta^4\omega_0^2 + 12\Gamma^2\omega_0^4 + 8\delta^2\omega_0^4 + 4\omega_0^6 > \Gamma^4\delta^2 + 20\Gamma^2\delta^2\omega_0^2. \quad (57)$$

В этом случае λ_1 действительно, а λ_2 и λ_3 комплексны.

Если $q_0 = 10^{-10}$ Кл, $b = 10^{-3}$ м, $m = 6,61 \cdot 10^{-6}$ кг, $C = 10^{-11}$ Ф, то $\Gamma \simeq 12,3$ с $^{-1}$. Пусть $\omega_0 = 2\pi \cdot 910 \simeq 5,717 \cdot 10^3$ с $^{-1}$. При таком выборе параметров $D > 0$ для любого значения δ (рис. 7). На рис. 8, 9 приведены графики зависимостей действительной и мнимой частей λ_2 от δ .

Вносимое в осциллятор затухание, очевидно, есть

$$Q^{-1} = -\frac{2\text{Re}\lambda_2}{\text{Im}\lambda_2}. \quad (58)$$

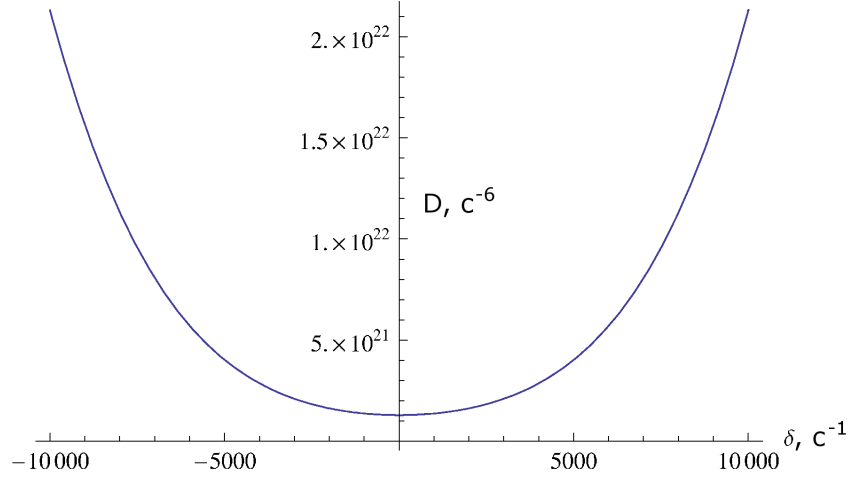


Рис. 7: Зависимость дискриминанта D от параметра δ .

Зависимость Q^{-1} от δ представлена на рис. 10. Эта зависимость мало отличается от зависимости, полученной из предположений об отсутствии обратного динамического влияния электрического контура на осциллятор, которую можно представить в виде

$$Q^{-1} = \frac{\Gamma^2}{\delta\omega_0 \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\delta^2}\right)}. \quad (59)$$

На рис. 11 показаны графики зависимостей $Q^{-1}(\delta)$ вблизи максимума, рассчитанные с использованием выражений (59) (пунктирная кривая) и (58).

Таким образом, для расчета затухания при текущих параметрах установки допустимо пользоваться зависимостью (59).

Для сравнения рассмотрим поведение осциллятора при $\Gamma = 1230 \text{ c}^{-1}$ и $\omega_0 = 100 \text{ c}^{-1}$. В этом случае имеется область значений δ , в которой $D < 0$ (рис. 12). Зависимости вносимого в осциллятор затухания Q^{-1} от δ , рассчитанные по формулам (59) (пунктирная кривая) и (58) представлены на рис. 13. В этом случае использование (59) для расчета затухания является приемлемым только при достаточно больших значениях δ .

Учет вносимых нанесенным зарядом искажений поля. Уравнение движения заряженного осциллятора между электродами можно записать в виде

$$m\ddot{x} + kx = q_0 E_x, \quad (60)$$

где $E_x = |E(x, 0, 0)|$ — величина напряженности поля в точке, в которой находится осциллятор.

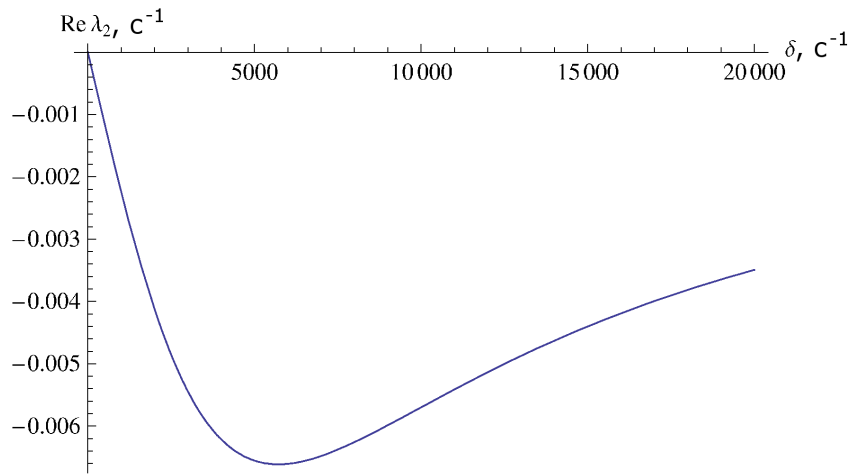


Рис. 8: Зависимость $\text{Re } \lambda$ от δ .

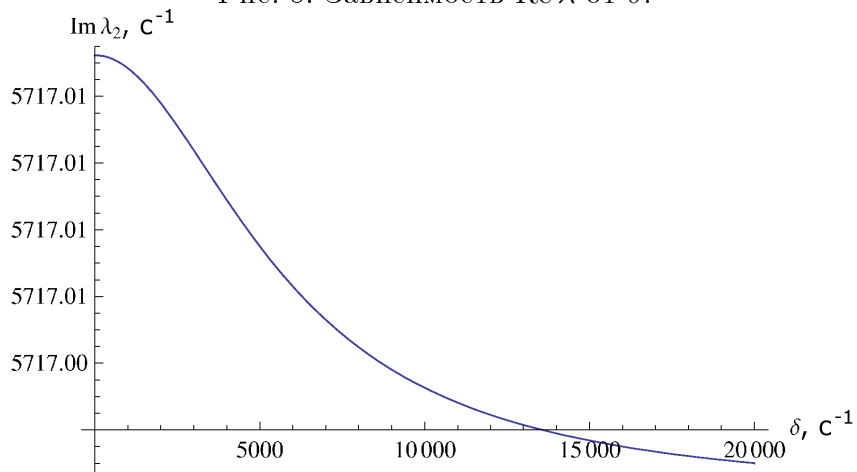


Рис. 9: Зависимость $\text{Im } \lambda$ от δ .

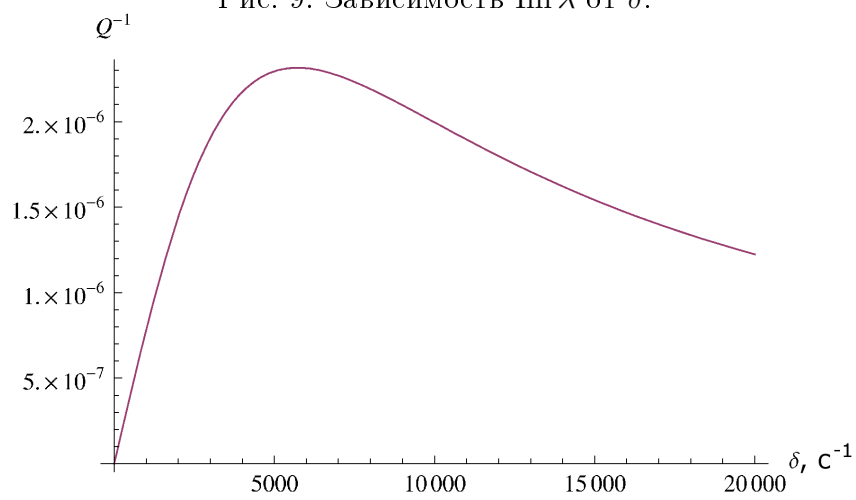


Рис. 10: Зависимость величины потерь Q^{-1} от δ .

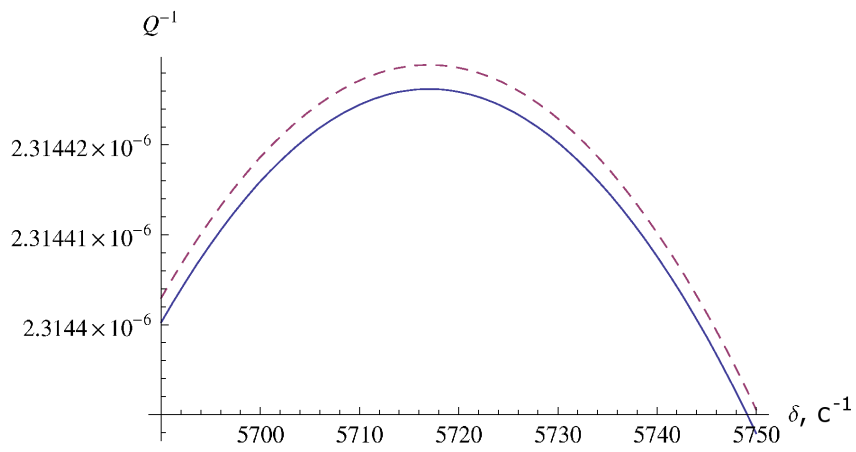


Рис. 11: Зависимость величины потерь Q^{-1} от δ .

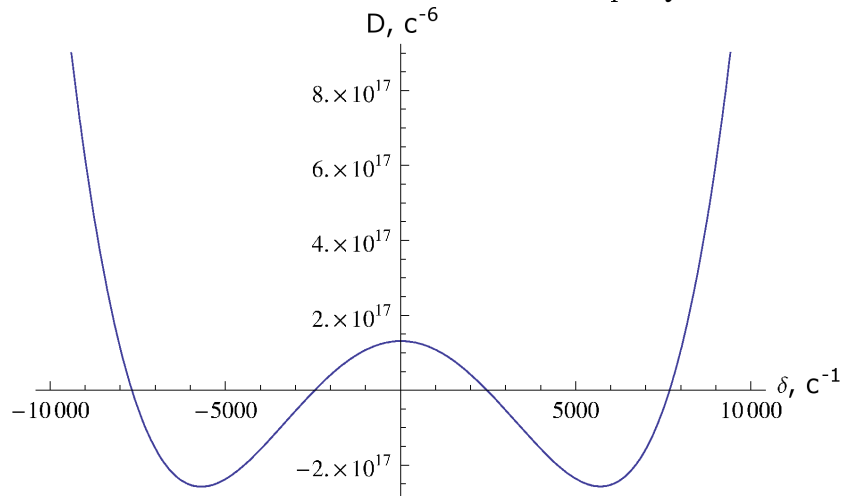


Рис. 12: Зависимость дискриминанта D от параметра δ .

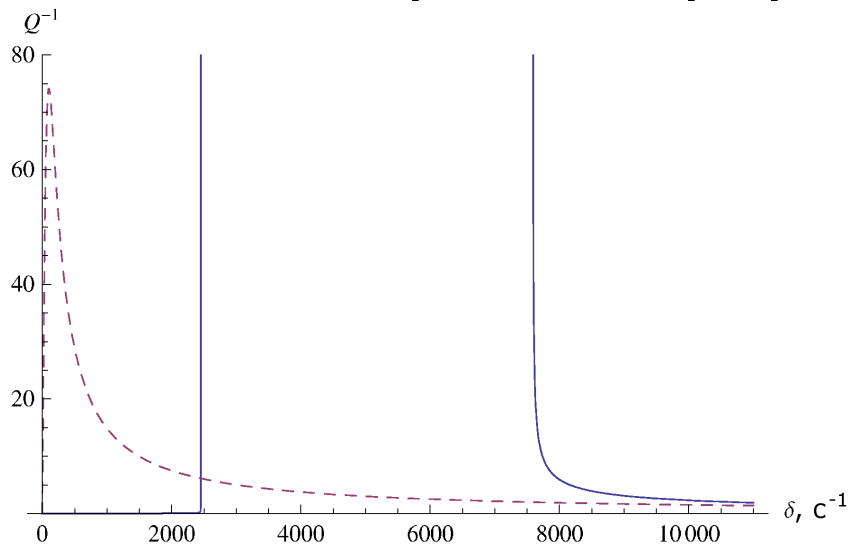


Рис. 13: Зависимость величины потерь Q^{-1} от δ .

Считая, что для рассматриваемой области существует интегральное представление решения уравнения Лапласа через функцию Грина, запишем напряженность поля в точке $(x, 0, 0)$ в виде

$$E_x = E_{el} + E_o^{(R)} + E_e^{(R)} + E_o^{(L)} + E_e^{(L)}, \quad (61)$$

где $E_{el} = -\frac{V}{b} = -\frac{R}{b}I$ — напряженность поля, создаваемая разностью потенциалов между электродами V , I — ток в электрической цепи, R — ее сопротивление, а $E_o^{(R)} + E_e^{(R)} + E_o^{(L)} + E_e^{(L)}$ — напряженность, связанная с распределением поля самого заряда между электродами, которую мы ищем в виде суммы электростатических отображений заряда в плоскостях электродов. Составляющие этой напряженности можно записать следующим образом:

$$E_o^{(L)} = -\frac{q_0}{b^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}, \quad (62a)$$

$$E_e^{(L)} = -\frac{q_0}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2}, \quad (62b)$$

$$E_o^{(R)} = q_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{((2n+1)b - 2x)^2}, \quad (62c)$$

$$E_e^{(R)} = q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2nb - 2x)^2}, \quad (62d)$$

или

$$E^{(L)} = E_o^{(L)} + E_e^{(L)} = -\frac{q_0}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad (63a)$$

$$E^{(R)} = E_o^{(R)} + E_e^{(R)} = \frac{q_0}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + \alpha)^2}, \quad (63b)$$

где $\alpha = -2x/b$, $|\alpha| \ll 1$. Вычисляя суммы рядов, получим

$$E^{(L)} = -\frac{q_0}{b^2} \frac{\pi^2}{6}, \quad (64a)$$

$$E^{(R)} = \frac{q_0}{b^2} \frac{d^2}{d\alpha^2} \ln \Gamma(\alpha + 1) = \frac{q_0}{b^2} \psi_1(\alpha + 1). \quad (64b)$$

Здесь $\psi_1(z) = \frac{d^2}{dz^2} \ln \Gamma(z)$ — так называемая тригамма-функция. Ее график в окрестности $z = 1$ приведен на рис. 14.

Таким образом, уравнение движения осциллятора принимает вид

$$m\ddot{x} + kx = \frac{q_0^2}{b^2} \left(\psi_1 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right) - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{q_0 R}{b} I. \quad (65)$$

Уравнение для силы тока в контуре определяется обобщенным соотношением Рамо—Шокли:

$$I + RC\dot{I} = \frac{q_0 \dot{x}}{b}, \quad (66)$$

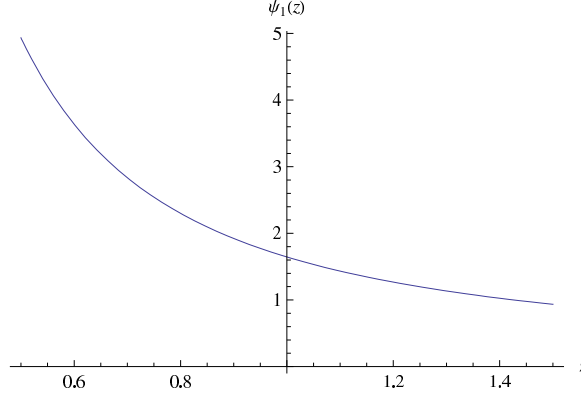


Рис. 14: Триграмма-функция.

где C — емкость электрической цепи.

Исключая из уравнений (65) и (66) ток I , получим

$$\ddot{x} + \delta\ddot{x} + [\Gamma^2 + \omega_0^2] \dot{x} + \delta\omega_0^2 x + \frac{\Gamma^2}{R} \left[\frac{\pi^2}{6} - \psi_1 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right) \right] + \frac{2\Gamma^2 C}{b} \psi_2 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right) \dot{x} = 0, \quad (67)$$

где введены обозначения $\omega_0^2 = k/m$, $\delta = \frac{1}{RC}$, $\Gamma^2 = \frac{q_0^2}{b^2 m C}$, $\psi_2(z) = \frac{d}{dz} \psi_1(z) = \frac{d^3}{dz^3} \ln \Gamma(z)$.

Разложения $\psi_1 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right)$ и $\psi_2 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right)$ в степенные ряды по x в окрестности единицы имеют вид

$$\psi_1 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right) = \frac{\pi^2}{6} - 2\psi_2(1) \frac{x}{b} + O(x^2), \quad (68a)$$

$$\psi_2 \left(-\frac{2x}{b} + 1 \right) = \psi_2(1) - \frac{2\pi^4}{15} \frac{x}{b} + O(x^2). \quad (68b)$$

Подставляя (68) в (67) и оставляя только линейные по отношению x/b члены, получим

$$\ddot{x} + \delta\ddot{x} + (\Gamma^2 + \omega_0^2 + \beta^2) \dot{x} + (\delta\omega_0^2 + \delta\beta^2) x = 0. \quad (69)$$

Здесь $\beta^2 = \frac{2\Gamma^2 C}{b} \psi_2(1)$.

Полученное уравнение сводится к уравнению, проанализированному ранее, заменой $(\beta^2 + \omega_0^2)$ на ω_0^2 . Для использовавшихся выше расчетных значений параметров установки $\beta^2 \simeq -7,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$. При этом $\omega_0^2 \simeq 3,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}$, т.е. $\left| \frac{\beta^2}{\omega_0^2} \right| \simeq 2,2 \cdot 10^{-13} \ll 1$. Заметим, что использованные разложения в области $\left| \frac{x}{b} \right| \leq 10^{-2}$, соответствующей условиям эксперимента, отличаются от точных значений не более чем на 0,08%.

Таким образом, влиянием «отражений» зарядов в электродах для текущих параметров установки можно полностью пренебречь.

Расчет эффективной шумовой температуры. Для определения эффективной температуры осциллятора необходимо модифицировать систему уравнений (51), добавив в нее случайную силу, действующую на осциллятор со стороны термостата

$F_{fl_{H_0}}(t)$, коэффициент трения H_0 и тепловые флуктуации напряжения $U_{fl}(t)$ на резисторе R :

$$\begin{cases} I(t) + R_n C \dot{I}(t) = \frac{q_0 \dot{x}(t)}{b} + F_{fl_{H_0}}, \\ m \ddot{x}(t) + H_0 \dot{x}(t) + kx(t) = -\frac{q_0 R_n I(t)}{b} + \frac{U_{fl}(t)}{R}. \end{cases} \quad (70)$$

Исключая $I(t)$, получаем уравнение

$$\begin{aligned} m \tau \ddot{x}(t) + [m + \tau H_0] \ddot{x}(t) + \left[H_0 + \tau k + R \frac{q_0^2}{b^2} \right] \dot{x}(t) + kx(t) = \\ = -\frac{q_0}{b} U_{fl}(t) + F_{fl_{H_0}}(t) + \tau \dot{F}_{fl_{H_0}}(t). \end{aligned} \quad (71)$$

Здесь $\tau = RC$. Считая $\tau \omega_0 \ll 1$, имеем

$$m \ddot{x}(t) + \left[H_0 + R \frac{q_0^2}{b^2} \right] \dot{x}(t) + kx(t) = -\frac{q_0}{b} U_{fl}(t) + F_{fl_{H_0}}(t). \quad (72)$$

В этом приближении эффективная шумовая температура

$$T_{eff} = \frac{T_{H_0} H_0 + T_R \frac{q_0^2}{b^2} R}{H_0 + \frac{q_0^2}{b^2} R}. \quad (73)$$

2.2 Система демпфирования с разделенными сенсором и актюатором.

Общая схема приведена на рис. 15. В качестве сенсора используется оптический датчик смещения, принцип действия которого основан на эффекте преломления светового луча в кварцевой нити, имеющей цилиндрическую форму. Лазерный луч фокусируется в точке, близкой к поверхности нити, преломляется внутри нее и, испытывает второе преломление, попадает на фотоприемник, расположенный на некотором расстоянии за нитью. В качестве приемника используется закрытый непрозрачной пластинкой с прорезанной в ней щелью фотодиод (в этом случае луч в состоянии равновесия нити попадает на границу щели). Настройка системы осуществляется таким образом, чтобы преломленный луч фокусировался на поверхности фотоприемника. Смещение кварцевой нити относительно положения равновесия вызывает изменение направления распространения преломленного луча и, соответственно, изменение фототока фотодиода.

Сигнал (напряжение с сопротивления нагрузки фотодетектора) подается на вход цепи обратной связи, в которой он усиливается, сдвигается по фазе и подается на актюатор силового воздействия, в качестве которого используются плоские электроды, взаимодействующие с нанесенным на нить поверхностным зарядом (см. раздел 2.1.2).

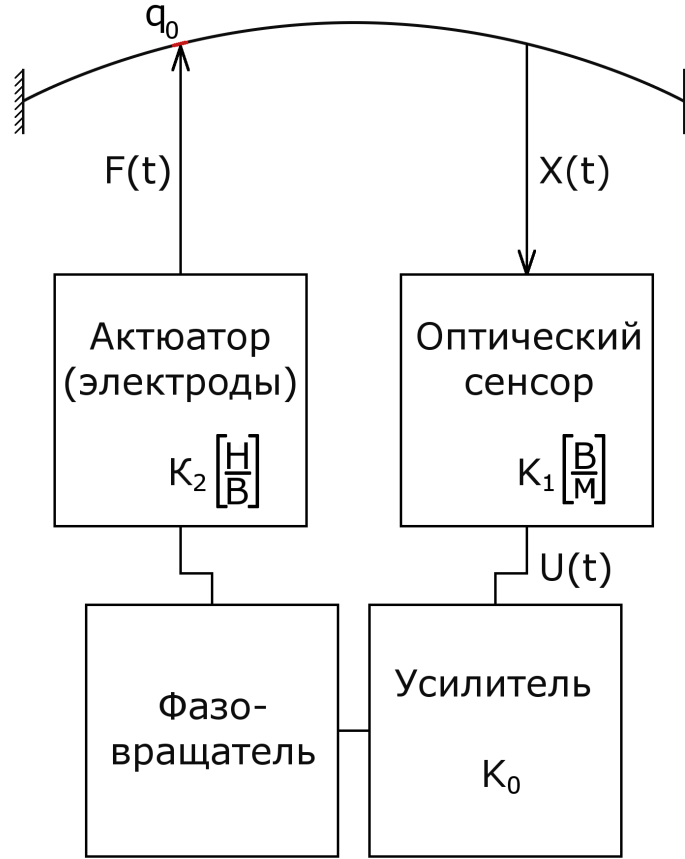


Рис. 15: Схема демпфирования с разделенными сенсором и актуатором.

Система уравнений для рассматриваемого метода. Для расчета системы будем учитывать тепловой шум механического осциллятора, дробовой шум лазерного излучения и тепловые флуктуации напряжения на сопротивлении нагрузки фотодиода. Соответствующая система уравнений будет иметь вид

$$\begin{cases} m_{eqv}\ddot{x}(t) + H_0\dot{x}(t) + k_{eqv}x(t) = \frac{q_0}{b}U(t) + F_{flH_0}(t), \\ U(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_{ph-sh}(\omega)K_{amp}(\omega) \left\{ [K_1\tilde{x}(\omega) + \tilde{I}_{fl}(\omega)] R_e + \tilde{U}_{fl}(\omega) \right\} e^{i\omega t} d\omega. \end{cases} \quad (74)$$

Здесь $x(t)$ — координата точки нити, в которой находится электрический заряд, $\tilde{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt$ — ее фурье-образ, $U(t)$ — напряжение на электродах, $U_{fl}(t)$ — напряжение теплового шума резистора нагрузки R_e фотодиода, $I_{fl}(t)$ — шумовой ток фотодиода, вызванный дробовым шумом лазерного излучения, $\tilde{U}_{fl}(\omega)$ и $\tilde{I}_{fl}(\omega)$ — фурье-образы этих функций, $K_1 = \frac{\Delta I}{\Delta x}$ — коэффициент преобразования координаты механического осциллятора в фототок, причем

$$K_1 = \gamma \left(\frac{\Delta x}{\Delta P} \right) \alpha = \gamma \sqrt{\frac{32}{\pi}} \frac{l^2}{D} \frac{d\theta}{dx} P_0 T \alpha, \quad (75)$$

где γ — коэффициент пропорциональности между смещением струны в точке, на которую падает световой луч детектора и в точке, в которой находится электрический заряд, $\alpha = \frac{l}{P}$ — коэффициент передачи фотодиода, величина $\left(\frac{\Delta x}{\Delta P}\right)$ рассчитана в [16], P_0 — полная мощность лазерного луча, T — оптический коэффициент пропускания нити, l — расстояние от нити до фотодиода, D — диаметр лазерного луча при падении на фотодиод, θ — угол между начальным направлением луча и его направлением после прохождения через кварцевую нить.

В качестве фазовращателя используются две включенные последовательно интегрирующие RC -цепочки, для каждой из которых $(RC)^{-1} = \omega_0$, где ω_0 — частота демпфируемой моды колебаний кварцевой нити. Коэффициент передачи такого фазовращателя

$$K_{ph-sh}(\omega) = \frac{1}{\left(1 + i\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} e^{-2i \arctg \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (76)$$

Будем считать коэффициент передачи усилителя не зависящим от частоты: $K_{amp} = K_0 = const$. Тогда фурье-образ регулярной составляющей силы, действующей на осциллятор со стороны цепи обратной связи,

$$\tilde{F}(\omega) = \tilde{x}(\omega) \frac{q_0}{b} K_1 R_e \frac{K_0}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} e^{-2i \arctg \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (77)$$

С учетом этой силы коэффициент передачи осциллятора можно записать в виде

$$K(\omega) = \left[k_{eqv} - \frac{q_0}{b} K_1 R_e \frac{K_0}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} e^{-2i \arctg \frac{\omega}{\omega_0}} - m_{eqv} \omega^2 + i H_0 \omega \right]^{-1} \quad (78)$$

Принимая во внимание высокую добротность осциллятора, дальнейшее рассмотрение ограничим областью частот, в которой $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \simeq 1$. Тогда, учитывая, что

$$e^{-2i \arctg \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} - 2i \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \simeq -i \frac{\omega}{\omega_0},$$

уравнение (78) можно привести к виду (ср. с формулой (6))

$$K(\omega) = \left[k_{eqv} - m_{eqv} \omega^2 + i \omega \left(H_0 + \frac{K_1 K_0 K_2 R_e}{\omega_0} \right) \right]^{-1}, \quad (79)$$

где введено обозначение

$$K_2 = \frac{q_0}{2b}. \quad (80)$$

Дополнительное затухание, вносимое в осциллятор демпфирующим контуром,

$$Q_e^{-1} = \frac{K_1 K_0 K_2 R_e}{k_{eqv}}. \quad (81)$$

Эффективная шумовая температура. Спектральную плотность флуктуаций тока фотодиода $I_{fl}(t)$, вызванных дробовым шумом лазерного излучения, запишем в виде

$$S_{I_{fl}}(\omega) = \frac{eI_0}{\pi} = \frac{e\alpha P_0}{\pi}, \quad (82)$$

где $I_0 = \alpha P_0$ — средний ток фотодиода, e - заряд электрона.

Спектральная плотность тепловых флуктуаций напряжения $U_{fl}(t)$

$$S_{U_{fl}}(\omega) = \frac{2}{\pi} k_b T_{R_e} R_e. \quad (83)$$

Учитывая (2), суммарную спектральную плотность действующих на механический осциллятор шумовых сил можно записать в виде

$$S_{F_{fl}}(\omega) = \frac{2}{\pi} k_b T_{H_0} H_0 + \frac{e\alpha P_0}{\pi} R_e^2 K_0^2 K_2^2 + \frac{2}{\pi} k_b T_{R_e} R_e K_0^2 K_2^2. \quad (84)$$

Такой спектральной плотности соответствует эффективная шумовая температура

$$T_{eff} = \frac{T_{H_0} H_0 + T_{R_e} R_e K_0^2 K_2^2 + \frac{e\alpha P_0}{2k_b} R_e^2 K_0^2 K_2^2}{H_0 + \frac{K_0 K_1 K_2 R_e}{\omega_0}}. \quad (85)$$

3 Описание установки и результаты экспериментов.

3.1 Модель кварцевого подвеса пробной массы и общая схема установки

Основным элементом экспериментальной установки является модель кварцевого подвеса, представляющая собой монолитную конструкцию, изготовленную из плавленого кварца, в которой исследуемым высокочастотным механическим осциллятором является кварцевая нить длиной 15 см и диаметром 200 мкм (рис. 16). Один из концов кварцевой нити приварен к кварцевой пластинке (40 мм x 8 мм x 2 мм), которая, в свою очередь, приварена к массивному кварцевому основанию. Собственная частота первой изгибной моды колебаний пластинки $f_{p1} = 779$ Гц, собственные частоты первой и второй струнных мод колебаний нити, соответственно, $f_{v1} = 457$ Гц и $f_{v2} = 910$ Гц. Эквивалентные жесткости гармонического осциллятора для этих мод составляют, соответственно, $k_{eqv_{p1}} = 8,43 \cdot 10^3$ Н/м, $k_{eqv_{v1}} = 54$ Н/м и $k_{eqv_{v2}} = 216$ Н/м.

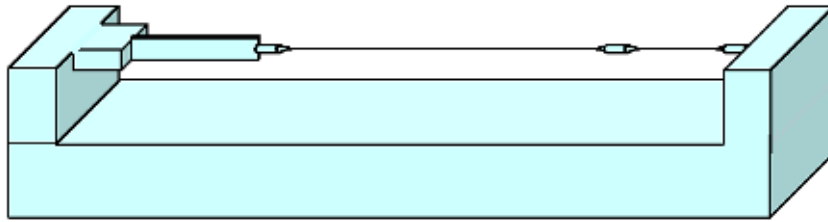


Рис. 16: Экспериментальная модель кварцевого подвеса.

Для снижения уровня сейсмических шумов весь кварцевый образец подвешивался к неподвижной металлической конструкции с помощью шелковых нитей.

Блок-схема установки изображена на рис. 17. Для регистрации колебаний кварцевой нити использовался специально разработанный оптический сенсор, принцип действия которого основан на эффекте преломления светового луча в кварцевой нити (подробнее см. раздел 2.2 и [16]). В качестве источника оптического излучения использовался гелий-неоновый лазер (ЛГН-302) с рабочей длиной волны излучения $\lambda = 633$ нм. Лазерное излучение вводилось в вакуумную камеру с помощью световода. Полная падающая на нить оптическая мощность $P_{laser} = 33$ мкВт. Сигнал с выхода сенсора подавался на низкошумящий частотно-селективный вольтметр (Упірап 237). Показания вольтметра, несущие информацию об амплитуде колебаний кварцевой нити, через мультиметр с интерфейсом RS232 передавались ком-

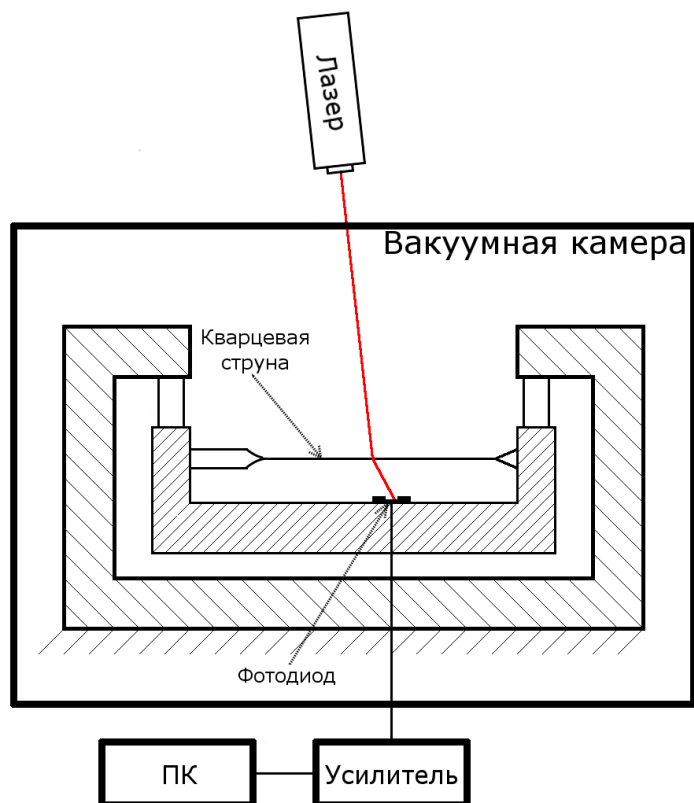


Рис. 17: Блок-схема экспериментальной установки.

пьютеру, где обрабатывались и записывались с помощью разработанной автором программы.

Измерения проводились в вакуумной камере, которая откачивалась турбомолекулярным и магниторазрядным насосами.

3.2 Системы демпфирования с совмещенными сенсором и актюатором.

3.2.1 Демпфирование колебаний через промежуточный осциллятор.

Общее описание. Для реализации схемы демпфирования через промежуточный механический осциллятор (кварцевую пластинку) с совмещенными сенсором и актюатором (см. раздел 2.1.1) использовалась диэлектрическая пластина с гребенчатыми электродами (рис. 2). Электрическая емкость такой пары электродов в присутствии диэлектрической кварцевой пластинки зависит от их взаимного расположения. При параллельно расположенных кварцевой пластинке и пластине с электродами емкость

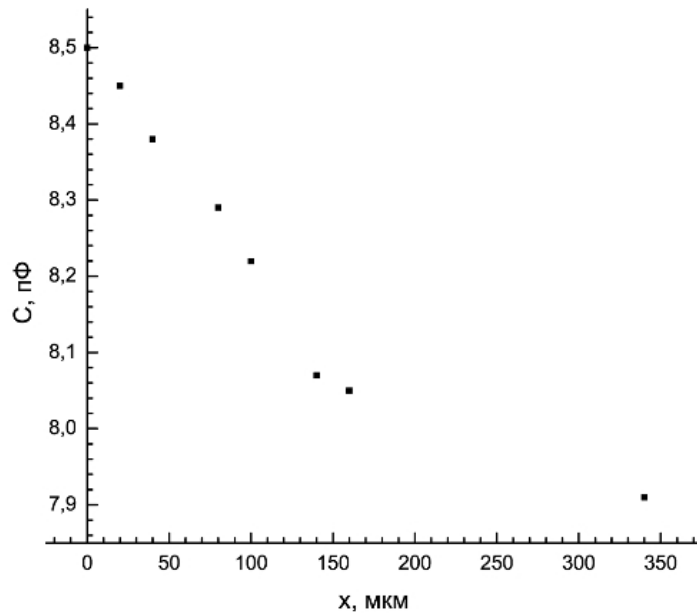


Рис. 18: Зависимость емкости гребенчатых электродов от расстояния до кварцевой пластинки.

при небольших зазорах (< 100 мкм) линейно уменьшается с расстоянием между электродами и пластинкой. В ходе работы была экспериментально получена зависимость емкости от этого расстояния (рис. 18). Характерное значение dC/dx составило

$$\left| \frac{dC}{dx} \right| = 2,5 \text{ нФ/м.}$$

Пластина с электродами была установлена параллельно кварцевой пластинке с зазором около 100 мкм на то же кварцевое основание. Для контроля величины зазора была использована зависимость добротности струнной моды кварцевой нити от расстояния между кварцевой пластинкой и пластиной с электродами при атмосферном давлении. При малом расстоянии между пластинками система, в которой возбуждены колебания, начинает работать аналогично поршню насоса, что вызывает дополнительное затухание. Зависимость была получена экспериментально перед окончательной установкой электродов на образец, для чего пластинка с электродами приклеивалась к подвижному основанию, положение которого относительно образца регулировалось с помощью микрометрического винта. Результаты представлены на рис. 19.

Эксперименты по демпфированию проводились при остаточном давлении в вакуумной камере $p \approx 3 \cdot 10^{-6}$ Торр. На электроды подавалось постоянное электрическое

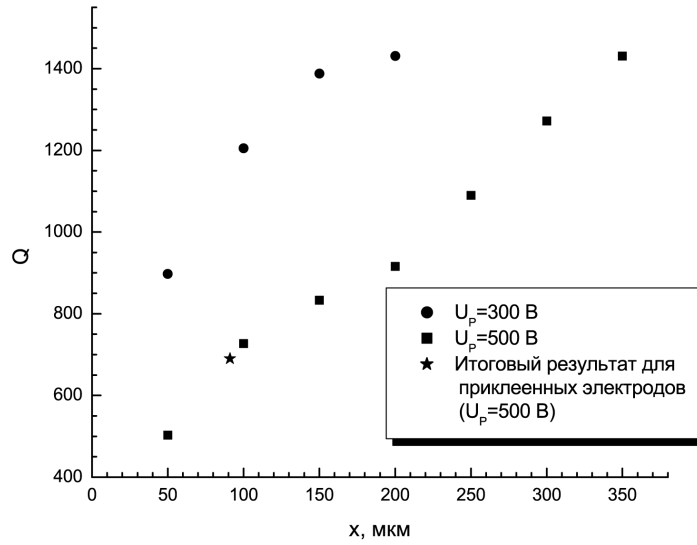


Рис. 19: Зависимость добротности струнной моды колебаний кварцевой нити от расстояния между кварцевой пластинкой и электродами при атмосферном давлении. U_P -амплитуда напряжения раскачки.

напряжение через резистор с сопротивлением $R = 9$ МОм.

Возбуждение начальных колебаний в системе осуществлялось с помощью той же пары гребенчатых электродов, на которые в этом случае через трансформатор подавалось переменное напряжение с прецизионного генератора низкочастотных гармонических колебаний (ГЗ-110). Частота сигнала «раскачки» выбиралась равной половине частоты возбуждаемой моды колебаний.

Результаты экспериментов. В процессе измерений были получены кривые затухания для колебаний системы с частотами f_{v_1} , f_{v_2} и f_{p_1} при отключенном демпфирующем контуре, а также кривые затухания колебаний с частотами f_{v_2} и f_{p_1} при поданном на гребенчатые электроды напряжении $U = 250$ В. Эти кривые представлены на рис. 20, 21, 22, 23.

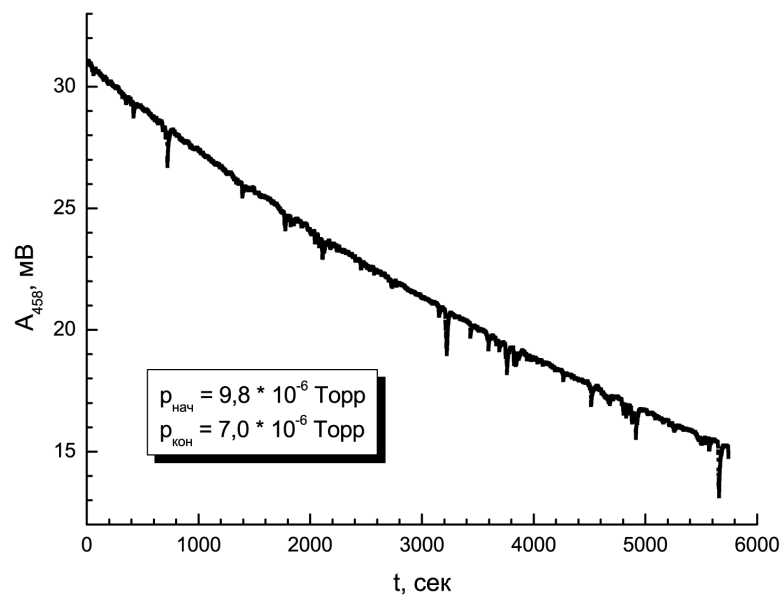


Рис. 20: Затухание колебаний первой струнной моды кварцевой нити ($f=457$ Гц).

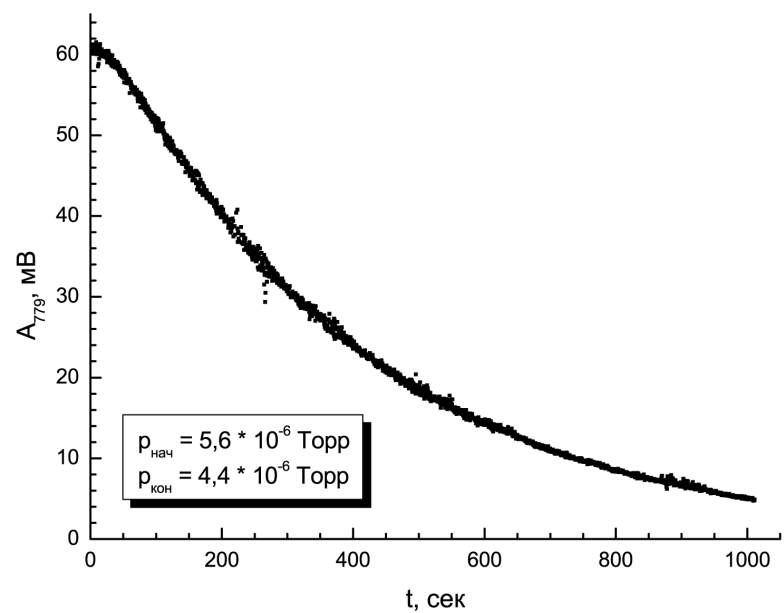


Рис. 21: Затухание колебаний первой изгибной моды кварцевой пластинки ($f=779$ Гц).

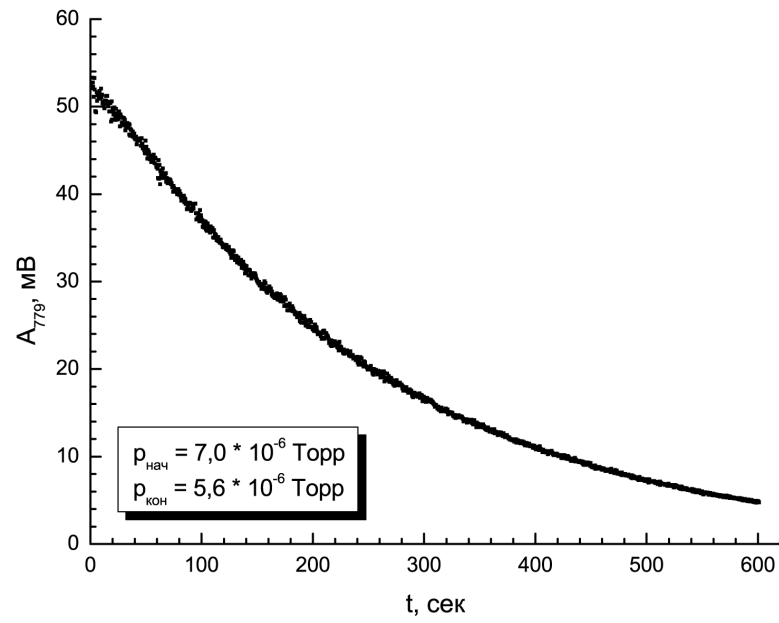


Рис. 22: Затухание колебаний первой изгибной моды кварцевой пластинки ($f=779$ Гц) при демпфировании электрическим полем.

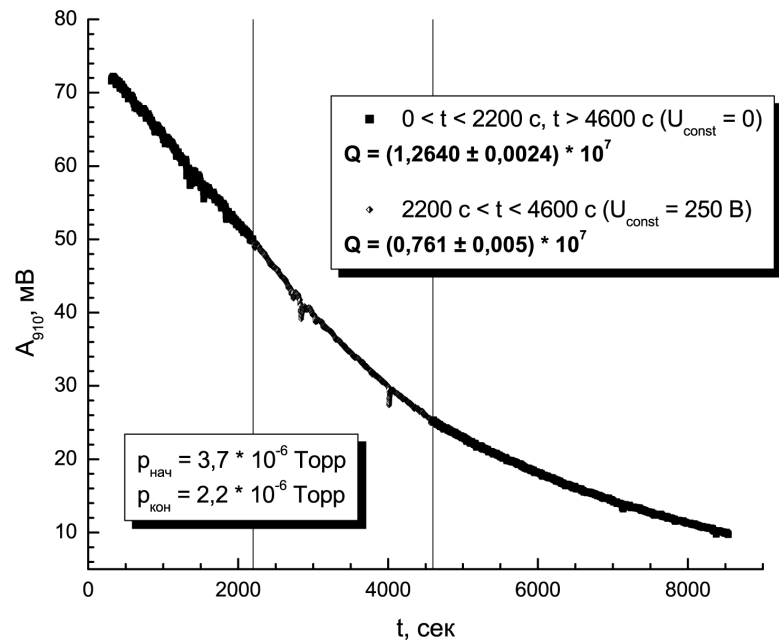


Рис. 23: Затухание колебаний второй струнной моды кварцевой нити ($f=910$ Гц).

На основе полученных кривых затухания были рассчитаны добротности соответствующих мод.

1. При отключенной системе демпфирования ($U = 0$):

$$Q_{v_1} = 1,2 \cdot 10^7,$$

$$Q_{v_2} = 1,3 \cdot 10^7,$$

$$Q_{p_1} = 1,0 \cdot 10^6.$$

2. При включенной системе демпфирования ($U = 250$ В):

$$\tilde{Q}_{v_2} = 0,8 \cdot 10^7,$$

$$\tilde{Q}_{p_1} = 0,7 \cdot 10^6.$$

Полученные данные позволяют рассчитать коэффициент отношения декрементов затухания первой изгибной моды колебаний пластинки и второй струнной моды колебаний кварцевой нити по формуле (41) и сравнить с теоретически рассчитанным значением этого коэффициента, полученным с помощью соотношения (39):

$$\alpha_{exp} = 0,09,$$

$$\alpha_{theor} = 0,03.$$

Различие между этими величинами в основном, по-видимому, обусловлено геометрическими приближениями, сделанными при теоретическом расчете (использованная в эксперименте кварцевая нить неоднородна по толщине, форма кварцевой пластинки отлична от идеальной формы параллелепипеда).

Преимуществом подобной схемы демпфирования является совмещение сенсора и актюатора. Основная техническая проблема, возникшая при реализации этого метода — необходимость установки пластины с электродами на малом расстоянии ($\lesssim 100$ мкм) от кварцевой пластинки. Пластины должны быть установлены параллельно с высокой точностью без использования какого-либо устройства тонкой юстировки, использование которого привело бы к появлению дополнительных механизмов потерь.

3.2.2 Демпфирование колебаний с использованием нанесенного на нить электрического заряда.

Общее описание. Для осуществления взаимодействия демпфирующего электрического контура с кварцевой струной через электрическое поле нанесенного на нить

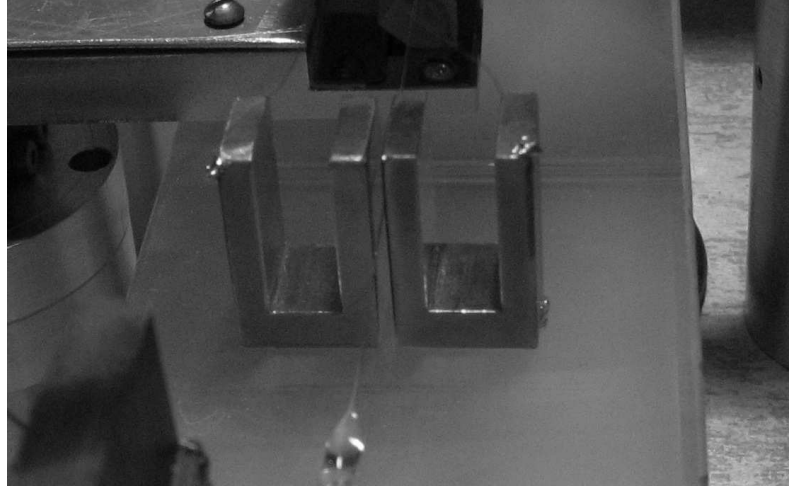


Рис. 24: Боковые электроды.

поверхностного заряда к кварцевому основанию модели были приклеены два плоских параллельных медных электрода таким образом, чтобы участок кварцевой нити длиной 10 мм проходил внутри зазора, не касаясь электродов (рис. 24). Ширина зазора между электродами была выбрана равной $b = 1$ мм. Электроды замыкались через сопротивление R , величина которого выбиралась в соответствии с формулой (47). Емкость контура составила 12 пФ.

Контроль величины нанесенного на участок струны между электродами заряда осуществлялся посредством возбуждения струнных колебаний на собственной частоте первой струнной моды колебаний нити f_{v_1} при атмосферном давлении. Колебания возбуждались путем подачи на электроды переменного напряжения, изменяющегося по гармоническому закону с частотой f_{v_1} . Амплитуда напряжения U_0 подбиралась таким образом, чтобы амплитуда колебаний струны после установления стационарного режима была равна некоторому фиксированному значению x_0 . Легко видеть, что величину нанесенного на нить заряда можно выразить следующим образом:

$$q_0 = \frac{x_0 k_{eqv} b}{U_0 Q}, \quad (86)$$

где Q — добротность струнной моды с частотой f_{v_1} при атмосферном давлении.

Оценки амплитуды x_0 осуществлялись с помощью зависимости угла преломления луча в нити от местоположения точки его входа в нить. Такая зависимость была рассчитана в [16]. Характерная величина амплитуды колебаний нити в точке наблюдения при возбуждении второй струнной моды колебаний в воздухе составляет от 10 до 100 мкм.

Особенности нанесения заряда. Поверхностный электрический заряд на нить наносился путем контактной электризации. Это связано с тем, что осуществить эф-

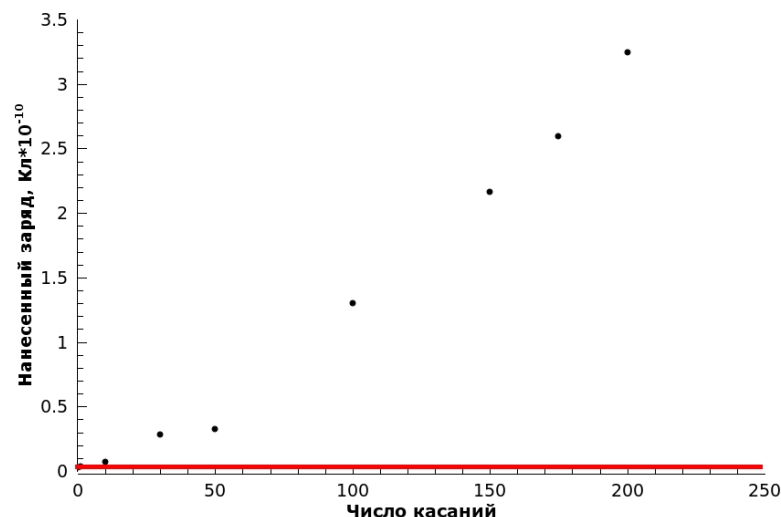


Рис. 25: Зависимость нанесенного на нить электрического заряда от числа касаний.

фективную бесконтактную электризацию в сравнительно узком промежутке между двумя электродами весьма затруднительно. Поскольку для сохранения высокой добротности необходимо сводить к минимуму механические взаимодействия кварцевой нити с другими телами, заряд наносился с помощью человеческого волоса диаметром 40 – 50 мкм.

Расчеты показывают (формула(48)), что для внесения дополнительного затухания $Q_e^{-1} = 10^{-6}$ с помощью такой системы демпфирования на струну необходимо нанести электрический заряд $q_0 \approx 10^{-10}$ Кл.

Зависимость величины осевшего на нить электрического заряда¹ от числа касаний нити волосом вручную при атмосферном давлении представлена на рис. 25. Из этой зависимости видно, что на кварцевую нить удастся нанести заряд величиной $> 10^{-10}$ Кл.

Однако после откачки вакуумной камеры заряд уменьшается до величины $\approx 3 \cdot 10^{-12}$ Кл из-за пашеновского пробоя (красная прямая на графике). Величина остаточного заряда, по приближенным оценкам, соответствует напряжению между электродами $U \approx 300$ В, приблизительно равному величине напряжения пашеновского пробоя при данных условиях $U_p = 327$ В. Поэтому заряд необходимо наносить в вакууме. Для осуществления контактной электризации в вакууме использовался специальный манипулятор, основанный на вакуумном серводвигателе (рис. 26). С его помощью удавалось нанести на нить электрический заряд величиной до $q_0 \approx 10^{-11}$ Кл.

¹Использованная методика определения величины заряда не позволяет определить его знак, поэтому здесь и далее под «величиной» электрического заряда подразумевается его модуль.

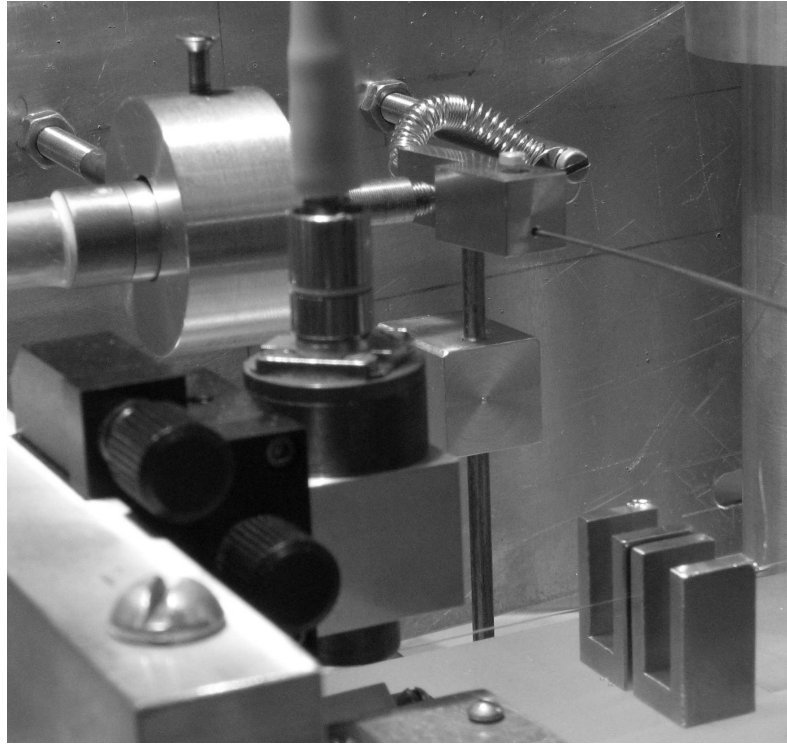


Рис. 26: Манипулятор для нанесения заряда в вакууме.

3.3 Система демпфирования с разделенными сенсором и актюатором.

Общее описание. В качестве сенсора использовался оптический датчик смещения, который также применялся для регистрации колебаний нити (см. раздел 2.2 и [16]). Использовался фотодиод Thorlabs FDS 1010 с коэффициентом преобразования $\alpha = \frac{I}{P} = 0,35$ А/Вт на длине волны $\lambda = 633$ нм (в линейном режиме). Напряжение с сопротивления нагрузки фотодиода $R = 960$ кОм подавалось на вход усилителя (Unipan 237). Входное сопротивление усилителя $R_{вх} = 10$ МОм, так что эквивалентное сопротивление $R_e = \frac{RR_{вх}}{R+R_{вх}} = 880$ кОм. Сигнал с усилителя поступал на фазовращатель, сигнал с которого, в свою очередь, подавался на боковые электроды, взаимодействующие с нанесенным на нить поверхностным зарядом q_0 (см. раздел 3.2.2). Эксперименты с этой схемой демпфирования проводились при величине нанесенного заряда $q_0 \approx 10^{-12}$ Кл.

Возбуждение начальных колебаний в системе осуществлялось с помощью той же цепи обратной связи с изменением сдвига фаз, вносимого фазовращателем, на π по сравнению со сдвигом фаз, при котором величина вносимого в механический осциллятор дополнительного затухания максимальна.

Эксперименты с использованием данной схемы проводились при остаточном дав-

лении в вакуумной камере $p \approx 3 \cdot 10^{-4}$ Торр.

Экспериментально определенное значение коэффициента передачи оптического датчика K_1

$$K_{1exp} = \frac{(K_1 R_e)_{exp}}{R_e} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ А/м.}$$

Теоретический расчет K_1 может быть осуществлен по формуле (75):

$$K_1 = \gamma \left(\frac{\Delta x}{\Delta P} \right) \alpha = \gamma \sqrt{\frac{32}{\pi}} \frac{l^2}{D} \frac{d\theta}{dx} P_0 T \alpha.$$

Для этого величина $P_0 T = 0,36$ мкВт была получена экспериментально по соотношению

$$P_{0exp} = \frac{U_{0exp}}{\alpha R_e},$$

где U_{0exp} — экспериментально измеренная постоянная составляющая сигнала на входе усилителя. Точки расположения сенсора и актюатора соответствуют значению $\gamma = 1,86$.

Расчет величины $\frac{l^2}{D} \frac{d\theta}{dx}$ для оптимально настроенного датчика приведен в [16]. При его использовании следует учитывать, что в реальных экспериментах настройки датчика отличались от используемых в [16]. А именно, на фотодиод при положении кварцевой нити в состоянии равновесия попадала не половина оптической мощности излучения, прошедшего через нить, а лишь ее малая часть, причем $P_0/P_{laser} = 0,011$, где P_{laser} — полная мощность лазерного луча, падающего на нить. Это связано с тем, что при больших мощностях падающего излучения фотодиод переходит в режим насыщения. С учетом этой поправки $\frac{l^2}{D} \frac{d\theta}{dx} = 4,1$ рад/мм.

Расчет K_1 с использованием этих данных дает

$$K_{1theor} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ А/м.}$$

Результаты экспериментов. В ходе работы было получено семейство кривых затухания колебаний первой струнной моды кварцевой нити ($f_{v_1} = 457$ Гц), соответствующих различным значениям фазового сдвига сигнала $\Delta\varphi$, осуществляемого фазовращателем (рис. 27). Из этих данных была получена зависимость $Q_e^{-1} / |K_0 K_{ph-sh}|$ от $\Delta\varphi$, где $|K_0 K_{ph-sh}|$ — модуль коэффициента усиления напряжения в цепи обратной связи (рис. 28). Было определено оптимальное значение сдвига фазы, вносимого фазовращателем, т.е. такое значение, при котором вносимое в осциллятор затухание максимально:

$$\Delta\varphi_{opt} = -0,25\pi.$$

Из теоретических расчетов следует, что наибольшее вносимое затухание достигается при полном сдвиге фазы в цепи обратной связи $\Delta\varphi_{full} = -\frac{\pi}{2}$. Теоретические оценки

показывают, что на элементах цепи, расположенных между фазовращателем и электродами, дополнительный сдвиг фазы составляет $\Delta\varphi_{\text{add}_1} \approx -0,07\pi$. Из этого следует, что сдвиг фазы на фотодиоде и элементах цепи обратной связи, расположенных между фотодиодом и усилителем, $\Delta\varphi_{\text{add}_2} = \Delta\varphi_{\text{full}} - \Delta\varphi_{\text{opt}} - \Delta\varphi_{\text{add}_1} \approx -0,18\pi$. К сожалению, получить теоретическую оценку этой величины с использованием каких-либо простых предположений не удастся.

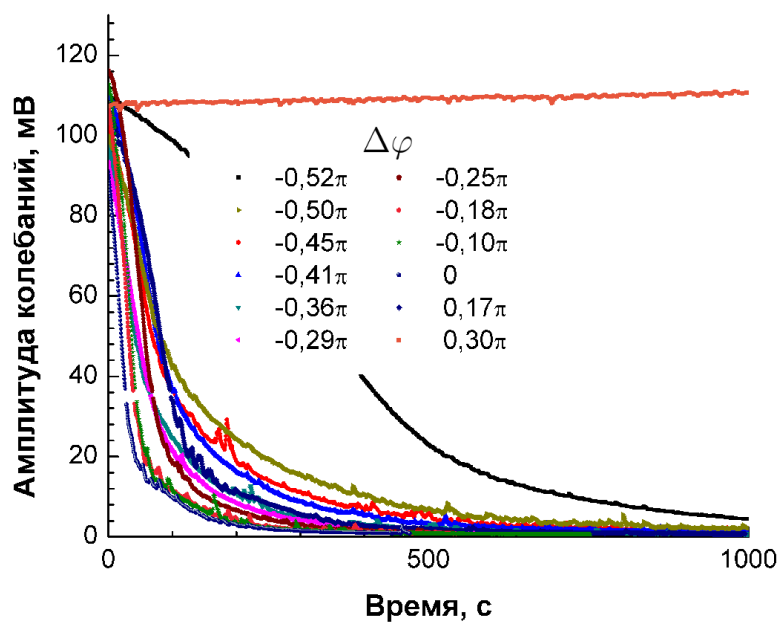


Рис. 27: Кривые затухания колебаний первой струнной моды нити для различных величин сдвига фазы в цепи обратной связи.

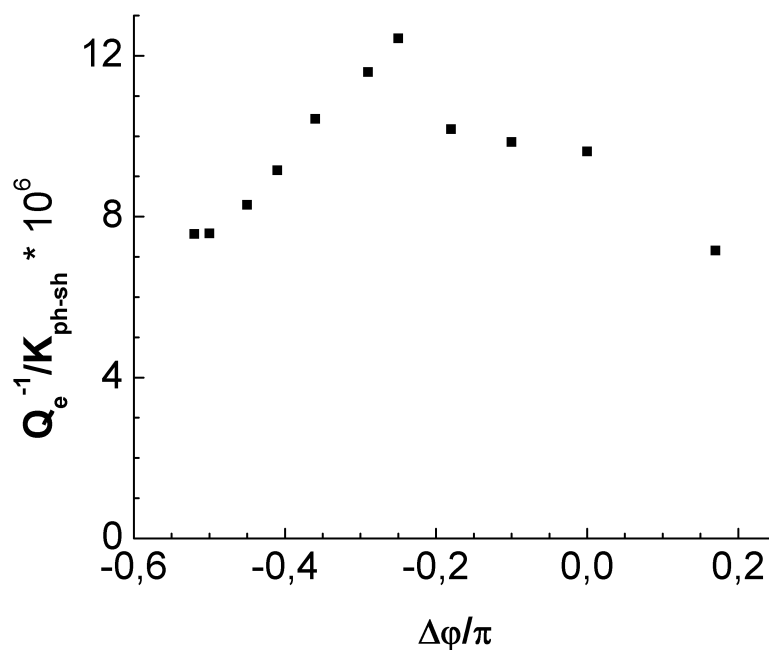


Рис. 28: Зависимость вносимых в осциллятор потерь от сдвига фазы в цепи обратной связи.

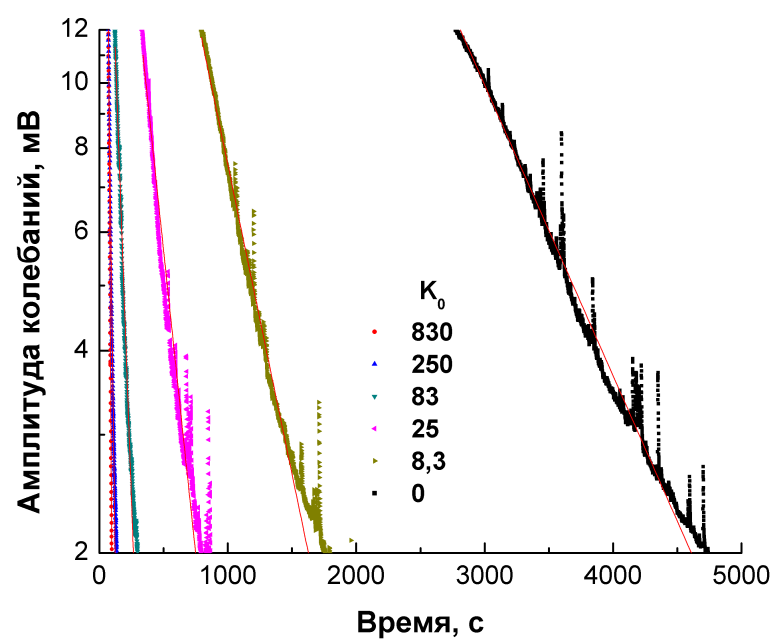


Рис. 29: Кривые затухания колебаний первой струнной моды нити для различных величин коэффициента усиления в цепи обратной связи.

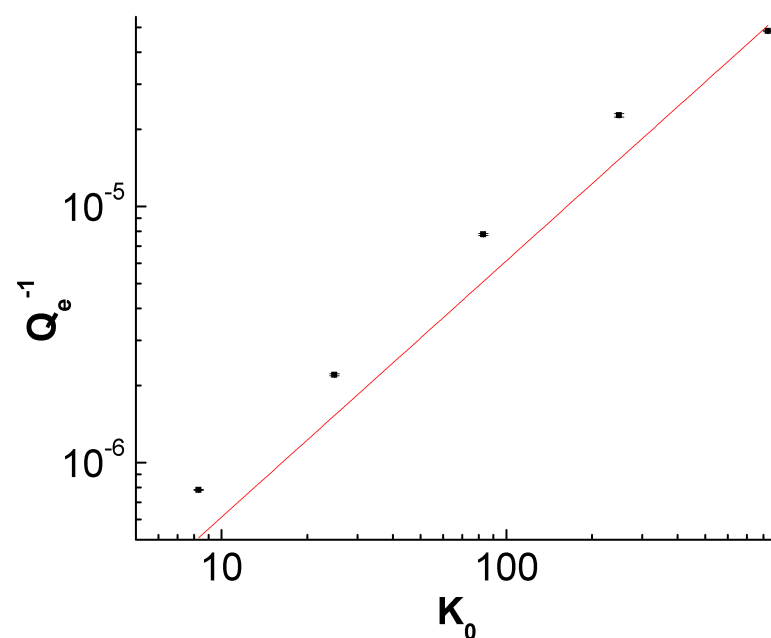


Рис. 30: Зависимость вносимых в осциллятор потерь от коэффициента усиления в цепи обратной связи.

Основным результатом экспериментальной работы с рассматриваемой в этом разделе схемой демпфирования являются полученные кривые затухания колебаний первой струнной моды кварцевой нити при постоянном сдвиге фазы $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{opt}$ и различных значениях коэффициента усиления K_0 (рис. 29). С помощью этих кривых была построена зависимость вносимого затухания Q_e^{-1} от K_0 (рис. 30). Коэффициент пропорциональности между этими величинами

$$\left(\frac{Q_e^{-1}}{K_0}\right)_{exp} = (6,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-8}.$$

Теоретический расчет этого коэффициента по формуле (81) (с использованием K_{1exp}) дает

$$\left(\frac{Q_e^{-1}}{K_0}\right)_{theor} = 7,7 \cdot 10^{-8}.$$

Наибольшее значение экспериментально полученного вносимого затухания $Q_e^{-1} = 5 \cdot 10^{-5}$. При остаточном давлении в вакуумной камере $p \approx 3 \cdot 10^{-4}$ Торр потери в нити на данной моде колебаний при отключенной системе демпфирования $Q_0^{-1} = 7 \cdot 10^{-7}$. При давлении $p \approx 3 \cdot 10^{-6}$ Торр $Q_0^{-1} = 8 \cdot 10^{-8}$.

Таким образом, добротность первой струнной моды колебаний кварцевой нити с помощью данной схемы демпфирования была понижена до величины

$$\tilde{Q}_{v_1} = 2 \cdot 10^4.$$

Эффективная шумовая температура. В ходе данной работы не производилось экспериментальное исследование эффективной шумовой температуры струнных мод кварцевой нити. Однако полученные данные позволяют сделать теоретические оценки шумовой температуры с использованием соотношения (85). Перепишем его в виде

$$T_{eff} = T_{eff_{H_0}} + T_{eff_{R_e}} + T_{eff_L}, \quad (87)$$

где $T_{eff_{H_0}}$, $T_{eff_{R_e}}$ и T_{eff_L} — составляющие шумовой температуры, обусловленные, соответственно, тепловыми флуктуациями смещения кварцевой нити, тепловыми флуктуациями напряжения на сопротивлении R_e и дробовым шумом лазерного излучения.

Экспериментально измерено среднеквадратичное отклонение напряжения $\sqrt{\langle U^2 \rangle}$ на сопротивлении R_e частотно-селективным вольтметром с центральной частотой $f = 457$ Гц и полосой 1 Гц:

$$\sqrt{\langle U^2 \rangle} \Big|_{457 \text{ Гц}} = 0,66 \text{ мкВ}.$$

Используя эту величину, можно рассчитать $(T_{eff_{R_e}} + T_{eff_L})$. $T_{eff_{H_0}}$ рассчитывается по известному значению $Q_0^{-1} = 8 \cdot 10^{-8}$. Результат в виде зависимости $T_{eff}(K_0)$ представлен на рис. 31.

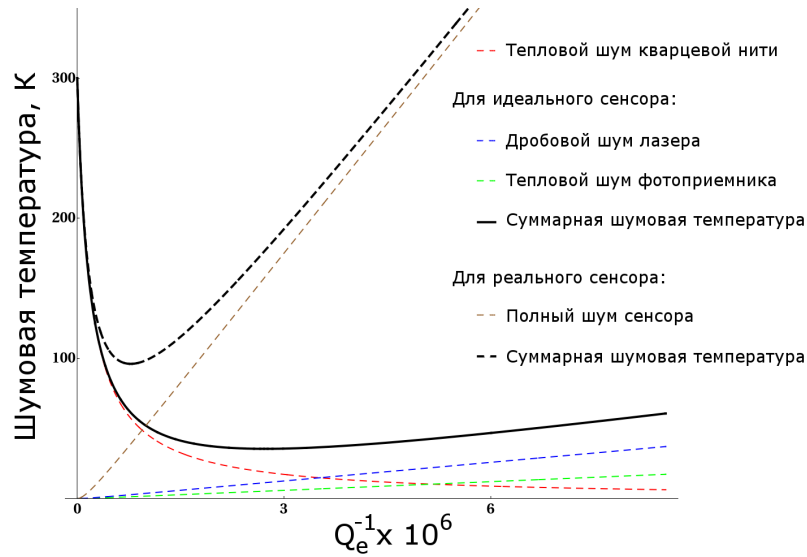


Рис. 31: Эффективная шумовая температура первой струнной моды кварцевой нити.

На том же графике представлена зависимость от K_0 эффективной шумовой температуры (и вкладов в нее различных механизмов возникновения флуктуаций), рассчитанная непосредственно по формуле (87).

Из полученных зависимостей следует, что при внесении затухания $Q_e^{-1} = 10^{-6}$ эффективная шумовая температура первой струнной моды кварцевой нити для использованного в работе оптического датчика составляет $T_{eff} = 100$ К, в то время как расчет по формуле (87) дает $T_{eff} = 52$ К. Различие в этих величинах в первую очередь связано, по-видимому, с амплитудными флуктуациями лазера и с недостаточной сейсмоизолированностью установки.

4 Результаты работы и выводы.

1. Произведен теоретический анализ различных систем демпфирования колебаний высокочастотных струнных осцилляторов из плавленого кварца:
 - системы с совмещенными сенсором и актюатором:
 - с использованием промежуточного механического осциллятора - кварцевой пластинки и гребенчатых электродов,
 - с использованием поверхностного электрического заряда на кварцевой нити;
 - система с разделенными сенсором (оптический датчик смещения) и актюатором (электроды, взаимодействующие с поверхностным электрическим зарядом на нити). Эта система проще в реализации и позволяет добиться более сильного демпфирования, чем системы с совмещенным сенсором и актюатором, но при этом вносит более сильный дополнительный шум.
2. Проанализированные системы демпфирования были реализованы в экспериментальной установке, основанной на модели кварцевого подвеса интерферометрической гравитационно-волновой антенны Advanced LIGO.
3. Применение системы демпфирования с совмещенными сенсором и актюатором позволило уменьшить добротность второй струнной моды модели с $Q = 1,3 \cdot 10^7$ до $Q_d = 8 \cdot 10^6$.
4. Применение системы демпфирования с разделенными сенсором и актюатором позволило уменьшить добротность первой струнной моды модели с $Q = 1,2 \cdot 10^7$ до $Q_d = 2 \cdot 10^4$.
5. При внесенном затухании $Q_e^{-1} = 10^{-6}$ расчетное значение эффективной шумовой температуры первой струнной моды модели $T_{eff} = 100$ К.

Список литературы

- [1] B.Abbott et al., *Nucl. Instrum. Methods A* **57**, 154 (2004).
- [2] P.Willems, V.Sannibale, J.Weel, V.Mitrofanov, *Phys. Lett. A* **297**, 37 (2002).
- [3] В.Б.Брагинский, В.П.Митрофанов, К.В.Токмаков, *Доклады РАН* **345**, 324 (1995).
- [4] В.Б.Брагинский, *УФН* **175**, 621 (2005).
- [5] S.Goßler et al, *Class. Quantum Grav.* **21**, 923 (2004).
- [6] V.B.Braginsky, S.E.Strigin and S.P.Vyatchanin, *Phys. Lett. A* **305**, 111 (2002).
- [7] M.Pinard, P.F.Cohadon, T.Briant, A.Heidman, *Phys. Rev. A* **63**, 013808 (2000).
- [8] V.B.Braginsky, S.P.Vyatchanin, *Phys. Lett. A* **293**, 228 (2002).
- [9] Y.T.Chen, B.C.Tan, *Phys. Lett. A* **152**, 377 (1991).
- [10] V.Mitrofanov, N.Styagkina, K.Tokmakov, *Class. Quantum Grav.* **19**, 2039 (2002).
- [11] S.Grasso et al, *Phys. Lett. A* **244**, 360 (1998).
- [12] И.А.Елкин, В.П.Митрофанов, *Вестник Московского университета, серия 3: физика и астрономия*, №3, 31 (1999).
- [13] Ф.Морз. Колебания и звук. *Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры*, 1949.
- [14] Л.Г.Прохоров. Измерение малых вариаций электрического заряда на диэлектрических пробных массах. *Автореферат диссертации, физический факультет МГУ, кафедра физики колебаний* (2008).
- [15] А.Н.Иновенков, О.В.Константинов, В.И.Пирогов, *ЖТФ* **63**, 1 (1993).
- [16] С.Д.Мещеряков. Оптический датчик для измерения малых кварцевых нитей. *Дипломная работа, физический факультет МГУ, кафедра физики колебаний* (2005).