



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

кафедра физики колебаний

Дипломная работа студента 6 курса
Гоморева Михаила Алексеевича

**ШУМЫ В СИСТЕМАХ ГЛОБАЛЬНОГО
ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ**

Допущен к защите « » декабря 2008 года
Заведующий кафедрой физики колебаний
профессор А.С. Логгинов

Научный руководитель:
Доцент, к.ф.-м.н. А.В. Степанов

МОСКВА

2008

Содержание

Введение	3
1. Принципы работы и применения GPS.....	4
1.1. Основные принципы работы и функционирования GPS.....	4
1.1.1. Структура системы, состав системы.....	4
1.1.2. Принципы определения координат.....	5
1.1.3. Поддержка системы точного времени и кратко устройство стандарта частоты.....	10
1.2. Применение GPS для решения исследовательских задач.....	12
1.2.1. Исследование ионосферы, сейсмических явлений, глобальных процессов.....	12
1.2.2. Спектры возмущений электронной концентрации и полного электронного содержания.....	13
1.3. Основные источники флуктуаций в системе GPS.....	15
1.3.1. Погрешности, вносимые за счёт нестабильности ориентации КА.....	15
1.3.2. На трассе спутник – Земля.....	16
1.3.3. Влияние ионосферы.....	16
1.3.4. Влияние тропосферы.....	19
1.3.5. Другие факторы.....	20
2. Флуктуации часов GPS спутника.....	21
2.1. Основные понятия: дисперсия Аллана, статистическая точность измерений.....	21
2.2. Восстановление спектра флуктуаций часов по сигналу коррекции.....	25
2.3. Искажение спектра флуктуаций часов, вызванное сигналом коррекции.....	27
2.4. Экспериментальное изучение характеристик флуктуаций часов.....	29
3. Статистические характеристики данных GPS приёмников.....	33
Заключение.....	37
Список литературы.....	38

Введение

Дипломная работа посвящена изучению флуктуаций в системах глобального позиционирования. Системы в состоянии обеспечить глобальность, точность, непрерывность, высокую доступность и ряд других требований. Выполнение подобных требований невозможно без учёта дестабилизирующих факторов и шумов. Точное определение координаты и времени – актуальнейшая задача для самого широкого спектра научно – технических приложений. Это и высшая геодезия, геодинамика, картография, геодезическая и аэрофотосъёмка, воздушная навигация, навигация морских и речных судов, навигация наземного транспорта и другие области. К концу прошлого века созданы две такие системы. Это российская ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система (ГЛОНАСС) и американская Global Positioning System (GPS) – Глобальная Система Позиционирования. Основная задача таких систем – определение координаты и времени.

Помимо своего прямого назначения эти системы используются для решения научных задач. Большую актуальность они получили для исследования ионосферы. Это связано с появлением за последние 10 лет международной сети приёмников GPS, которая насчитывает более 1000 штук. Множество работ посвящено исследованию ионосферного отклика на возмущения, возникающие при импульсном воздействии на земную атмосферу (землетрясения, взрывы вулканов, промышленные взрывы, запуски ракет, подземные испытания). Использование этой системы впервые обеспечило возможность глобального непрерывного мониторинга фазовых флуктуаций и связанных с ними погрешностей функционирования спутниковых радионавигационных систем.

Точность, стабильность работы системы определяются флуктуациями. Их знание необходимо для точного предсказания многих параметров. Существует много источников флуктуаций: ионосферная и тропосферная рефракция, многолучевость, ошибки часов спутника и приёмника, солнечная активность и др.

Целями данной работы являлись: анализ флуктуаций корректируемых часов GPS спутника, исследование флуктуаций в данных спутниковых GPS часов и показаний наземного приёмника, сравнение полученных результатов с известными экспериментальными данными по ионосферным флуктуациям.

1. Принципы работы и применения GPS

Хотя глобальные навигационные спутниковые системы являются чрезвычайно сложными и высокоорганизованными техническими системами, идеи и принципы, на которых основано их действие, весьма просты: это - определение местоположения объекта путем измерения расстояния до него от исходных точек, координаты которых известны. Сложность же реализации этих идей обусловлена стремлением сделать систему доступной в любое время на всей Земле и в окружающем пространстве (глобальной). Для этого в качестве исходных точек выбраны искусственные спутники Земли, излучающие дальномерные радиосигналы, которые пользователь принимает на специальный приёмник. Но спутники движутся по своим орбитам, значит, система должна предоставлять пользователю информацию о координатах ИСЗ на любой момент выполнения измерений. Рассмотрим, как решается эта задача, начав с пространственных геометрических сетей и локационных методов измерения расстояний.

1.1. Основные принципы работы и функционирования GPS

Метод определения координат и скорости потребителя основан на измерениях дальности и радиальной скорости относительно НКА.

Псевдодальность – расстояние от объекта наблюдения до спутника, определённое без синхронизации моментов на спутнике и в приёмнике пользователя.

Фазовый метод – определение дальности от спутника до приёмника по изменению на этом пути фазы несущей волны.

Кодовый метод – определение псевдодальности от спутника до приёмника по времени прохождения этого пути кодовым сигналом.

1.1.1. Структура системы, состав системы

Принципы радионавигации известны давно, ещё с середины 40-х годов. В основе их лежит определение местоположения объекта путём измерения расстояния до него от исходных точек, координаты которых известны. В спутниковых РНС исходными точками служат искусственные спутники Земли. В качестве “линейки” используется радиоволна. Для работы системы необходимы приборы

высокоточного измерения времени. Наличие таких приборов в настоящее время позволило “разнести” станции на большие расстояния и охватить “радиотреугольниками” весь земной шар. СРНС состоит из трёх подсистем: КА, наземный командно-измерительный комплекс (КИК) и навигационная аппаратура пользователя (НАП), включающая приёмник.

1.1.2. Принципы определения координат

Геодезические построения

В основе применяемого в ГНСС GPS метода определения местоположения лежит так называемая линейная геодезическая засечка. Её суть сводится к известной со школы геометрической задаче: найти на плоскости положение точки P_0 , если известны положения двух других точек P_1 и P_2 и расстояния от них ρ_1 и ρ_2 до точки P_0 (Рис.1). Искомая точка P_0 , очевидно, принадлежит одновременно двум окружностям с радиусами ρ_1 , и ρ_2 , описанным из центров P_1 и P_2 , т.е. является одной из двух точек пересечения этих окружностей. В аналитическом представлении эта задача выражается в виде системы двух уравнений:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2} & (1) \\ \rho_2 &= \sqrt{(X_2 - X_0)^2 + (Y_2 - Y_0)^2} \end{aligned}$$

Где X_i, Y_j ($j=0,1,2$) – прямоугольные координаты точек на плоскости.

Искомые координаты X_0, Y_0 точки P_0 получаются из решения системы (1) двух уравнений с двумя неизвестными.

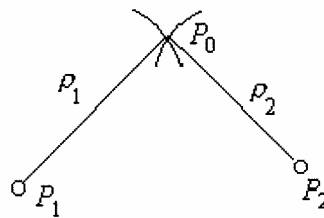


Рис.1. Геометрическая засечка.

При обобщении этой задачи от плоского построения к пространственному вводится третья координата Z . Стало быть, для определения теперь уже трёх искомых координат X_0, Y_0, Z_0 точки P_0 понадобится решать систему из трёх уравнений:

$$\rho_i = \sqrt{(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 + (Z_i - Z_0)^2}, \quad i = 1,2,3. \quad (2)$$

Следовательно, при решении пространственной линейной засечки должно быть 3 исходных пункта (которые, между прочим, не должны лежать на одной прямой, иначе система не будет иметь определенного решения). Разумеется, количество исходных точек, до которых измерены расстояния, может быть и больше трёх, тогда система (2) становится переопределенной и задача решается методом наименьших квадратов. Привлечение избыточных измерений, помимо повышения точности определения координат, даёт еще возможность включения в систему уравнений дополнительных неизвестных параметров, определение которых необходимо для работы с GPS (в первую очередь - поправки часов на спутнике и в приёмнике).

С помощью описанного метода геодезической засечки в ГНСС решаются две главные задачи (Рис.2):

- определение координат спутника по измеренным до него расстояниям от наземных пунктов с известными координатами (*прямая геодезическая засечка*);
- определение координат наземного (или надземного) объекта по измеренным до него расстояниям от нескольких спутников, координаты которых известны (*обратная геодезическая засечка*).

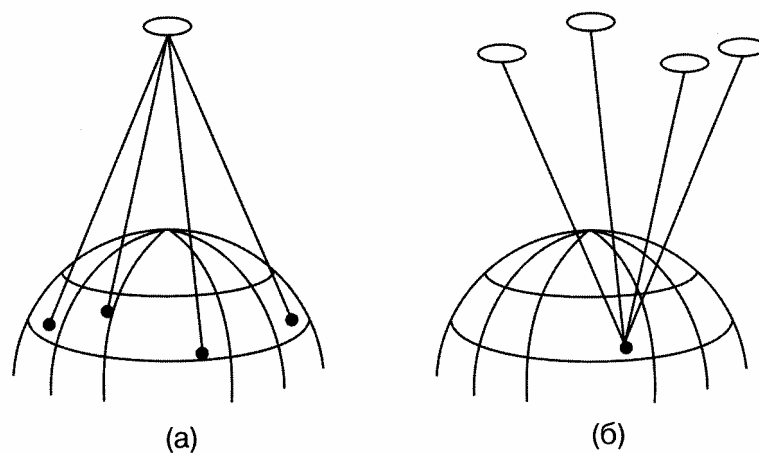


Рис. 2. Схемы определения координат спутника (а) и наземного пункта (б).
Первую задачу решает служба управления системой, вторую - потребитель.

Методы измерения расстояний

Измерения расстояний до спутников производятся с помощью их локации электромагнитными волнами светового или радио диапазонов. Фактически измеряется

время распространения волн между спутником и приемником τ , а искомое расстояние ρ вычисляется по формуле:

$$\rho = c\tau \quad (3)$$

где c - скорость света.

Обозначим через t^S показания часов на спутнике в момент излучения им сигнала, а через t_R -показания часов приёмника в момент приёма этого сигнала. Обозначим, далее, через δ^S и δ_R поправки этих часов, которые нужно добавить к их показаниям, чтобы получить время по выбранной эталонной шкале, которую будем называть системной шкалой GPS. С учетом этих обозначений формула (3) примет вид:

$$\rho = [(t_R + \delta_R) - (t^S + \delta^S)] = c(t_R - t^S) + c(\delta_R - \delta^S) = R + c\Delta\delta \quad (4)$$

В этой формуле R есть измеренное расстояние между приемником и спутником, которое называется «псевдодальность». Оно отличается от действительной геометрической дальности ρ на величину $c\Delta\delta$, обусловленную неучтенным влиянием поправок часов спутника и приёмника, которые к моменту измерений неизвестны. Впрочем, для выполнения навигационных и геодезических работ в реальном времени служба управления GPS ведёт измерения и прогноз поправок часов каждого спутника и эти данные, а также прогнозируемые параметры орбит спутников, передаёт для потребителей вместе с измерительными сигналами. Остается определить поправку часов приёмника.

Из уравнений (2) и (4) имеем:

$$R_i = \rho_i - c\Delta\delta_i = \sqrt{(X_i^S - X_0)^2 + (Y_i^S - Y_0)^2 + (Z_i^S - Z_0)^2} - c(\delta_R - \delta^S) \quad (5)$$

Это и есть основное уравнение для решения навигационной задачи с помощью GPS. В нём - четыре неизвестных: координаты пункта X_0, Y_0, Z_0 и поправка часов приёмника δ_R . Значит, для их определения необходимо составить и решить систему из четырех таких уравнений ($i = 1, 2, 3, 4$), то есть использовать наблюдения минимум четырёх спутников.

Фазовые измерения

Фазовым методом выполняются наиболее точные измерения. Расчётная инструментальная погрешность dP_u составляет около 0,01 от длины волны и при $\lambda = 19$ см

$$\delta P_u \leq 0,01\lambda = 0,01 \cdot 19 \text{ см} = 2 \text{ мм}.$$

Предположим, имеются идеальные условия – спутник относительно приёмника неподвижен, электромагнитные колебания генераторов КА и АП строго синхронны, их частоты и начальные фазы одинаковы. Тогда в АП фаза $\varphi_{ка}$ пришедших волн будет отставать от фазы $\varphi_{ан}$ местных колебаний на величину, пропорциональную времени τ пробега волной расстояния R от спутника до наземной станции, где $\tau=R/c$. Разность фаз будет

$$\Delta\varphi = \varphi_{ан} - \varphi_{ка} = \omega\tau = 2\pi fR / c = 2\pi R / \lambda .$$

В формулах c , f и λ соответственно обозначают скорость электромагнитных колебаний в вакууме, частоту и длину несущей волны. Отсюда

$$R = \Delta\varphi\lambda / 2\pi = (N + \Phi)\lambda ,$$

где Φ – доля, а N – целое число волн λ в расстоянии R . Важной особенностью является то, что измеряется только величина Φ . Число N из измерений получить невозможно. Если длина волны 19 см, то фиксируется расстояние только в пределах этих 19 см. Учитывая высоту полёта спутников, нетрудно подсчитать, что число $N > 100\,000\,000$. Сколько точно – неизвестно. Задача не имеет однозначного решения. Необходимы дополнительные условия по нахождению чисел неоднозначности N , т.е. по разрешению неоднозначности фазовых измерений.

Дальномерный метод

Наиболее простой дальномерный метод навигационных определений основан на пассивных (беззапросных) измерениях дальности D_i , между i -м НС и потребителем. В этом методе навигационным параметром является дальность D_i , а поверхностью положения – сфера с радиусом D_i и центром, расположенным в центре масс i -го НС. Уравнение сферы имеет вид

$$D_i = | (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2 |^{1/2} \quad (6)$$

Здесь x_i, y_i, z_i – известные на момент измерения координаты i -го НС (с учетом его перемещения за время распространения сигнала); x, y, z – координаты потребителя.

Местоположение потребителя, т. е. координаты x, y, z , определяют как координаты точки пересечения трех поверхностей положения, другими словами трех сфер. Поэтому для реализации дальномерного метода необходимо измерить дальности (6) до трех НС, т. е. $i = \overline{1,3}$.

Таким образом, для дальномерного метода навигационная функция представляет собой систему из трех уравнений вида (6). Ввиду нелинейности такой системы уравнений возникает проблема неоднозначности определения координат потребителя,

устраняемая с помощью известной потребителю дополнительной информации (ориентировочные координаты потребителя, его радиальная скорость и т. д.).

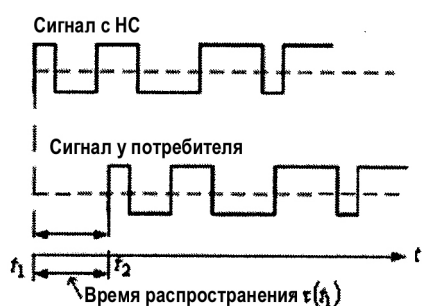


Рис.3. Временная диаграмма излучения и приёма НС сигнала.

В (6) неявно подразумевается, что все величины должны быть взяты в один и тот же момент времени t . Однако при реализации данного метода в СРНС возникает ряд особенностей. Прежде всего заметим, что дальность D_i , определяется по результатам измерений задержки τ_i , излученного с борта НС сигнала. Предположим, что потребитель и НС работают в единой шкале времени, и с борта НС излучается сигнал, огибающая которого приведена на верхнем графике рис.3. Такой вид огибающей соответствует дальномерному коду сигналов, используемых в СРНС, поэтому в дальнейшем вместо огибающей сигнала будем говорить о дальномерном коде. В момент времени t_1 имеем некоторую фазу излучаемого дальномерного кода (верхний график на рис.3). В этот момент времени НС и потребитель имеют координаты $x_i(t_1)$ и $x(t_1)$ соответственно. В момент времени t_2 сигнал с фиксированной фазой дальномерного кода достигнет приемника потребителя (нижний график на рис.3). В этот момент времени НС и потребитель имеют координаты $x_i(t_2)$ и $x(t_2)$. Задержка сигнала в приемнике измеряется в момент времени t_2 , т.е. $\tau_i(t_2)$, и при известном значении t_1 она составит $\tau_i(t_2) = t_2 - t_1$.

Другой особенностью, которую необходимо учитывать в СРНС, является то, что время излучения сигнала с борта НС привязано к бортовой шкале времени, а потребитель измеряет задержку сигнала в своей шкале времени – ШВП. При наличии расхождения t' шкал времени возникает смещение $D' = ct'$ измеренной дальности относительно истинной, и точность определения местоположения потребителя падает. Пусть t – системная шкала времени, $t_{нс}$ – шкала времени НС, t_n – шкала времени потребителя (рис.3), причем ШВП сдвинута относительно БШВ на t' . Тогда $t_{нс1}$ – момент излучения фиксированной фазы дальномерного кода с борта НС в БШВ, который соответствует (численно равен) моменту времени t_{n1} в ШВП; t_{n2} – момент времени приема той же фазы дальномерного кода приемником потребителя в ШВП.

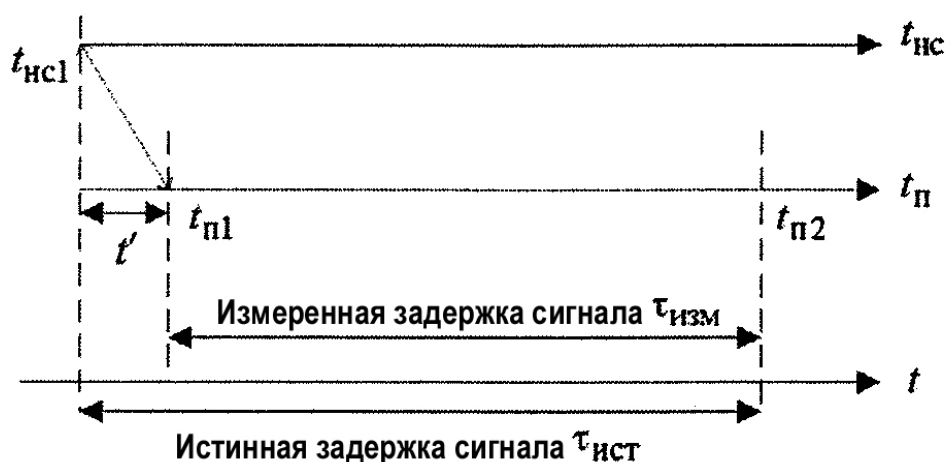


Рис.4. Временная диаграмма излучения и приёма НС сигнала со сдвигом шкал времени.

Истинное значение задержки сигнала $\tau_{i\text{ ист}} = t_{п2} - t_{нс1}$, а измеренное потребителем – $\tau_{i\text{ изм}} = t_{п2} - t_{п1} = t_{п2} - (t_{п1} + t') = \tau_{i\text{ ист}} - t'$. Таким образом, измеренное потребителем значение задержки $\tau_{i\text{ изм}}$ (в дальнейшем используется обозначение $\overline{\tau}_i$), которое называют псевдозадержкой, отличается от истинного значения $\tau_{i\text{ ист}}$ на величину t' , равную смещению шкал времени (БШВ и ШВП). Уменьшить влияние этого фактора можно, установив у потребителя высокостабильный эталон времени (частоты) и периодически проводя его калибровку по БШВ. Однако, высокостабильные эталоны времени достаточно дороги и не могут быть использованы у массового потребителя. Другим способом уменьшения влияния расхождения шкал времени является использование псевдодальномерного метода определения координат.

1.1.3. Поддержка системы точного времени и кратко устройство стандарта частоты

Время системы ГЛОНАСС

Все НКА ГЛОНАСС оснащены высокостабильными стандартами частоты, суточная нестабильность которых составляет $5 \cdot 10^{-13}$ для НКА ГЛОНАСС и $1 \cdot 10^{-13}$ для НКА ГЛОНАСС-М. Точность взаимной синхронизации бортовых шкал времени спутников ГЛОНАСС составляет 20 нс (среднеквадратическое значение), а спутников ГЛОНАСС-М-8нс (среднеквадратическое значение).

Основой для формирования шкалы системного времени ГЛОНАСС является водородный стандарт частоты центрального синхронизатора системы, суточная нестабильность которого составляет $(1-5) \cdot 10^{-14}$. Расхождение между шкалой системного времени ГЛОНАСС и шкалой Госэтало́на Координированного Всемирного Времени UTC(SU) не должна превышать 1 мс. Погрешность привязки шкалы системного времени ГЛОНАСС к шкале UTC(SU) не должна превышать 1 мкс.

Шкалы времени каждого НКА ГЛОНАСС периодически сверяются со шкалой времени ЦС. Поправки к шкале времени каждого НКА относительно шкалы времени ЦС вычисляются в ПКУ ГЛОНАСС и дважды в сутки закладываются на борт каждого НКА.

Погрешность сверки шкалы времени НКА со шкалой времени ЦС не превышает 10 нс на момент проведения измерений.

Шкала системного времени ГЛОНАСС корректируется одновременно с плановой коррекцией на целое число секунд шкалы Координированного всемирного времени UTC. Коррекция шкалы UTC на величину ± 1 с проводится Международным Бюро Времени (BIPM) по рекомендации Международной службы вращения Земли (IERS). Коррекция шкалы UTC производится, как правило, с периодичностью 1 раз в год (в полтора года) в конце одного из кварталов: в 00 часов 00 минут 00 секунд полночь с 31 декабря на 1 января – 1-й квартал (или с 31 марта на 1 апреля – 2-й квартал, с 30 июня на 1 июля – 3-й квартал, с 30 сентября на 1 октября – 4-й квартал) и осуществляется одновременно всеми пользователями, воспроизводящими или использующими шкалу UTC.

Предупреждение о моменте и величине коррекции UTC заблаговременно (не менее чем за три месяца) сообщается пользователям в соответствующих бюллетенях, извещениях и другими способами. Спутники ГЛОНАСС не содержат в навигационных сообщениях данных о коррекции UTC. В навигационном кадре спутника ГЛОНАСС-М предусмотрено заблаговременное уведомление потребителей о факте, величине и знаке секундной коррекции UTC.

При коррекции UTC, в соответствии с рекомендациями BIPM, проводится одновременная коррекция системного времени ГЛОНАСС путем соответствующего изменения оцифровки последовательности секундных импульсов бортовых часов всех спутников ГЛОНАСС. При этом метка времени строки навигационного кадра ГЛОНАСС (передаваемая каждые 2 секунды) изменяет свое положение (на непрерывной шкале времени) для синхронизации с 2-секундной эпохой

скорректированной шкалы UTC. Это изменение происходит в 00 часов 00 минут 00 секунд UTC.

1.2. Применение GPS для решения исследовательских задач

Глобальная навигационная система GPS позволила получить новейшие достижения в области исследования параметров ионосферных неоднородностей (возмущений) различных масштабов и различного происхождения.

Неослабевающий уже несколько десятилетий интерес к проблеме изучения ионосферных возмущений (ИВ) обусловлен тем, что эти исследования являются не только увлекательной научной задачей, но имеют и важные прикладные аспекты. Известно, что ионосфера Земли может служить индикатором различного рода воздействий как естественного, так и техногенного происхождения (проявления солнечной и геомагнитной активности, землетрясения, цунами, грозы, взрывы и т.д.). Такие воздействия можно трактовать как активные эксперименты и использовать для решения целого ряда задач физики ионосферной плазмы, распространения радиоволн, физики ударных волн и пр. В последние годы стало ясно также, что нельзя надежно прогнозировать погоду и климат без учета ионосферных процессов и атмосферно-термосферных связей. Кроме того, по мере развития прогресса наша цивилизация все более и более полагается на технологические системы связи, навигации, локации, для нормального функционирования которых требуются возможно более точные сведения о систематических и нерегулярных вариациях содержания заряженных частиц в верхних слоях атмосферы Земли.

1.2.1. Исследование ионосферы, сейсмических явлений, глобальных процессов

Исследованию ионосферного отклика на возмущения, возникающие при импульсном воздействии на земную атмосферу (землетрясения, взрывы вулканов, промышленные взрывы, запуски ракет, подземные испытания), посвящено множество работ [3].

К настоящему времени накоплен большой материал о структуре ионосферы – глобальном распределении ионизации, ее суточных, сезонных и климатических вариациях. В то же время многочисленные наземные и космические исследования

убедительно показали, что характерной особенностью ионосферы является её изменчивость и неоднородность. Возмущения (неоднородности) проявляются в вариациях различных параметров среды: локальной электронной концентрации (N_e), температуры ионов и электронов (T_e, T_i), полного электронного содержания (ПЭС, количество электронов в столбе единичного сечения).

Установлено, что существуют две основные зоны локализации неоднородностей ионосферной плазмы: экваториальная ($0-20^\circ$) и авроральная ($65-90^\circ$). Неоднородности вблизи экватора наблюдаются на высотах $95-1000$ км главным образом ночью. Характерной особенностью экваториальной ионосферы является возникновение возмущений у основания F-слоя и их перемещение вверх до высот порядка 1000 км со скоростями $60-150$ м/с. Обычно это сильно вытянутые (соотношение размеров достигает $7:1$ и более) области с пониженной на $60-80\%$ по сравнению с фоновой плотностью ионизации. Размеры их достигают нескольких десятков или сотен километров. В литературе такие образования известны как «всплывающие пузыри». В нижней части экваториальной F-области ионосферы развиваются неоднородности метрового масштаба. Электронная концентрация в мелкомасштабных возмущениях отличается от фоновой на $\pm 20\%$. Интенсивность таких структур имеет сезонный ход со значительным максимумом в осеннее равноденствие и увеличивается с ростом солнечной активности. В высоких широтах неоднородности ионизации распределены по всей толще P-слоя до высот в несколько тысяч километров. Спектр размеров – от десятков метров до сотен километров. Относительное возмущение электронной плотности изменяется от $1-5$ до $50-70\%$. Суточный ход появляемости неоднородностей в авроральной области выражен слабо, но вероятность их образования увеличивается с ростом солнечной и магнитной активности. Среднеширотная область является переходной между двумя основными зонами локализации неоднородностей. Неоднородности средних широт локализованы главным образом на высоте максимума P-слоя и наблюдаются в основном ночью. Их размеры колеблются в пределах $0.3-70$ км, существует тенденция увеличения размеров с высотой. Отклонения электронной концентрации от фонового уровня составляют до 10% .

1.2.2. Спектры возмущений электронной концентрации и полного электронного содержания

Одним из важнейших современных представлений о природе и динамике ионосферных неоднородностей является концепция, согласно которой, наблюдаемая в

эксперименте неоднородная структура есть результат суперпозиции процессов различного происхождения и различных масштабов. Спектральный анализ, проведенный при вертикальном, наклонном, трансферном радиозондировании, показал, что спектры ионосферных возмущений имеют степенной характер спада интенсивности при увеличении частоты флуктуации f со средним индексом наклона $\kappa = -3$.

Авторами [5] на большом статистическом материале исследованы спектры возмущений ПЭС, полученные по данным GPS. На рис.5 приведены усредненные логарифмические спектры мощности вариаций ПЭС $\lg S^2(f)$ для спокойных (тонкая линия) и возмущенных (толстая линия) геомагнитных условий. Спектр $\lg S^2(f)$ для спокойного дня 29 июля 1999г. (индекс геомагнитной активности D_{st} в пределах от -7 до -40 нТл) получен при усреднении по 313 трассам «приемник –НИСЗ» для 160 станций GPS, расположенных в Западном и Восточном полушариях в диапазоне широт 20–30°N. Вертикальными линиями на данном графике отмечены значения среднеквадратического отклонения (СКО) вариаций амплитуды спектра. Пунктиром изображена аппроксимирующая прямая, определяющая наклон спектра. Спектр $\lg S^2(f)$ для возмущенного дня 15 июля 2000 г. (D_{st} в пределах от -2 до -295 нТл) получен усреднением по 197 трассам в том же широтно-долготном диапазоне. На оси абсцисс нанесены шкалы временных периодов T и характерных масштабов L ионосферных неоднородностей, рассчитанные для средней скорости перемещения ионосферного возмущения, равной 100м/с. В спокойных условиях спектры мощности вариаций ПЭС имеют степенной вид с индексом наклона $\kappa = -2.5$, что соответствует значению $\kappa = -3.5$ для спектров ионосферных возмущений. С увеличением уровня магнитной возмущенности растет амплитуда вариаций ПЭС при одновременном изломе спектра за счет возрастания амплитуды колебаний с периодами больше 20 мин. В работе установлено также, что ночью абсолютная амплитуда вариаций ПЭС оказывается меньше, чем днем, а наклон спектра уменьшается, что свидетельствует о непропорциональном росте мелкомасштабной части спектра. Важно отметить, что отдельные участки спектра соответствуют различным типам ионосферных возмущений.

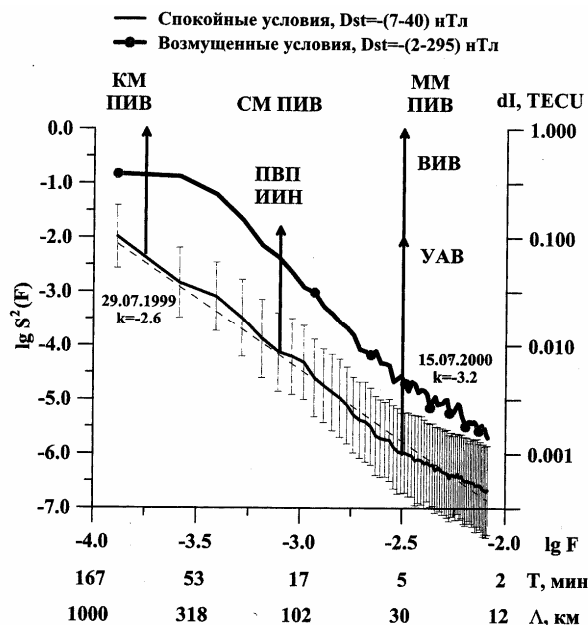


Рис.5. Средние спектры мощности вариаций ПЭС для спокойных и возмущенных геомагнитных условий.

1.3. Основные источники флуктуаций в системе GPS

Основной вклад в погрешность определения местоположения и времени вносит ионосфера. Если вести прием сигналов ГНСС на двух частотах с помощью двухчастотного приемника можно практически полностью исключить ионосферу. Дешевыми являются одночастотные приемники, но они не могут определять поправку за ионосферу, из-за чего возможны ошибки в от 10 до 100 метров.

1.3.1. Погрешности, вносимые за счёт нестабильности ориентации КА

Нестабильность положения КА может быть вызвана различными факторами космического происхождения: компас-эффект, индукционные токи, солнечный ветер, солнечные космические лучи, магнитные бури. Компас-эффект заключается в том, что токи, текущие по бортовой сети, взаимодействуют с магнитным полем Земли и вызывают изменение положения КА в пространстве. Солнечный ветер – это поток фотонов со скоростью 3000 км/сек¹.

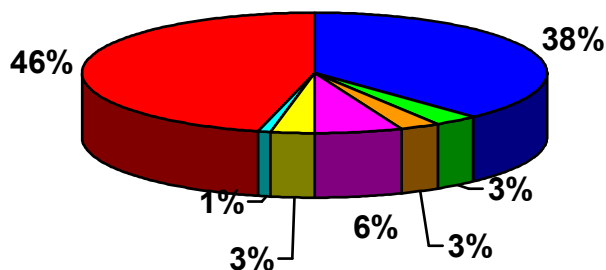
¹ http://www.sinp.msu.ru/maininc/act/sinp_act/sp-phys/sp_phys2.htm

1.3.2 На трассе спутник – Земля

Ниже приведена диаграмма², показывающая процентное соотношение факторов, определяющих погрешность измерений системы СРНС на примере американской GPS.

Основной вклад вносится искусственно для гражданских пользователей с целью уменьшения точности, что связано с режимом секретности привязки военных объектов. Поэтому на данном источнике помех выборочной доступности мы останавливаться не будем. Таким образом, естественными факторами внесения погрешности измерений СРНС в порядке убывания их значимости остаются ионосферная рефракция, ошибки эфемеридных данных, тропосферная рефракция, ошибки спутниковых часов, отражённый сигнал (многолучевость) и собственные шумы приёмника. Остановимся на наиболее значимых источниках погрешностей.

Влияние различных факторов на точность



- Ионосферная рефракция (20-30 м днём, 3-6 м ночью)
- Тропосферная рефракция (1-3 м)
- Ошибки спутниковых часов (2 м)
- Ошибки в эфемеридных данных (4 м)
- Отражённый сигнал (1-3 м)
- Собственные шумы приёмника (0,6 м)
- Помехи выборочной доступности (30 м)

1.3.3. Влияние ионосферы

Верхняя область атмосферы Земли называется ионосферой. Известно пять регулярных “слоёв” ионосферы. Самый нижний слой D расположен на высоте 60-80 км и появляется только днём, концентрация электронов $N_{\max} \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$. От слоя D

² <http://nauka.nsk.ru/e-books/Gps/article.html>

отражаются радиоволны с длиной волны порядка десятков км (сверхдлинные радиоволны). Слой E расположен на высоте 90-120 км. Максимальное значение электронной концентрации в дневное время $N_{max} \sim (1,0-1,5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$. Ночью концентрация электронов сильно уменьшается. Выше слоя E расположен слой F, который летом в дневное время делится на два. Высота $F_1 \sim 200 \text{ км}$, $F_2 \sim 300-400 \text{ км}$. Электронная концентрация $N_{max} \sim 10^5-10^6 \text{ см}^{-3}$.

Величина электронной концентрации ионосферы меняется в зависимости от времени суток, времени года и от солнечной активности, увеличиваясь в годы максимума солнечной активности и уменьшаясь в годы минимума. В каждом из регулярных ионосферных слоёв электронная концентрация увеличивается до некоторого максимального значения, затем убывает. Исследования концентрации в ионосфере, проведённые с помощью ракет и искусственных спутников Земли, показали, что максимумы электронной концентрации в областях D, E и F_1 выражены слабо и только слой F_2 имеет явно выраженный максимум. Электронная концентрация выше максимума F_2 убывает медленнее, чем в нижней части слоя. Кроме регулярных слоёв существуют нерегулярные слои. Часто на уровне слоя E появляется полупрозрачный слой, называемый спорадическим слоем E_s . Иногда слой E_s полностью экранирует вышележащие слои.

Диэлектрическая проницаемость ϵ , а следовательно и показатель преломления n ионосферной плазмы выражается соотношением:

$$\epsilon = n^2 = 1 - \omega_0^2 / \omega^2, \text{ где } \omega_0^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$$

N – концентрация электронов, e и m – заряд и масса электрона, ω – частота волны. При $\omega > \omega_0$ $\epsilon > 0$ и волны проходят через ионосферу, при $\omega < \omega_0$ $\epsilon < 0$ и волны отражаются. Поскольку максимальное значение ω_0 зависит от N_{max} , то диапазон радиоволн, который может отражаться от ионосферы, ограничен по частоте.

Верхние слои атмосферы (ионосфера) содержат большое число заряженных частиц. Под действием переменного электромагнитного поля проходящей волны заряды, в частности свободные электроны, приходят в вынужденные колебания и становятся источниками вторичных волн. Из-за этого изменяется фазовая скорость распространения волн и нарушается прямолинейность их распространения. Соударения колеблющихся заряженных частиц с нейтральными приводит к поглощению энергии волны.

Расчёт показывает, что показатель преломления среды, содержащей заряженные частицы, при концентрации N частиц / см^3 , равен:

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{m(\omega^2 + a^2)\varepsilon_0}}$$

где ω – частота распространяющейся волны; a – коэффициент, учитывающий ежесекундное число соударений заряженной частицы с нейтральными; e и m – заряд и масса частицы, соответственно.

Поскольку влияние заряженных частиц зависит от отношения $\frac{e}{m}$, главную роль при оценке n играют свободные электроны.

$$\text{Коэффициент поглощения волны } k \sim \frac{\alpha N}{\omega^2}.$$

Ионизация в атмосфере постепенно растёт с высотой (особенно важны два слоя – на высоте 100-120 км и 250-400 км). Соответственно, постепенно уменьшается показатель преломления.

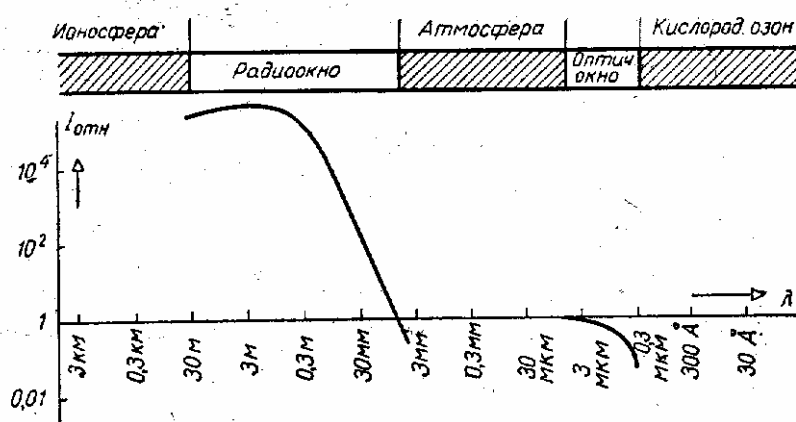


Рис.6. Зависимость прозрачности от длины волны ($I_{отн}$ – прозрачность, λ – длина волны).

Поскольку условия отражения, зависящие от концентрации зарядов в ионосфере, меняются в течение суток, то на длинных линиях коротковолновой связи приходится изменять длину волны: днём требуются более короткие частоты.

Возможность интерференции волн, приходящих в точку приёма разными путями, приводит к некоторой неустойчивости этого типа связи.

Для космической связи оказываются пригодны лишь довольно узкие диапазоны (см. рис.2), захватывающие “радиокно” (30 м – 30 мм) и “оптическое окно” (2 мкм и 0,4 мкм) [10].

Помехи вызываются рядом причин, включая:

- промышленность и транспорт;
- источники хаотического космического излучения;

- тепловое излучение атмосферы в спектральных областях поглощения ею электромагнитных волн;
- поток космических частиц, меняющих степень ионизации верхних слоёв атмосферы.

Интенсивность космического радиоизлучения также постепенно убывает с уменьшением длины волны и становится весьма мала для волн короче 30 см.

1.3.4. Влияние тропосферы

Тропосфера является электрически нейтральной частью атмосферы, и потому запаздывание радиоволн в ней не зависит от частоты и одинаково для кодовых и фазовых измерений. Следовательно, для вычисления тропосферной поправки к измеренной псевдодальности на первый план выходит метод моделирования [10].

Согласно теории, величина задержки в тропосфере зависит от показателя преломления вдоль трассы распространения волн, который в свою очередь зависит от температуры, давления и влажности. При установлении этих зависимостей принято рассматривать тропосферу как смесь сухого воздуха и водяных паров и рассчитывать задержки для каждого из этих компонентов по своим формулам. Отметим, что «сухая» часть задержки составляет около 90% от полной, и она достаточно точно определяется по метеоданным, измеренным вблизи приемника. «Влажная» часть зависит от давления водяных паров, которое очень неустойчиво во времени и пространстве.

Отметим одно важное обстоятельство: величина тропосферной задержки зависит от угла места КА. Действительно: ведь чем сильнее наклон, тем длиннее путь через тропосферный слой, а вертикальный луч «прошивает» тропосферу по самому короткому пути.

Если измерения на пункте продолжаются достаточно долго и наблюдаются спутники при разных углах места, то поправку DOP можно определить включив ее в число неизвестных при совместной обработке измерений методом наименьших квадратов. Такой способ даже точнее, чем по измерениям метеоданных, но его можно применять не в реальном времени в ходе измерений, а только в процессе их постобработки.

В среднем тропосферная поправка в зените составляет 2,3 м, а при угле наклона над горизонтом 15° – около 10 м.

1.3.5. Другие факторы

Еще одним вредным фактором, связанным со средой распространения радиосигнала, является переотражение его от окружающих объектов (земной и водной поверхности, строений, деревьев и т.п.). В результате на антенну попадают не только прямые сигналы от спутника, но и смесь отраженных, прошедших больший путь, что приводит к дополнительной задержке суммарного сигнала. Это явление называется многолучевость. Величина погрешности при измерении дальностей по кодовым сигналам при неблагоприятных условиях может достигать 50 м и более. Фазовые измерения оказываются в более выгодном положении: ведь длина волны несущей составляет около 20 см, так что погрешность из-за многолучевости может составить лишь ее долю (5-10 см), - знать целое число длин волн при фазовых измерениях вовсе не нужно, так как оно все равно восстанавливается в ходе последующих вычислений.

В отличие от тропосферных и ионосферных погрешностей, влияние многолучевости не поддается удовлетворительному моделированию, поэтому борьба с ней ведется путем принятия защитных мер, таких как:

- расположение антенны, по возможности, вдали от отражающих объектов;
- устройство в антенне защитных экранов;
- удлинение сеансов измерений с тем, чтобы варьировать направления хода радиолучей от спутников.

Влияние других источников погрешностей (вариации хода часов на спутнике и в приемнике, неточность эфемерид, колебания фазовых центров передающей и приемных антенн, нестабильность аппаратурных временных задержек) сказывается, в основном, не на измеренных псевдодальностях, а уже на результатах вычислений, полученных по этим измерениям: координатах, скоростях и точном времени. Как бы точны ни были атомные часы на спутниках, все же и у них имеются источники небольших погрешностей. Приходится следить за этими часами и сверять их, если выявится хотя бы незначительный уход. Но даже при этом возникающие иногда небольшие неточности заметно влияют на точность измерений [15].

Практически по измерениям получают не дальности, а искаженные погрешностями их значения – псевдодальности. Чтобы правильно вычислить координаты пункта по псевдодальностям, в случае 2D надо их измерять до трех, а в случае 3D – по крайней мере, до четырех пунктов с известными координатами. Пунктами с известными координатами являются спутники. Несмотря на то, что в космосе спутники перемещаются с огромной скоростью, их координаты в каждое мгновение должны быть известны с высокой точностью, и переданы в приемную

аппаратуру пользователя. Информация о координатах содержится в так называемых навигационных сообщениях, передаваемых каждым спутником и принимаемых на Земле или на борту КА.

2. Флуктуации часов GPS спутника

2.1. Основные понятия: дисперсия Аллана, статистическая точность измерений

Эталон времени (стандарт частоты), по существу, является высокостабильным генератором периодических колебаний. Выходной сигнал генератора $x(t)$ можно представить в виде:

$$x(t) = A \cdot P\{\psi(t)\} = A \cdot P\{\omega_0 t + \varphi(t)\},$$

где A - амплитуда колебаний, P - периодическая функция фазы ψ , которая содержит регулярную составляющую $\omega_0 t$, линейно зависящую от времени, и случайную составляющую $\varphi(t)$.

Для эталонов времени в первую очередь важна абсолютная фаза колебаний ψ . Её можно представить в виде следующего интеграла:

$$\psi(t) = \psi(0) + \int_0^t d\theta \{\omega_0 + \nu(\theta)\},$$

где $\psi(0)$ - начальная фаза, ω_0 - среднее значение частоты колебаний, $\nu(t)$ - флуктуации частоты. Флуктуации фазы, которые определяют ошибку эталона времени, являются диффузионным случайным процессом:

$$\varphi(t) = \int_0^t d\theta \nu(\theta)$$

Процессы такого вида также называются винеровскими процессами или процессами со случайными приращениями.

Диффузионные процессы как правило являются нестационарными, однако для них можно ввести понятие спектральной плотности, совпадающее по смыслу со спектральной плотностью стационарного процесса – распределение мощности флуктуации по частоте [16]. Формальный вывод выражения для спектральной плотности фазы φ , заключается а следующем. Флуктуации частоты являются

производной от флуктуации фазы: $\nu(t) = \frac{d}{dt} \varphi(t)$. Тогда спектральные плотности $S_\nu(\omega)$

и $S_\varphi(\omega)$ процессов $v(t)$ и $\varphi(t)$ связаны соотношением: $S_v(\omega) = \omega^2 S_\varphi(\omega)$ [17].

Отсюда следует, что:

$$S_\varphi(\omega) = \frac{1}{\omega^2} S_v(\omega) \quad (7)$$

Строгий вывод включает доказательство существования спектральных плотностей для рассматриваемых нестационарных процессов.

Выражение (7) показывает, что спектральная плотность флуктуации фазы стремится к бесконечности при стремлении частоты к нулю. (При условии, что спектр флуктуации частоты не уменьшается достаточно быстро при понижении частоты – практически не встречающийся на практике случай). Поэтому в общем случае можно считать, что флуктуации фазы имеют спектральную плотность вида $1/\omega^\gamma$.

Если показатель спектра $\gamma \geq 1$, спектральная плотность флуктуации фазы не интегрируется при $\omega \geq 0$. Это приводит к тому, что дисперсия флуктуаций $\langle \varphi^2(t) \rangle$, вычисленная по ансамблю, зависит от времени (процесс является нестационарным), среднее значение процесса не может быть определено по одной реализации процесса путем усреднения по времени, и, следовательно, не может использоваться обычная процедура измерения дисперсии:

$$\overline{\langle \varphi^2(t) \rangle}^T = \frac{1}{T} \int_0^T dt \varphi^2(t)$$

Ошибка такого измерения не уменьшается при увеличении времени усреднения T . (Здесь и далее чертой сверху обозначается усреднение по времени). Мерой интенсивности флуктуации для процессов с $\gamma < 3$ служит средний квадрат приращения процесса $\Delta\varphi$ на конечном интервале времени θ – структурная функция (разностный момент второго порядка):

$$d^2(\theta) = \langle (\Delta\varphi(t, \theta))^2 \rangle = \langle (\Delta\varphi(t + \theta) - \varphi(t))^2 \rangle$$

(Здесь и далее угловыми скобками обозначается усреднение по ансамблю.) Смысл введения структурной функции поясняет схема на Рис.7.

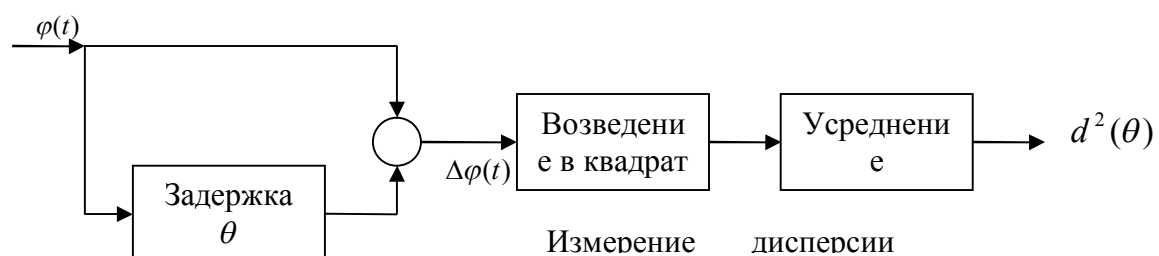


Рис.7.

Из исходного процесса φ с помощью линейных операций временной задержки и вычитания формируется новый случайный процесс $\Delta\varphi$, дисперсия которого и является структурной функцией. Нетрудно показать, что коэффициент передачи этого преобразования имеет вид:

$$K_d(\omega) = 1 - e^{i\omega\theta}$$

Следовательно, спектральная плотность приращения процесса равна

$$S_{\Delta\varphi}(\omega) = |K_d(\omega)|^2 S_{\varphi}(\omega) = 4 \sin^2 \frac{\omega\theta}{2} S_{\varphi}(\omega)$$

и структурная функция является интегралом от этой спектральной плотности:

$$d^2(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega S_{\Delta\varphi}(\omega)$$

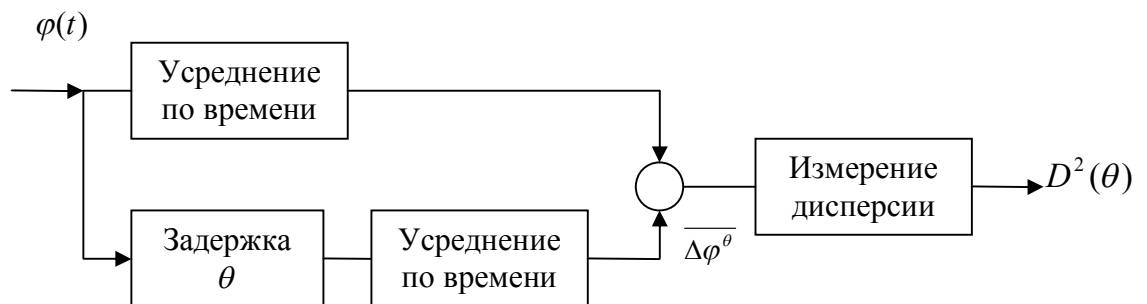
Для флуктуации фазы со спектром вида $1 \setminus \omega^\gamma$ спектр флуктуации приращения вблизи нуля частоты имеет вид $1 \setminus \omega^{\gamma-2}$. При $\gamma < 3$ этот спектр интегрируется при $\omega \geq 0$, и, тем самым, снимаются вышеуказанные проблемы измерения дисперсии.

На практике принято использовать т.н. дисперсию Аллана:

$$D^2(\theta) = \langle (\overline{\varphi(t+\theta)^\theta} - \overline{\varphi(t)^\theta})^2 \rangle$$

Здесь, в отличие от структурной функции, вместо приращения самого процесса вычисляется приращение среднего по времени значения процесса, причем интервал усреднения и интервал, на котором вычисляется приращение, равны по величине.

Преобразование исходного процесса при вычислении дисперсии Аллана поясняют схемы на Рис.8.



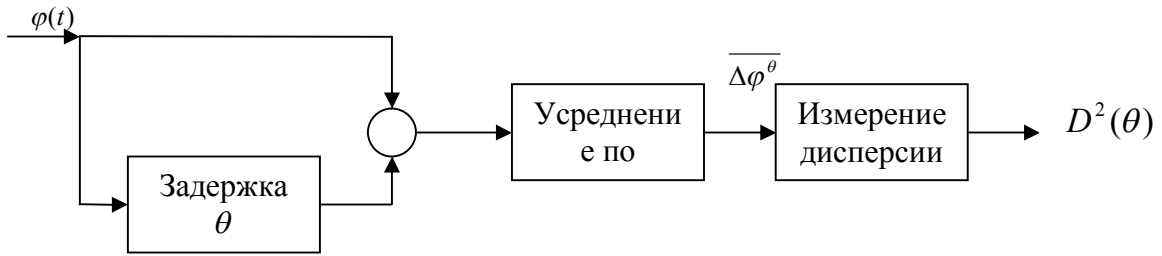


Рис.8 Эквивалентная схема

Коэффициент передачи преобразования сигнала $K(\omega)$ и спектральная плотность приращения средних $S_{\Delta\varphi}(\omega)$ имеют вид:

$$K_d(\omega) = (1 - e^{j\omega\theta}) \cdot \frac{e^{j\omega\theta} - 1}{e^{j\omega\theta}}$$

$$S_{\Delta\varphi}(\omega) = |K_d(\omega)|^2 S_{\varphi}(\omega) = 4 \sin^2 \frac{\omega\theta}{2} \left(\frac{\sin \frac{\omega\theta}{2}}{\frac{\omega\theta}{2}} \right)^2 S_{\varphi}(\omega)$$

Интегрирование спектральной плотности по частоте дает дисперсию Аллана. Приведённое выражение показывает, что помимо ослабления низкочастотной составляющей исследуемого сигнала, при измерении дисперсии Аллана за счёт усреднения по времени также ослабляются и высокочастотные компоненты.

Рассмотрим зависимость дисперсии Аллана от задержки θ для флуктуации фазы со спектром вида $\frac{1}{\omega^\gamma}$. Полагая $S_{\varphi}(\omega) = \frac{S_{\varphi}}{\omega^\gamma}$, вводя безразмерную переменную $\xi = \frac{\omega T}{2}$ и интегрируя спектральную плотность $S_{\Delta\varphi}$, легко получить следующее выражение:

$$D^2(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega S_{\Delta\varphi}(\omega) = S_0 \cdot 2^{3-\gamma} A(\gamma) \cdot \theta^{\gamma-1},$$

где

$$A(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \frac{\sin^4 \xi}{\xi^{2+\gamma}}.$$

Графики, качественно иллюстрирующие зависимость $D^2(\theta)$ для различных показателей γ , приведены на Рис.9. В случае $\gamma = 0$ (белый шум фазы, спектр флуктуации частоты спадает на низких частотах по закону φ^2 – практически нереальная ситуация) дисперсия Аллана убывает обратно пропорционально задержке. При $\gamma = 1$ (фликкерный шум фазы, спектр флуктуаций частоты спадает на низких

частотах по закону ω – также мало вероятная ситуация) дисперсия Аллана не зависит от задержки. Случай $\gamma = 2$ (флуктуации частоты – белый шум) соответствует классическому диффузионному процессу – дисперсия Аллана пропорциональна задержке. Наконец, при показателе γ , близком к 3 (фликкерные флуктуации частоты) дисперсия Аллана растет по квадратичному закону. Отметим, что в этом случае коэффициент $A(\gamma)$ резко возрастает, и абсолютное значение дисперсии Аллана сильно увеличивается.

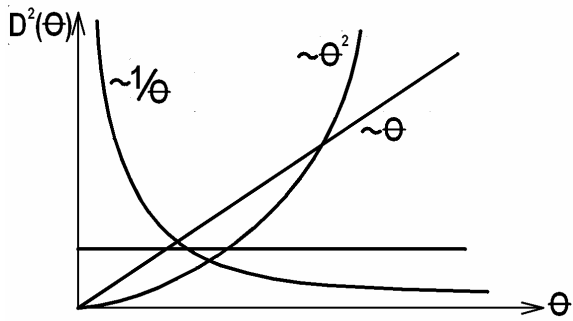


Рис.9

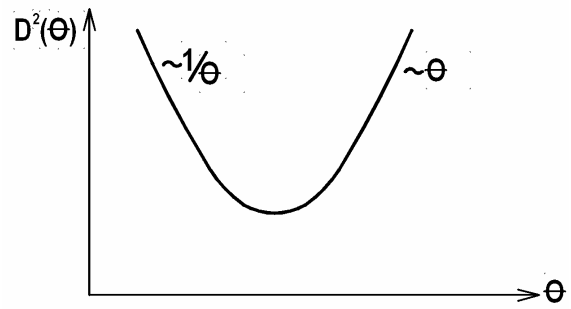


Рис.10

2.2. Восстановление спектра флуктуаций часов по сигналу коррекции

Спектр сигнала коррекции часов GPS-спутника

Предположим, что коррекция производится с интервалом T и заключается в установке ожидаемого значения часов (фазы колебаний стандарта частоты).

Набег фазы часов к моменту коррекции:

$$\Delta\psi(T, t) = \omega_0 T + \Delta\omega_0 T + \int_t^{T+t} d\Theta \nu(\Theta),$$

где t – момент предыдущей коррекции;

ω_0 – эталонная частота;

$\omega_0 T$ – ожидаемое значение фазы;

$\Delta\omega_0 T$ – регулярное отклонение частоты часов от эталона частоты;

$\int_t^{T+t} d\Theta \nu(\Theta)$ – флуктуационный набег фазы.

Медленную флуктуацию v нельзя отличить от регулярного изменения, всё зависит от соотношения характера временного промежутка и интервала наблюдения. Поэтому можно объединить третий и четвёртый члены правой части уравнения.

Можно рассматривать сигнал коррекции как функцию t – это соответствует непрерывному сдвигу во времени одного интервала коррекции. Тогда сигнал коррекции $\Delta\psi(t)$ – это случайный процесс, связанный с флуктуациями частоты формулой:

$$\int_t^{T+t} d\Theta v(\Theta) = \Delta\psi(T)$$

Это линейное преобразование процесса $v(t)$ в процесс $\Delta\psi(t)$.

$$k(\omega) = \frac{1}{j\omega} (e^{j\omega T} - 1).$$

Следовательно, спектральные плотности процессов v и $\Delta\psi$ связаны соотношением:

$$S_{\Delta\psi}(\omega) = |k(\omega)|^2 S_v(\omega) = \left(T \frac{\sin(\omega T / 2)}{(\omega T / 2)} \right)^2 S_v(\omega),$$

то есть спектр сигнала коррекции содержит искажённый спектр флуктуации частоты часов GPS спутника.

Другой вид искажений спектра флуктуации частоты обусловлен тем, что коррекция производится в фиксированные моменты времени с определённым интервалом. Это соответствует дискретной выборке значений сигнала коррекции:

$$\psi(t) \rightarrow \psi(t_k) = \psi(t_0 + kT)$$

при интервале выборки T и частоте выборки $\omega_s = 2\pi/T$.

Как известно (см., например, [18]), при дискретной выборке происходит явление подмены частот (фактически, стробоскопический эффект) – составляющие спектра, лежащие выше частоты

Найквиста $\omega_n = \omega_s / 2$, “отражаются” в область частот ниже частоты Найквиста. Эффект проиллюстрирован на рис.11.

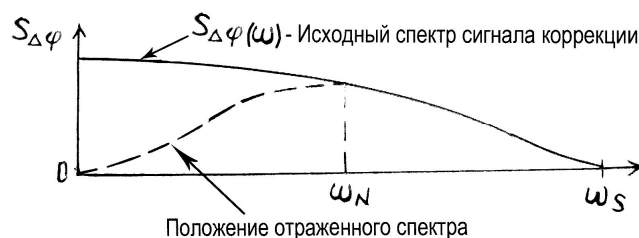


Рис.11

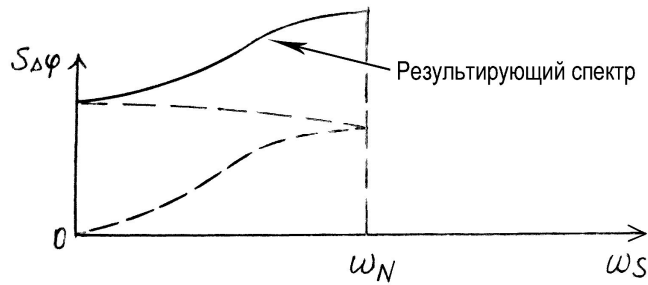


Рис.12

В результате наложения частот выражение для наблюдений спектра сигнала коррекции имеет вид:

$$S_{\Delta\psi}^{набл}(\omega) = S_{\Delta\psi}(\omega) + S_{\Delta\psi}(\omega_s - \omega), \quad \omega \leq \omega_s/2$$

Сложение спектров в этом выражении подразумевает, что спектральные компоненты, имеющие различные частоты, взаимно некоррелированы. Это справедливо для стационарных процессов и рассматриваемых процессов со стационарными приращениями при $\gamma < 3$.

2.3. Искажение спектра флуктуаций часов, вызванное сигналом коррекции

Спектральная плотность фазы корректируемых часов



Рис.13

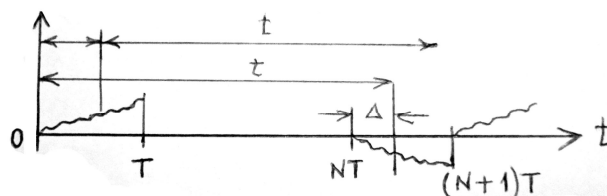


Рис.14

Пусть фаза часов ψ корректируется с интервалом T : в конце каждого интервала фаза часов сравнивается с эталоном и ошибка фазы φ делается нулевой (см. рис.13). На каждом интервале коррекции ошибка фазы определяется флуктуациями частоты:

$$\varphi(t) = \int_0^t d\Theta \nu(\Theta), \quad \text{где } t \leq T.$$

Вычислим корреляционную функцию флуктуаций фазы. За счёт периодической корреляции флуктуации фазы являются периодическим нестационарным процессом. Поэтому при определении коэффициента корреляции необходимо провести усреднение по интервалу коррекции T :

$$K_\varphi(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T d\Theta \langle \varphi(\Theta) \varphi(\Theta + \tau) \rangle$$

Введя обозначение: $\tau = NT + \Delta$, $0 \leq \Delta \leq T$ (см. рис.14), выражение для корреляционной функции можно представить в виде:

$$K_\varphi(\tau) = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T-1} d\Theta \left\langle \int_0^\Theta d\xi_1 \nu(\xi_1) \int_{\tau-\Delta}^{\tau+\Theta} d\xi_2 \nu(\xi_2) \right\rangle + \int_{T-\Delta}^T d\Theta \left\langle \int_0^\Theta d\xi_1 \nu(\xi_1) \int_{\tau-\Delta+T}^{\tau+\Theta} d\xi_2 \nu(\xi_2) \right\rangle \right\}$$

Вычисления удобно провести в спектральном представлении. Представляя флуктуации частоты $\nu(t)$ в виде интеграла Фурье:

$$\nu(t) = \int d\omega \nu(\omega) e^{j\omega t}$$

и используя при проведении усреднения по ансамблю равенство:

$$\langle \nu(\omega_1) \nu(\omega_2) \rangle = S_\nu(\omega_1) \cdot \delta(\omega_1 + \omega_2),$$

где $S_\nu(\omega)$ – спектральная плотность флуктуаций частоты, после несложных, но громоздких вычислений можно получить следующее выражение:

$$K_\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_\nu(\omega) \frac{e^{-j\omega\tau}}{T\omega^2} \left\{ (1 + e^{j\omega\Delta})T + (e^{-j\omega T} - 1)e^{j\omega\Delta} \Delta - 2 \frac{\sin \omega t}{\omega} \right\} \quad (8)$$

При $\tau = 0$ корреляционная функция равна дисперсии:

$$K_\varphi(0) = \sigma_\varphi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_\nu(\omega).$$

Используя это соотношение, можно получить выражение для спектральной плотности флуктуаций фазы. Полагая $\tau = 0$, $\Delta = 0$ в выражении (8), получим:

$$K_\omega(0) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{2S_\nu(\omega)}{\omega^2} \left\{ 1 - \frac{\sin \omega T}{\omega T} \right\}.$$

Следовательно, подынтегральное выражение и является спектральной плотностью флуктуаций фазы корректируемых часов. Отметим, что в низкочастотной области, где $\omega T \ll 1$, выражение для спектра флуктуаций фазы можно записать в виде:

$$S_{\varphi}(\omega) \approx \frac{T^2}{3} S_{\nu}(\omega).$$

Поэтому низкочастотные флуктуации фазы корректируемых часов представляют собой низкочастотные флуктуации частоты часов.

2.4 Экспериментальное изучение характеристик флуктуаций часов

Данные для обработки были взяты с сайта <ftp://ftp.glonass-ianc.rsa.ru> (сайт ЦУП Глонасс-Центр). Данные представляют собой поправки часов. Поправки часов – это отклонение показаний часов от точного времени, т.е. сколько надо добавить к показаниям часов, чтобы получить точное время. Поправки были вычислены в ЦУПЕ по результатам обработки нескольких приёмников или нескольких станций. Они предоставлены в свободном доступе. Данные были взяты за 180 дней (с 01.01.08. по 01.07.08). Данные идут интервалом в 5 минут.

Из исходного ряда удалены регулярные изменения. С помощью функции `polyfit` (на основе метода наименьших квадратов) вычислялись коэффициенты аппроксимирующего полинома 2-й степени, а с помощью функции `polyval` возвращались значения функции. В результате вычитания соответствующих значений удалялись регулярные изменения.

Все изображённые зависимости приведены для спутника №11.

На рис. 15.а показаны изменения поправок часов спутника №11 от времени.

Прослеживается уход часов за 10 суток.

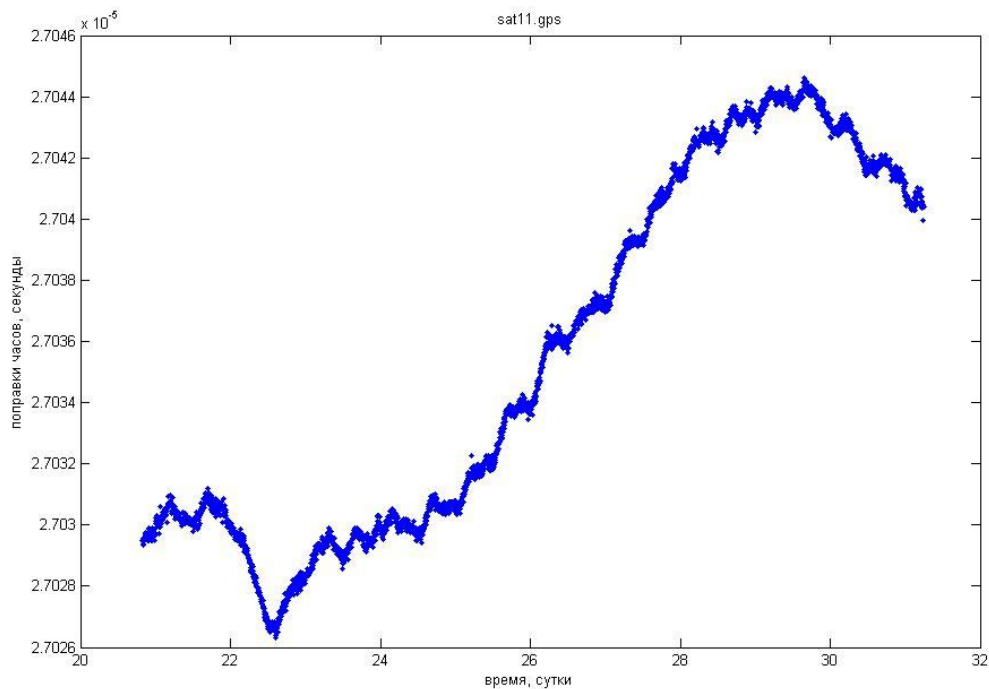


Рис.15.а. Длина интервала 10 суток или 2880 точек

На рис. 15.б показан соответствующая спектральная плотность флуктуаций. Спектральная плотность вычислялась с помощью функции `rwelch`. Построение графика спектральной плотности велось в логарифмическом масштабе. Аналогичные построения, но на других интервалах представлены на рис. 15.б, 16.б, 17.б.

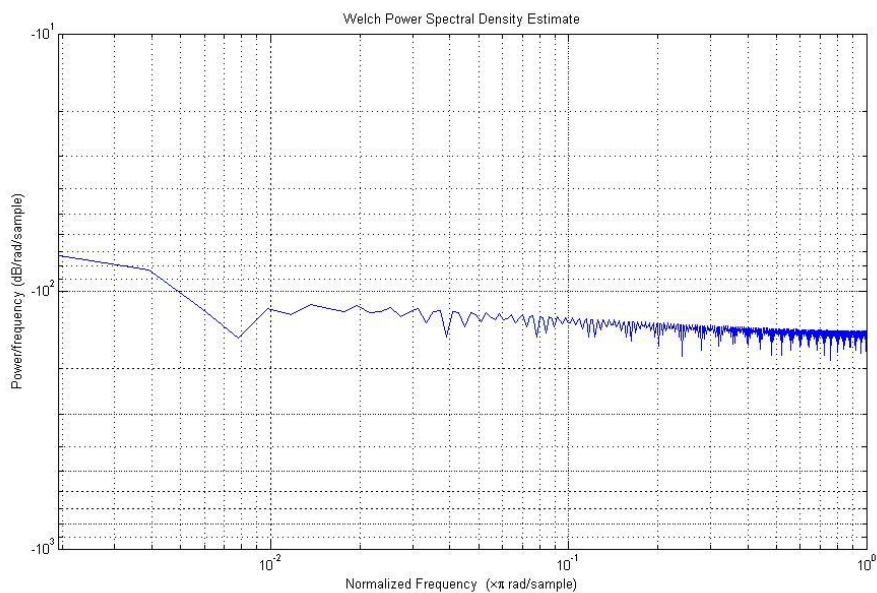


Рис.15.б

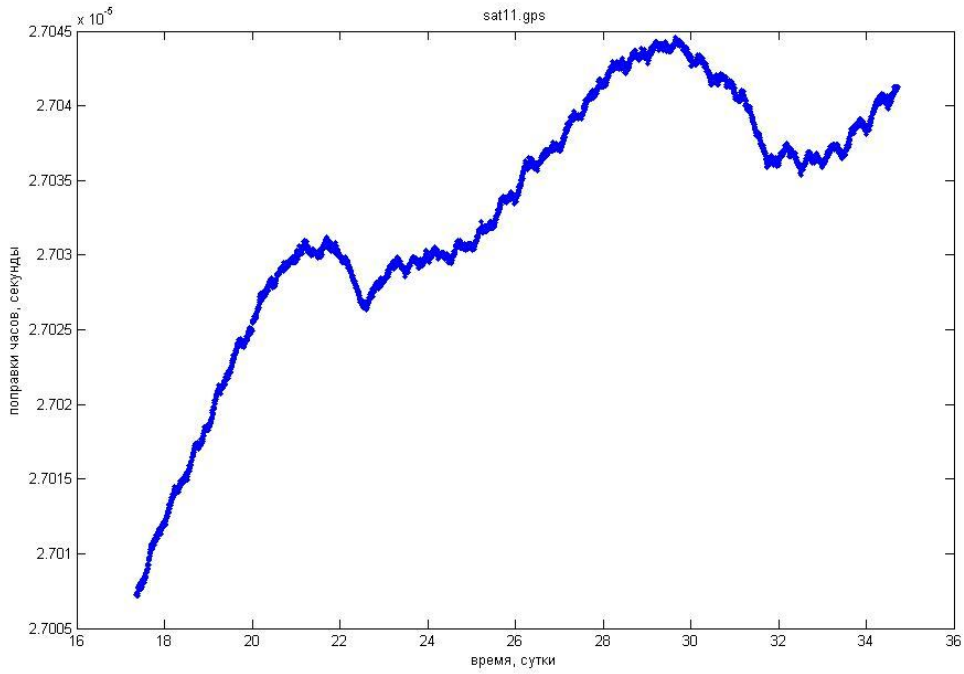


Рис.16.а. Длина интервала 18 суток или 5184 точек.

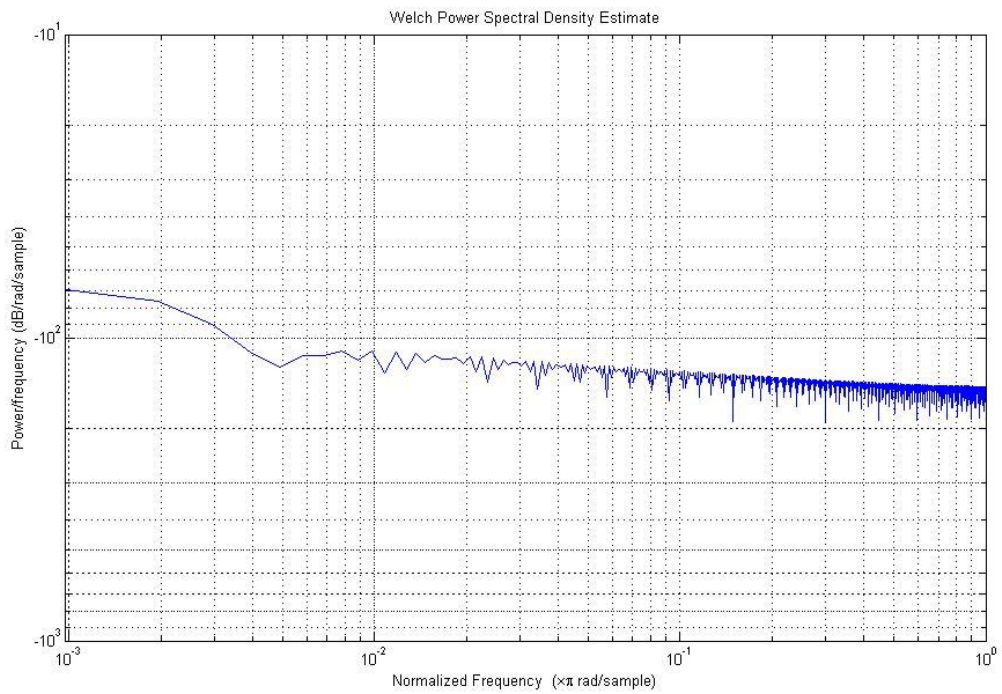


Рис.16.б

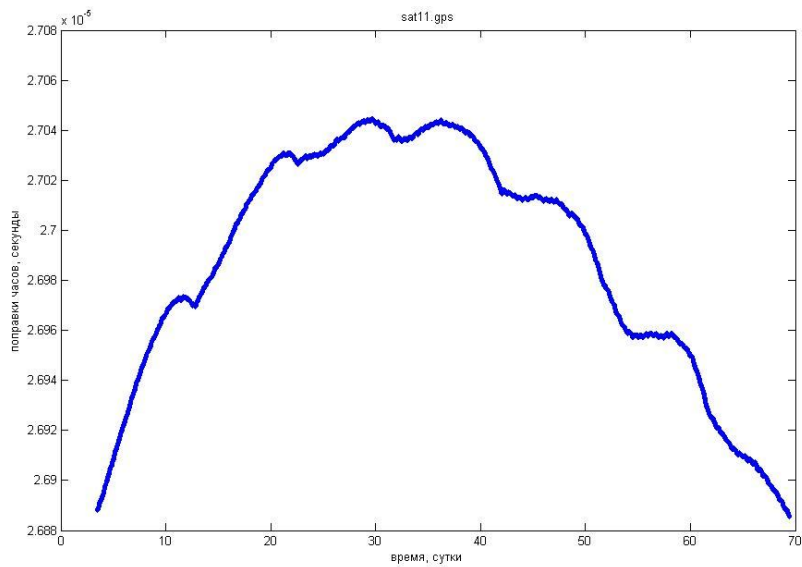


Рис.17.а. Длина интервала 66 суток или 19008 точек.

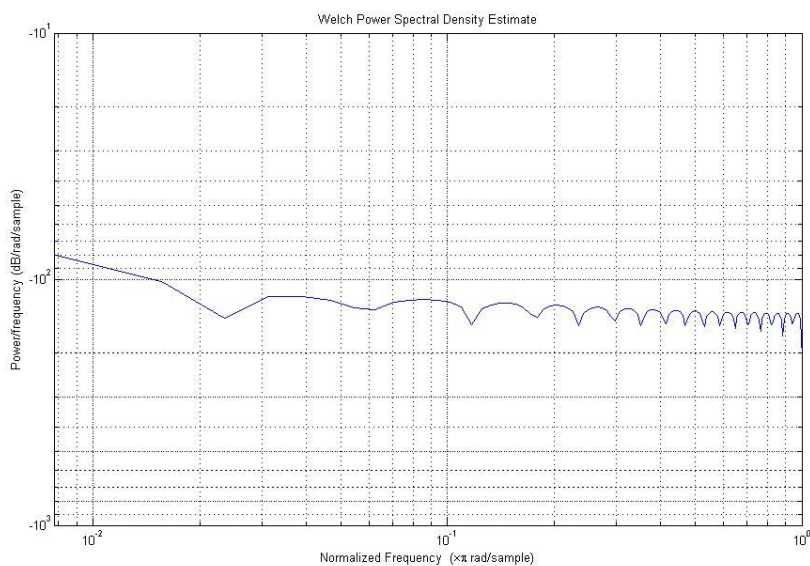


Рис.17.б.

На всех приведенных графиках спектр флуктуаций практически является белым шумом. Мелкая структура спектра обусловлена формой спектрального окна анализа и наличием сильного остаточного тренда в анализируемом временном ряде.

3. Статистические характеристики данных GPS приёмников

Были использованы данные, полученные с использованием GPS-приемника (BU 303 chipset sirt star3) установленного на крыше корпуса НИИЯФ (центр сбора и обработки информации КА «Университетский-Татьяна»). Отметим, что была накоплена двухдневная база ежесекундных измерений для неподвижного приемника. Это примерно 60000 секунд (60000 точек) или 17 часов. Обработывалась координата x приемника.

Первичная обработка данных заключалась в подготовке файла для дальнейшей работы с ним в среде Matlab и удаления линейного тренда с помощью стандартной процедуры. Исходный временной ряд представлен на рис.18.

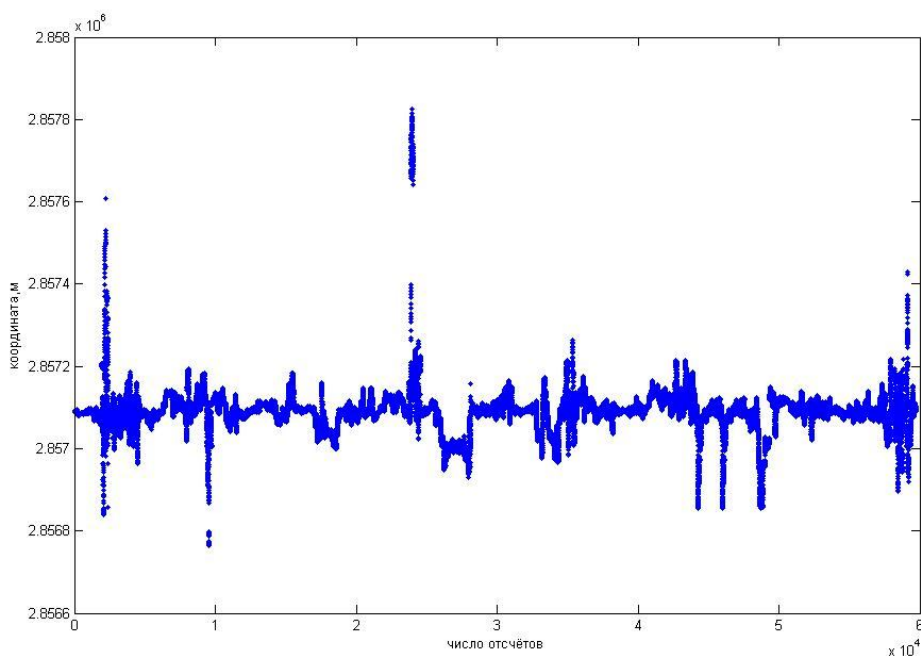


Рис.18. Исходный временной ряд.

Временной ряд после удаления линейного тренда показан на рис.19.

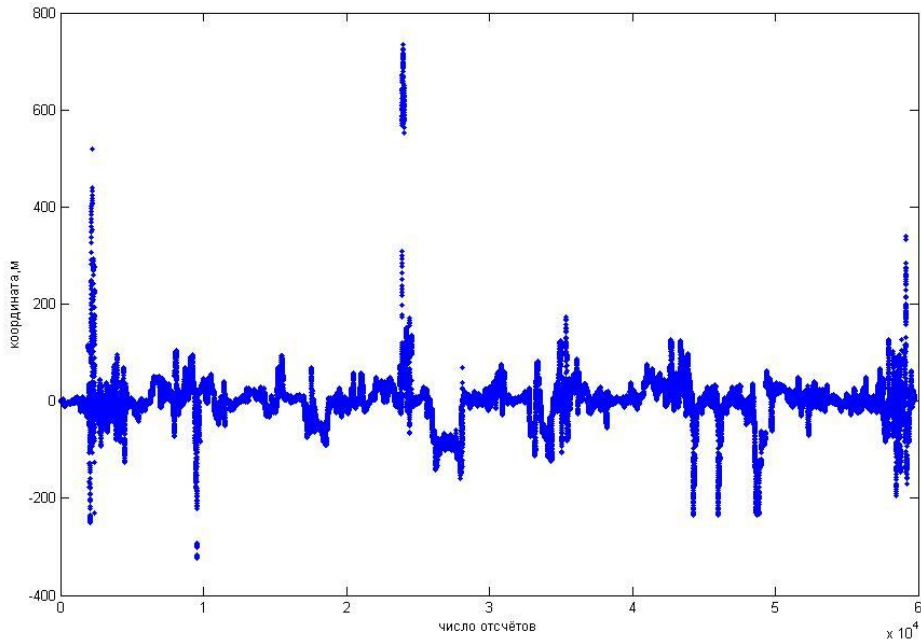


Рис.19. Временной ряд после удаления линейного тренда.

Дальнейшая обработка данных подразумевала вычисление дисперсии на отдельных участках (60 участков) временного ряда длиной в 1000 точек, построение локальных по времени и интегральной спектральной плотности. Зависимость дисперсии на каждом интервале приведена на рис. 20.

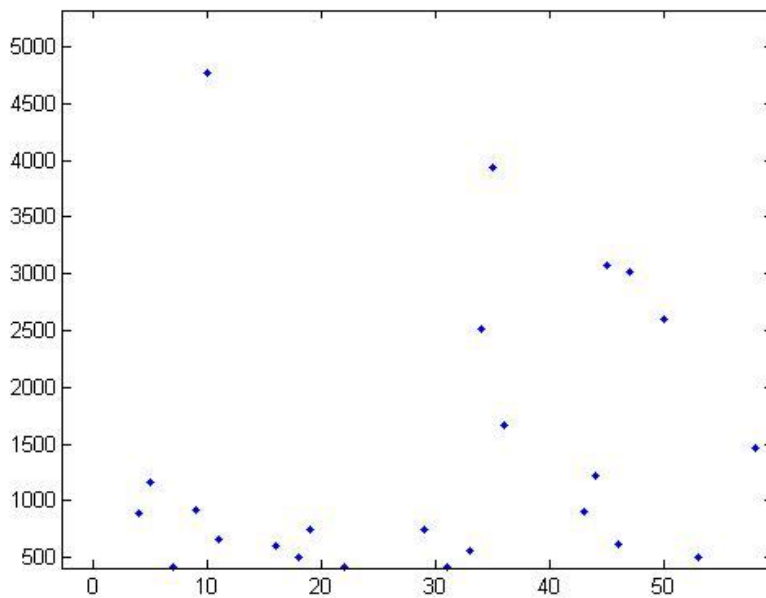


Рис. 20. Дисперсия на отдельных участках равных 1000 отсчетов временного ряда.

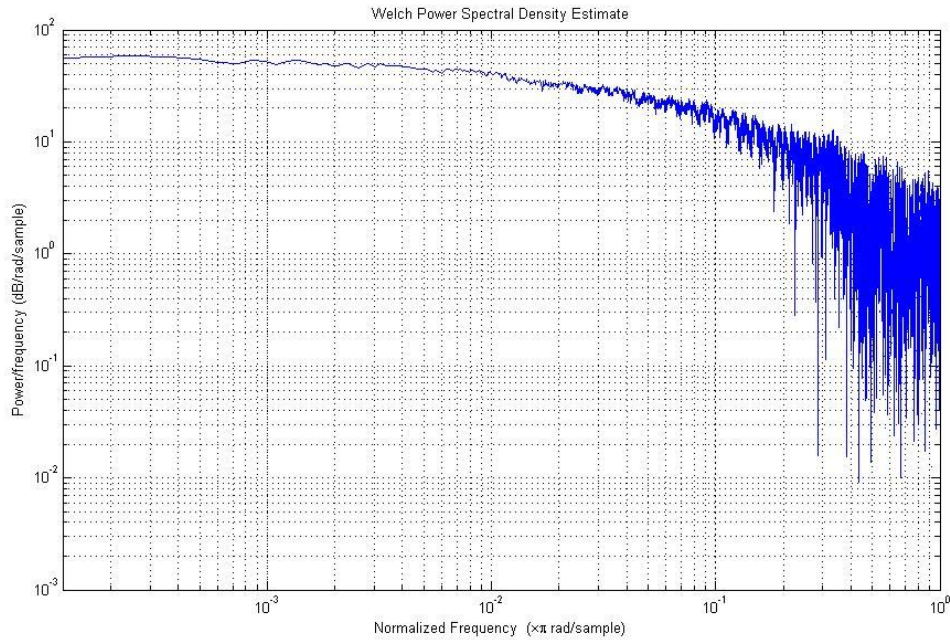


Рис.21. Построение спектральной плотности по всему временному ряду в логарифмическом масштабе.

Мною была проведена оценка спектральной плотности мощности шума $\lg(S(f_0))$, на фиксированной частоте 10^{-2} и различных интервалах длиной в 2000 отсчётов.

Были получены статистические характеристики:

$$\text{Среднее значение } \overline{\lg S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lg S_i = 35.93$$

$$\text{Дисперсия } \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\lg S_i - \overline{\lg S})^2 = 34.17$$

$$\varepsilon_S^2 = \frac{\sigma^2}{(\overline{\lg S})^2} = 0.0264662$$

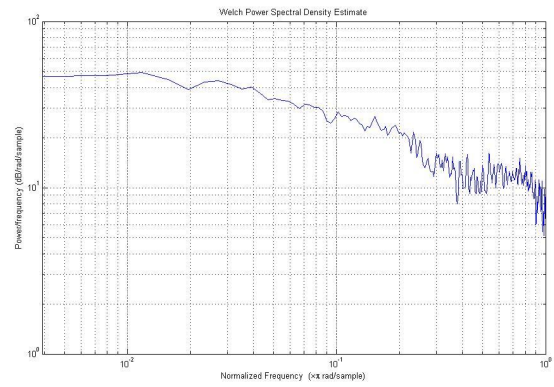
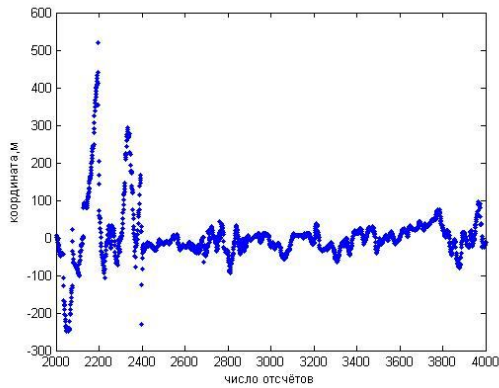
Относительный разброс локальных значений спектральной плотности мощности

$$\varepsilon_S = \sqrt{\varepsilon_S^2} = 0.16 = 16\%$$

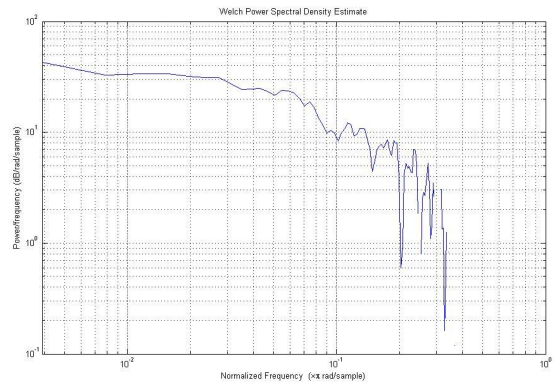
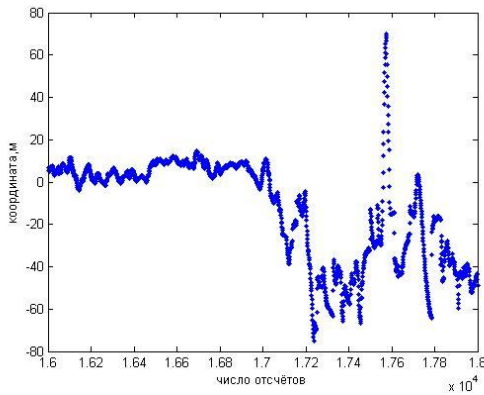
В работе [4] представлены экспериментальные результаты определения относительного разброса локальных значений спектральной плотности для полного электронного содержания. $\varepsilon_S = 25\%$

Исходные графики и спектры на различных участках

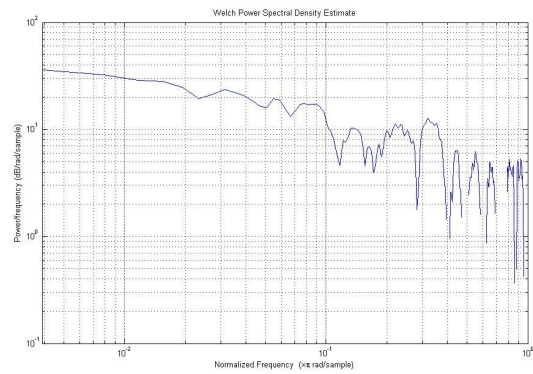
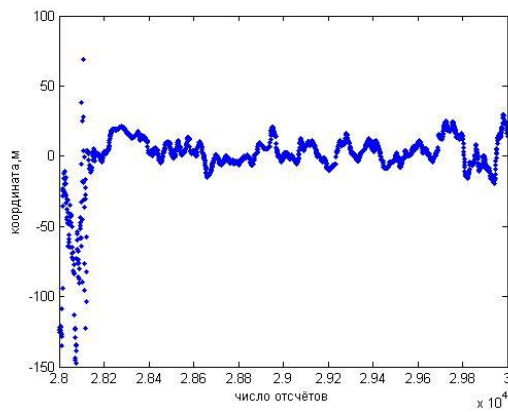
2001-4000



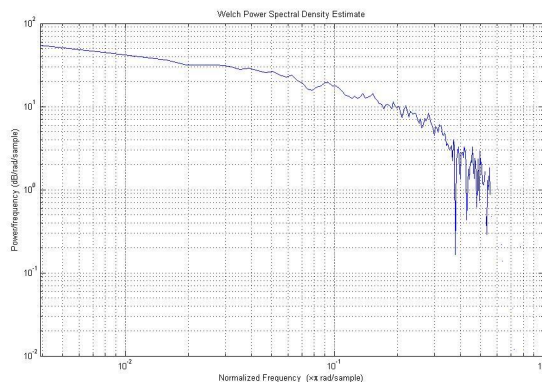
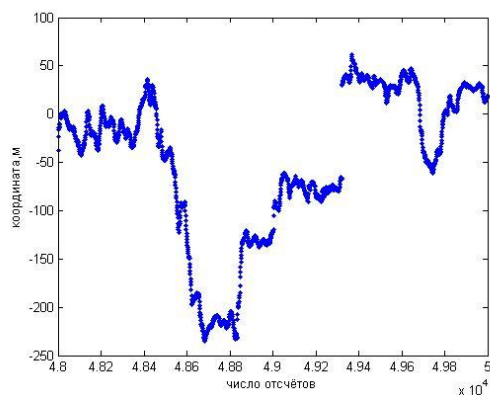
16001-18000



28001-30000



48001-50000



Из графиков видно, что локальные по времени спектры сигнала сильно варьируются, при этом значение спектральной плотности изменяется в небольших пределах.

Частота спада на высоких частотах и степень уменьшения спектральной плотности при увеличении частоты увеличивают вариацию дисперсии исследуемого временного ряда.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- Сделан теоретический анализ флуктуаций частоты и фазы корректируемых часов GPS спутника. Получены выражения для спектра флуктуаций сигнала коррекции и флуктуаций фазы корректируемых часов.

- Выполнена статистическая обработка координатных данных наземного GPS приемника, работающего в условиях города. Показано, что на изученных интервалах времени флуктуации координаты носят сильно нестационарный характер, и параметры локальных по времени спектров значительно варьируются.

- Проведено сравнение полученных характеристик шума с данными GPS измерений ионосферных флуктуаций. Установлено, что наблюдаемый шум GPS приемника вызван иными причинами: предположительно, шумами и помехами индустриального происхождения.

Список литературы

1. Ануфриев В.А., Яковлев О.И. Флуктуации амплитуды и фазы дециметровых радиоволн при просвечивании атмосферы на трассах спутник-спутник. Известия вузов. Радиофизика, 2002, т.45, №7, с.549-557.
2. Аскинази Г.Б., Быков В.Л., Дьячкова М.Н. и др.; под ред. Кантора Л.Я. Спутниковая связь и вещание. Справочник. М.: Радио и связь, 1988.
3. Афраймович Э.Л., Перевалова Н.П. GPS -мониторинг верхней атмосферы Земли. Рос.АН. Сиб.отд-ние. Ин-т солнечно-земной физики. Иркутск: ГУ НЦ РБХ ВСНЦ СО РАМН, 2006, 479 с.
4. Афраймович Э.Л., Караченцев В.А., Неудакин А.А. Тестирование трансионосферного канала распространения радиоволн по данным глобальной сети многоканальных двухчастотных приёмников GPS. Радиотехника и электроника, 2004, т.49, №5, с.1-10.
5. Афраймович Э. Л., Е. А. Косогоров, О. С. Лесюта, И. И. Ушаков. Спектр перемещающихся ионосферных возмущений по данным глобальной сети GPS. Изв. Вузов. Радиофизика, 2001, Т.XLIV, N10, 828-839.
5. Белавин О.В. Основы радионавигации. М.: Советское радио, 1967.
6. Бонч-Бруевич А.М., Быков В.Л., Кантор Л.Я. и др.; под ред. Л.Я. Кантора. Системы спутниковой связи. М.: Радио и связь, 1992.
7. Болдин В.А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / В.А. Болдин, В.И. Зубинский, Ю.Г. Зурабов и др.; под ред. В.Н. Харисова и др. М.: ИПРЖР, 1998.
8. Воробьев В.В., Кан В. Фоновые флуктуации при просвечивании ионосферы в эксперименте GPS-"MICROLAB-1". Известия вузов. Радиофизика, 1999, т.42, №6.
9. Гайлит Т.А., Гусев В.Д., Ерухимов Л.М., Шпиро П.И. Изв.вузов. Радиотехника, 1983, т.26, №7, С.795.
10. Гершензон Е.М. Радиотехника / Е.М. Гершензон, Н.Н. Малов, Г.Д. Полянина, В.С. Эткин под ред. Н.Н. Малова. М.: 1971.
11. Невзоров Р.А. Способ учета ионосферы и тропосферы при высокоточном оценивании относительных координат неподвижных двухчастотных GPS/ГЛОНАСС приемников. Радиотехника, 2004, №10, с.23-27.
12. Липкин И.А. Спутниковые навигационные системы. М.: Вузовская книга, 2006.
13. Никитенко Ю.И, Устинов Ю.М. Глобальная спутниковая радионавигационная система "НАВСТАР". М.: В/О Мортехинформреклама, 1991.
14. К. Одуан, Б. Гино. Измерение времени. Основы GPS. М.: Техносфера, 2002.

15. Соловьев Ю.А. Спутниковая навигация и её приложения. М.: Эко-Трендз, 2003.
16. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М., Наука, 1978, 463 с.
17. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. Наука, 1976, 279 с.
18. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989, 540 с.
19. Tranguilla J.M., Al-Rizzo H.M. Range errors in global positioning system during ice cloud and snowfall periods. IEEE Trans. Antennas and Propag., 1994, vol.42, N2, p.157-165.
20. Zhivetiev I.V. "Ionospheric disturbances during 23 cycle of solar activity using data from the international GPS network", speciality 25.00.29 - atmosphere and hydrosphere physics, ISTP, Irkutsk, 2007.