Задачи для любознательных по радиофизике

С. П. Вятчанин

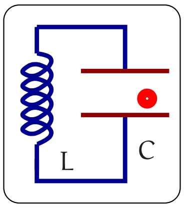
№1 “Электрон”

Дано: $L,\ C,\ d,\ m,\ e$

1). Найти, чему равен сдвиг собственной частоты контура, если в емкость “вложен” свободный электрон.

2). То же самое, если электрон “на пружинке” (частота его свободных колебаний равна ω_e).

Совет: использовать подход через функцию Лагранжа.



№2 “Резонансная кривая”

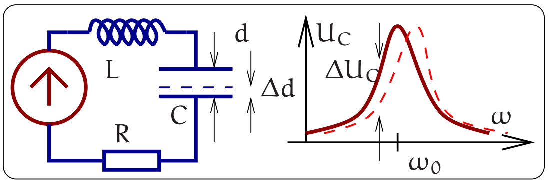
С какой максимальной скоростью $\frac{d\omega_g}{dt}$ можно менять частоту генератора ω_g, чтобы "прописать"(измерить) резонанстую кривую резонатора с заданной точностью (например, 3%). Параметры резонатора считать известными.

№3 “Емкостной датчик”

Доказать формулу для емкостного датчика

$$\Delta U_C \simeq \frac{1}{2}\, Q U_C\, \frac{\Delta d}{d}.$$

Пусть $\Delta d = d_0 \cos \Omega t$. Каковы ограничения на d_0 и Ω? Как выбирается частота генератора?



№4 “Вынужденные колебания”

Последовательный колебательный контур ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $\delta = r/(2L)$, $\omega_0 \gg \delta$) находится в покое: $q = 0,\ \dot q = 0$. В момент времени $t = 0$ включается генератор, напряжение $U_g(t)$ которого меняется по закону:

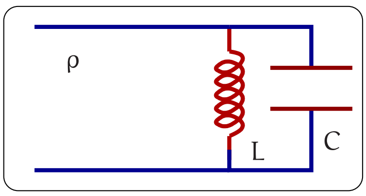
$$U_g(t) = \begin{cases} U_0 \cos(\omega_0 - \Delta)t & 0 \le t, \\ 0 & t < 0, \end{cases}$$

Найти зависимость от времени напряжения на конденсаторе $U_C(t)$ и построить графики для случаев: а) $\Delta = 0$, б) $\Delta = \delta$, в) $\Delta = 5\delta$.

№5 “Задержка”

LC контур с резонансной частотой $\omega_0 = 1\sqrt{LC}$ включен в линию с волновым сопротивлением ρ. На него падает волна напряжения, меняюшаяся по закону $U_{\text{вх}}(t) = u_0 e^{-(t/\tau_{\text{имп}})^2} \cos \omega_0 t$. Показать, что отраженную волну можно представить в виде

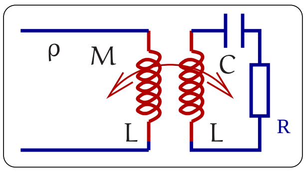
$$U_{\text{вых}}(t) = u_0 e^{-(t-\tau_3)^2/\tau_{\text{имп}}^2} \cos(\omega_0 t + \phi)\,.$$



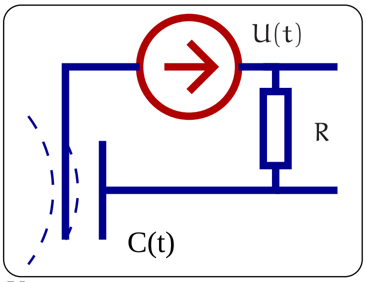
Найти время задержки τ_3. Принять, что $\tau_{\text{имп}} \gg \tau^* \gg 1/\omega_0$, где $\tau^* = \rho C$ — время “нагруженной” релаксации контура (“собственных”потерь в контуре нет).

№6 "Согласование"

При каких условиях *вся* мощность поглощается в сопротивлении R (т.е. нет отраженной волны)? Частота ω источника напряжения *близка* с резонансной частотой ω_0 контура. Добротноть контура $Q \gg 1$. Волновое сопротивление линии ρ.



№7 "Микрофон"



$$C(t) = C_0\big(1 + m\cos\Omega t\big), \quad U(t) = U_0\cos\omega t$$

Подвижная мембрана. Принять $m \ll 1$, $\Omega \ll \omega$. Показать, что напряжение на сопротивлении R будет представлять сумму амплитудно-модулированного (АМ) и фазово-модулированного (ФМ) сигналов. Найти коэффициенты модуляции $m_{АМ}$ и $m_{ФМ}$.

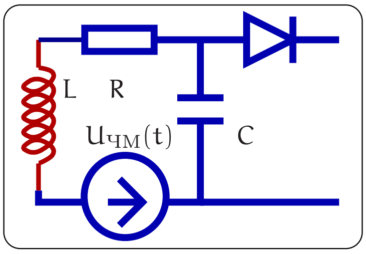
Указание: применить метод приближений, раскладывая решение в ряд по малому параметру m и учитывая частоты: ω, $\omega \pm \Omega$. Упростить полученное решение, используя неравенство $\Omega \ll \omega$.

№8 "ЧМ в АМ"

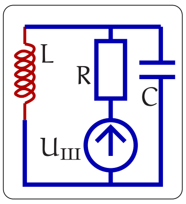
Сформулировать условия для преобразования ЧМ-сигнала в АМ-сигнал.

$$U_{ЧМ}(t) = U_0 \sin\left\{\int_0^t (1 + m\cos\Omega t)\,\omega_0\,dt\right\}$$

Как должны быть связаны величины ω_0, Ω и m с частотой $\omega_{рез}$ и добротностью Q контура?



№9 "Найквист"



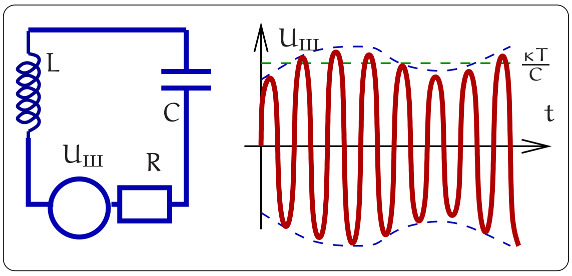
Считая спектральную плотность источника шума постоянной, доказать теорему Найквиста исходя из схемы. L и C – произвольные. Рассмотреть частные случаи $C \to 0$ и $L \to \infty$.

№10 "Вариация шумовой амплитуды"

Шумовое напряжение на конденсаторе изменяется по закону:

$$U_C(t) = U_{C0}(t)\,\cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

$U_{C0}(t)$ и $\varphi(t)$ — случайные медленные функции с характерным временем (временем корреляции) $\tau^* = 2Q/\omega_0$. Доказать, что при $\tau \ll \tau^*$ вариацияамплитуды напряжения на конденсаторе равна



$$\delta U_{C0} = \sqrt{\langle (U_{C0}(t+\tau) - U_{C0}(t))^2\rangle} \simeq \sqrt{\frac{\kappa T}{C}}\sqrt{\frac{\tau}{\tau^*}}$$