

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ КОЛЕБАНИЙ

**ЭФФЕКТЫ ФОКУСИРОВКИ И ДЕФОКУСИРОВКИ  
АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ  
КРИСТАЛЛАХ**

Курсовая работа студента 2 курса  
**Ермакова Артёма Алексеевича**

Научный руководитель:  
профессор, д.ф.-м.н.  
**Балакший Владимир Иванович**

Москва, 2009 год

## Содержание

Введение .....	3
1. Особенности распространения плоских акустических волн в кристаллах .....	5
2. Распространение акустических пучков в кристаллах ....	8
Заключение .....	13
Список литературы .....	14

## Введение

В настоящее время акустооптические (АО) методы управления оптическим излучением находят широкое применение в различных областях науки и техники. С помощью АО взаимодействия можно эффективно воздействовать на амплитуду, частоту, фазу и поляризацию световой волны, менять направление ее распространения [1-4]. Такие АО приборы, как модуляторы, дефлекторы и фильтры, отличаются высоким быстродействием, малыми управляющими напряжениями, надежностью и простотой конструкции. Эти достоинства обеспечили их широкое использование не только в лазерной физике, но также и в экологии, медицине, военном деле.

Характеристики АО устройств определяются главным образом двумя факторами: закономерностями АО взаимодействия и структурой акустического пучка, возбуждаемого пьезоэлектрическим преобразователем. Среди характеристик АО взаимодействия наиболее важной является зависимость угла Брэгга от частоты ультразвука. В анизотропной среде (кристалле) эта характеристика имеет сложный вид и определяется срезом кристалла. Для каждого вида устройств существует оптимальная рабочая точка на этой зависимости, задающая геометрию АО взаимодействия.

Структура акустического пучка в первую очередь определяется пьезопреобразователем. Идеальным является случай однородного пучка, в котором амплитуда волны одинакова во всех точках, а волновые фронты являются плоскими. Однако на практике таких пучков не бывает. Существует много причин, из-за которых возбуждаемый пучок получается неоднородным как по амплитуде, так и по фазе. Во-первых, – это причины технологического характера. Невозможно изготовить пьезоэлектрическую пластинку идеально однородную по толщине. Кроме того, при изготовлении преобразователя напыляются слои разных веществ, которые также имеют разную толщину. Вследствие этого резонансные частоты разных частей пластинки немного отличаются, что приводит к тому, что амплитуда и фаза в акустическом пучке варьируется по поверхности преобразователя [5-12]. Еще одной причиной возникновения неоднородного акустического пучка являются дифракционные эффекты, обусловленные конечным размером преобразователя.

Наконец, на структуру пучка влияет акустическая анизотропия среды. В настоящее время в акустооптике применяются кристаллы с очень большой анизотропией упругих свойств, такие как парателлуриит ( $\text{TeO}_2$ ), каломель ( $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ ), теллур (Te) и другие. В этих кристаллах наблюдается большой снос звуковой энергии, вызванный тем, что направление волновой нормали, которое задается плоскостью преобразователя, отличается от направления потока энергии, определяемого вектором Умова-Пойнтинга

[2,13,14]. Например, в парателлурите угол сноса  $\chi$  достигает  $74^0$  [13]. Акустическая анизотропия кристалла сказывается двояким образом. Во-первых, как уже отмечено, возникает снос акустического пучка, а во-вторых, – может заметным образом меняться структура акустического пучка. Оба этих эффекта влияют на характеристики АО взаимодействия и, следовательно, на параметры АО устройств.

Иллюстрацией могут служить представленные на рис. 1 фотографии структуры акустического поля в кристалле ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ). Визуализация акустического поля выполнена АО методом [2].

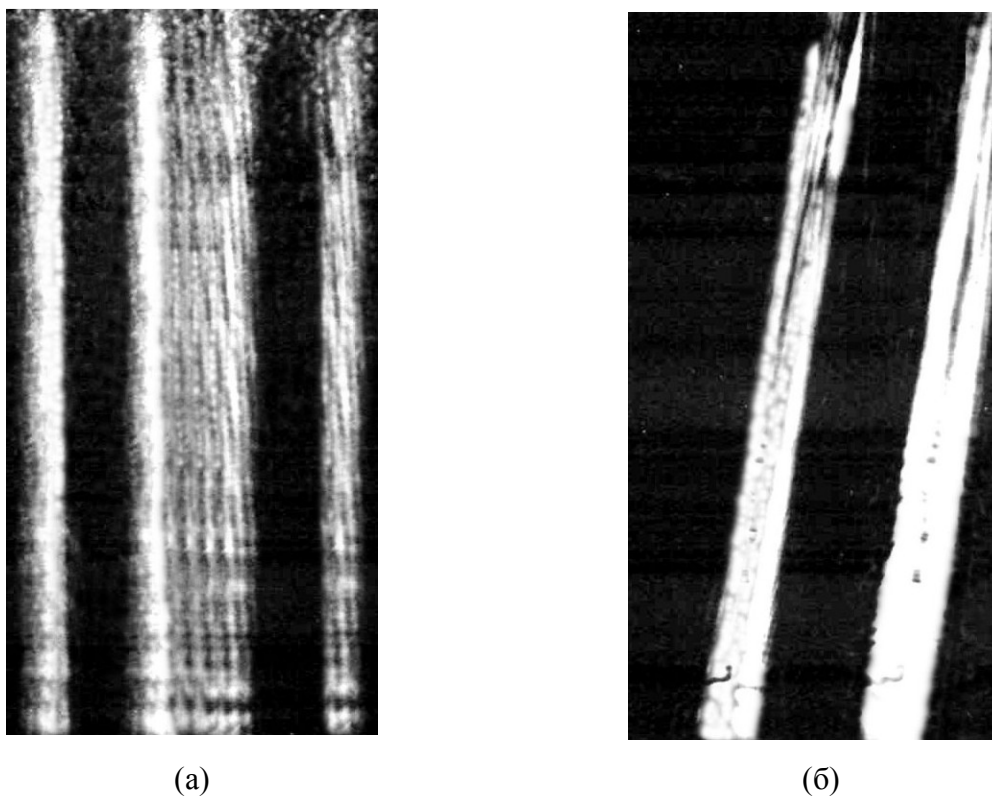


Рис. 1. Структура акустического поля в кристалле ниобата лития.  
(а) – продольная акустическая мода; (б) – сдвиговая акустическая мода

Фотография (а) показывает три пучка продольных акустических волн, которые распространяются с нижней грани кристалла, где происходит их возбуждение, вверх по кристаллографической оси  $Z$ . Хорошо видна неоднородность акустического поля. На фотографии (б) – два пучка сдвиговых волн, которые также возбуждаются на нижней грани кристалла и имеют вертикальное направление волновой нормали. Однако в этом случае имеется заметный снос пучков в правую сторону, вызванный акустической анизотропией.

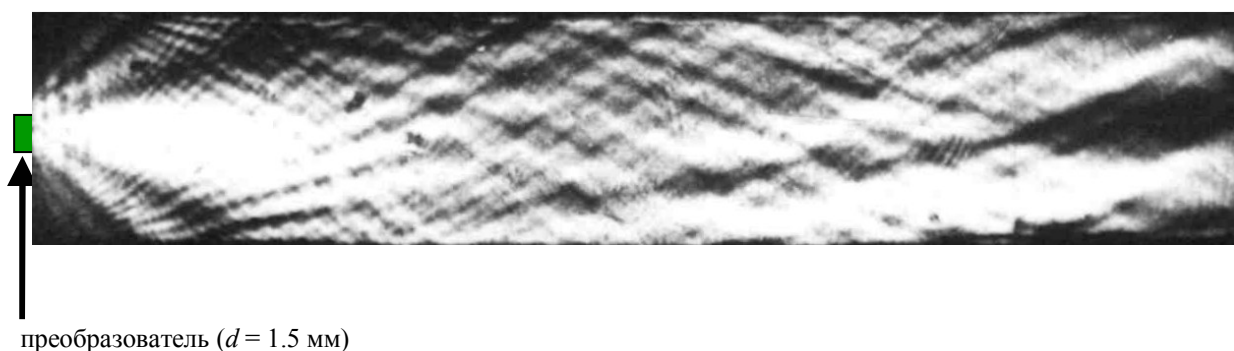


Рис. 2. Структура акустического поля в кристалле парателлуриита

На рис. 2 представлена визуализированная картина звукового поля в кристалле парателлуриита [2]. Пьезопреобразователь шириной  $d = 1.5$  мм находится на левой грани кристалла. Сдвиговая акустическая волна с частотой  $f = 50$  МГц распространяется слева направо по оси  $[110]$ . Хорошо виден основной лепесток диаграммы направленности преобразователя, а также два боковых лепестка. Оцененная по фотографии расходимость пучка  $\psi$  составляет величину около  $45^\circ$ . С другой стороны, формула для дифракционной расходимости пучка  $\varphi = V/fd$  дает существенно меньшее значение:  $\varphi = 0.9^\circ$ . Таким образом, уширение пучка составляет  $\kappa = \psi/\varphi = 50$  раз. Такое уширение обусловлено исключительно акустической анизотропией кристалла. После прохождения в кристалле расстояния около 1 см боковые компоненты пучка отражаются от верхней и нижней граней кристалла, и в результате образуется акустическое поле с очень сложной структурой. По этой причине в АО устройствах этот срез кристалла никогда не используется, хотя именно для него получается чрезвычайно большое значение АО качества ( $M = 1200 \cdot 10^{-18}$  с<sup>3</sup>/г), определяющее величину потребляемой устройством мощности.

Целью данной курсовой работы являлся анализ влияния акустической анизотропии на структуру создаваемого пьезопреобразователем акустического поля.

## 1. Особенности распространения плоских акустических волн в кристаллах

В общем случае в кристаллах каждому направлению волновой нормали соответствует три акустические моды, отличающиеся скоростями распространения звука и поляризацией [15-17]. Все три вектора поляризации взаимно ортогональны, но могут образовывать самые различные углы с вектором волновой нормали. Та акустическая мода, у которой вектор поляризации образует наименьший угол с волновой нормалью,

называется квазипродольной, а две остальные – квазипоперечными (медленной и быстрой). Расчет скоростей и поляризаций проводится на основе уравнений Кристоффеля, которые приводят к характеристическому алгебраическому уравнению шестого порядка (бикубическому уравнению). Корни этого уравнения определяют скорости акустических мод, тогда как их поляризации находятся как собственные векторы тензора Кристоффеля. Лишь в случае очень простых срезов кристалла (как правило, по кристаллографическим осям) бикубическое уравнение распадается на два: квадратное и линейное, и тогда можно найти его корни аналитически. Полный расчет акустических свойств требует применения компьютера. В данной работе расчет проводился с использованием программы, разработанной в лаборатории кафедры физики колебаний.

В акустике кристаллов большую роль играют поверхности обратных скоростей или, другими словами, поверхности медленностей. Поскольку каждому направлению соответствуют три моды, то для каждого кристалла существует трехполостная поверхность медленностей. Эта поверхность позволяет легко определить угол сноса акустической энергии  $\chi$ . Для этого надо из центра поверхности провести луч в заданном направлении волновой нормали до его пересечения с поверхностью, затем надо в точке пересечения провести плоскость, касательную к поверхности и восстановить к ней перпендикуляр. Перпендикуляр определяет направление вектора Умова-Пойнтинга, а угол между перпендикуляром и лучом – угол сноса  $\chi$ .

В данной работе для анализа был выбран кристалл парателлуриита как наиболее широко используемый в акустооптике видимого и ближнего ИК диапазонов [2]. Расчет выполнен для плоскости, проходящей через оптическую ось  $Z$  и направление  $[110]$ . На рис. 3 изображено сечение поверхности медленностей именно этой плоскостью. Углы  $\theta$  отсчитываются в этой плоскости от оси  $Z$  к направлению  $[110]$ . Три кривые соответствуют трем акустическим модам: 1 – сдвиговая медленная мода, 2 – квазисдвиговая быстрая мода и 3 – квазипродольная мода. Видно, что наименьшую скорость имеет сдвиговая медленная мода, распространяющаяся по оси  $[110]$ . Для нее скорость  $V = 0.616 \cdot 10^5$  см/с. Поскольку направлению  $[110]$  соответствует экстремум на угловой зависимости скорости звука, то для этой моды угол сноса равен нулю (рис. 4). Но при отходе от этого направления возникает снос, который достигает максимального значения  $\chi = 57.3^\circ$  при угле  $\theta = 74^\circ$ . В области углов  $\theta < 50^\circ$  угол сноса уменьшается приблизительно по линейному закону и достигает нуля при  $\theta = 0^\circ$ .

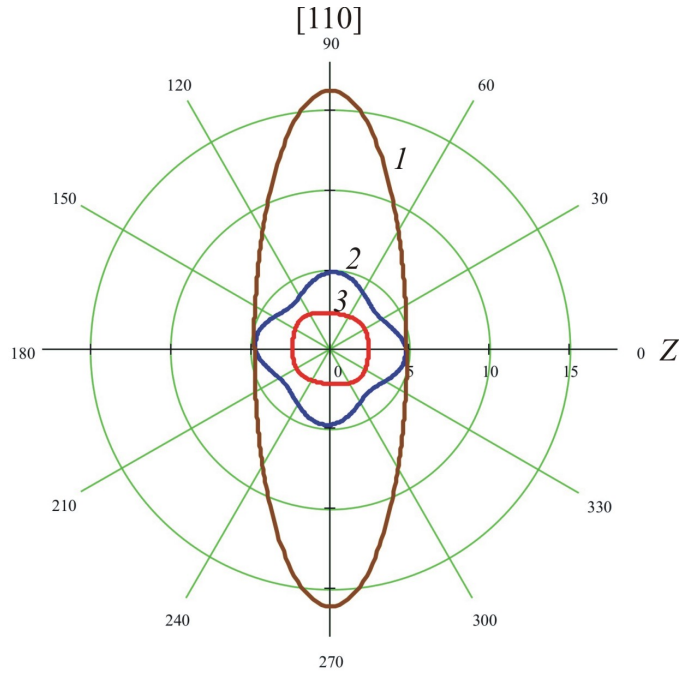


Рис. 3. Сечение поверхности медленностей для рассматриваемой плоскости АО взаимодействия кристалла парателлуриата

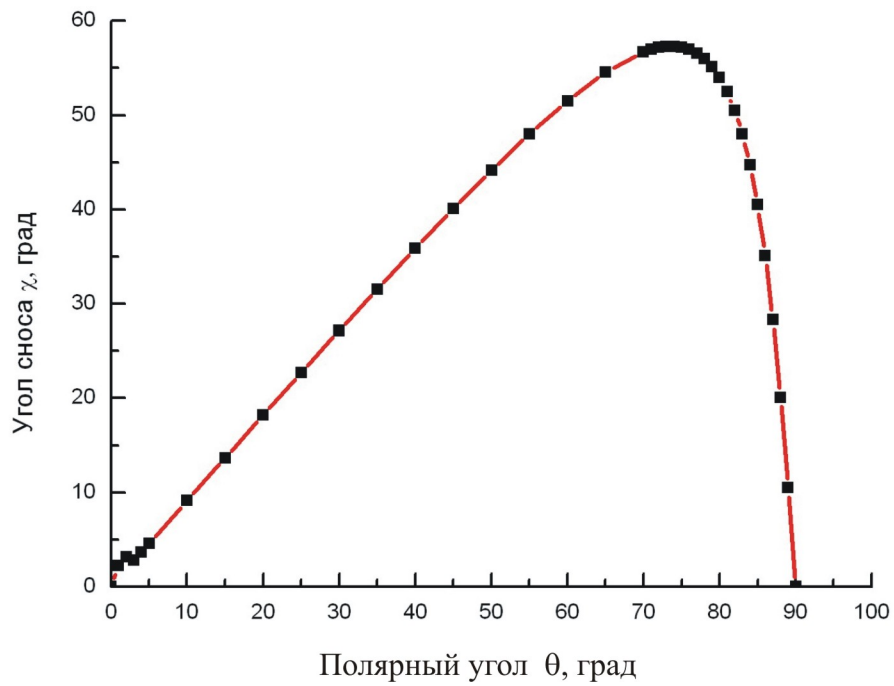


Рис. 4. Угловая зависимость угла сноса для медленной акустической моды

## 2. Распространение акустических пучков в кристаллах

На практике всегда мы имеем дело не с плоскими волнами, а с пучками конечной ширины. Если пучок является однородным и имеет ширину  $l$ , то его можно представить в виде суперпозиции плоских волн, имеющих разную амплитуду, фазу и направление распространения. Совокупность этих плоских волн образует пространственный, или угловой спектр  $U_{in}$ , определяемый выражением [3]:

$$U_{in}(\theta) = U_0 \operatorname{sinc} \left[ \frac{l f}{V} (\theta - \theta_0) \right], \quad (1)$$

где  $\theta_0$  – угол, задающий направление волновой нормали для осевой компоненты акустического пучка в полярной системе координат,  $\theta$  – углы для остальных компонент пучка. Из-за различия в углах  $\theta$  различные компоненты получают в анизотропной среде различный угол сноса. Вследствие этого структура пучка изменяется.

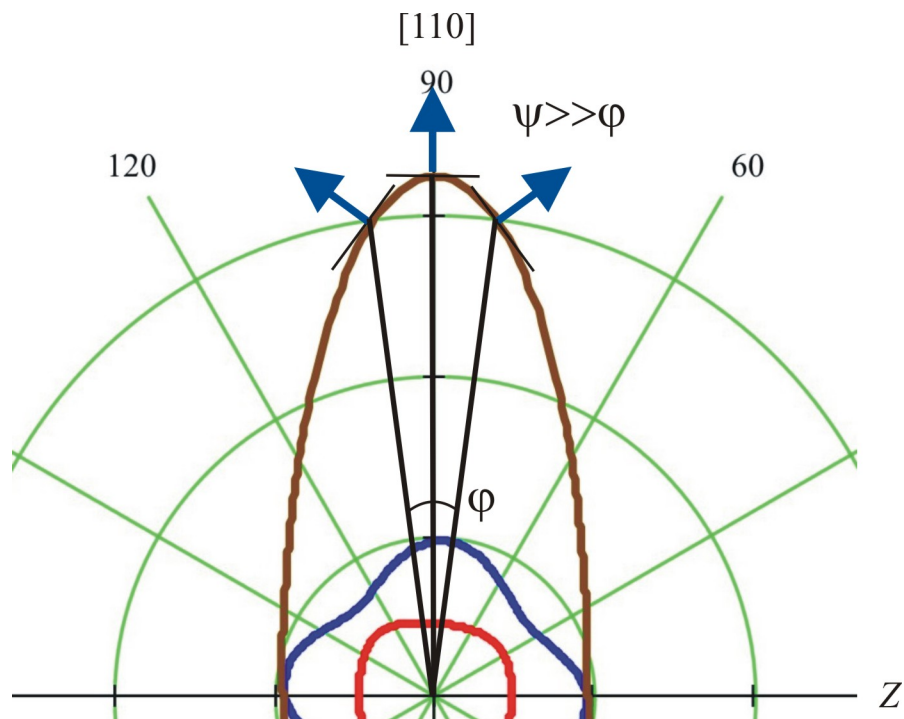


Рис. 5. Расходимость акустического пучка вследствие акустической анизотропии

Этот эффект иллюстрирует рис. 5, на котором в увеличенном масштабе изображена верхняя часть рис. 3. Предположим, что акустический пучок с дифракционной расходимостью

$$\varphi = \frac{\Lambda}{l} = 0.89 \frac{V}{lf} \quad (2)$$



(по уровню 3 дБ) распространяется по оси [110] кристалла. Его осевая компонента направлена точно по оси [110] и не испытывает сноса. Однако боковые компоненты направлены под углами  $\pm\varphi/2$  к этому направлению. Для них существует снос на углы  $\pm\psi/2$ , как показано на рисунке. Поэтому реальная расходимость пучка, оцениваемая по потоку энергии, будет характеризоваться углом  $\psi \gg \varphi$ . Введем коэффициент уширения пучка

$$\kappa = \psi / \varphi . \quad (3)$$

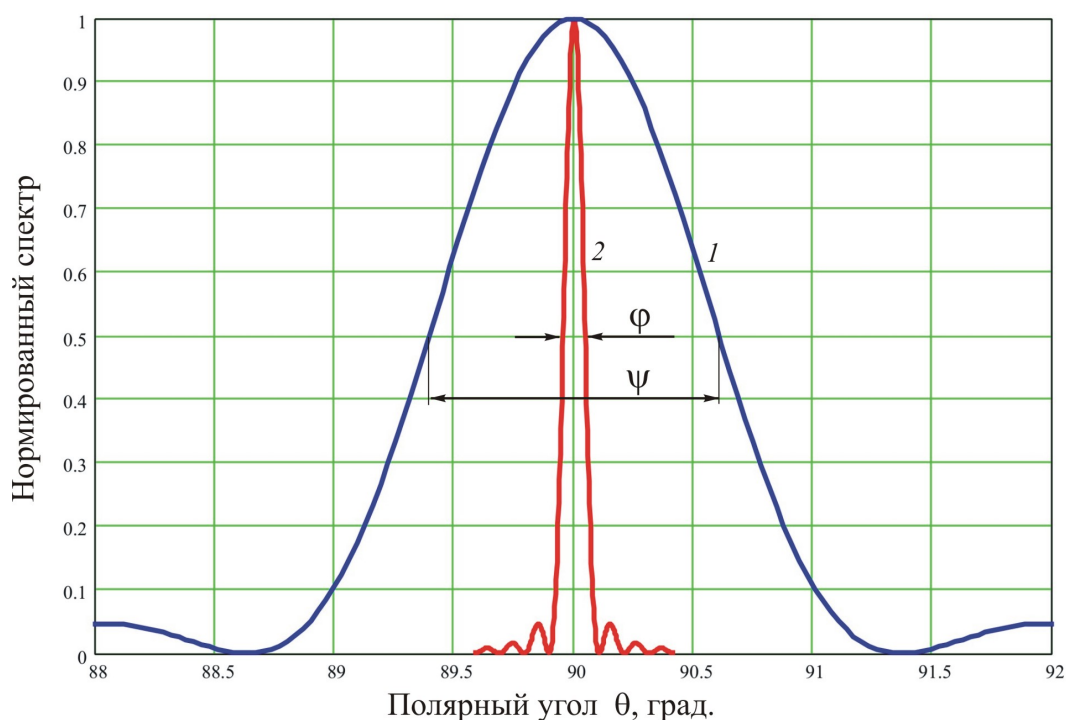


Рис. 6. Угловые спектры акустической мощности для  $\theta_0 = 90^\circ$

На рис. 6 кривой 1 показано угловое распределение акустической мощности для акустического пучка шириной  $l = 0.5$  см, возбуждаемого на частоте  $f = 60$  МГц в направлении [110] (т.е. под углом  $\theta_0 = 90^\circ$ ). Для сравнения кривой 2 изображено аналогичное распределение в случае, когда акустическая анизотропия полностью отсутствует. Полуширина кривых соответственно равна  $\psi = 1.216^\circ$  и  $\varphi = 0.105^\circ$ ; таким образом, уширение пучка из-за акустической анизотропии составляет  $\kappa = 11.6$  раза.

Изменим немного направление распространения акустического пучка, выбрав  $\theta_0 = 89.9^\circ$  (рис. 7). В этом случае возникнет снос акустического пучка на угол  $\chi = 4^\circ$ . Следовательно, поворот пучка на  $0.1^\circ$  привел к сносу пучка на угол в 40 раз больший. На

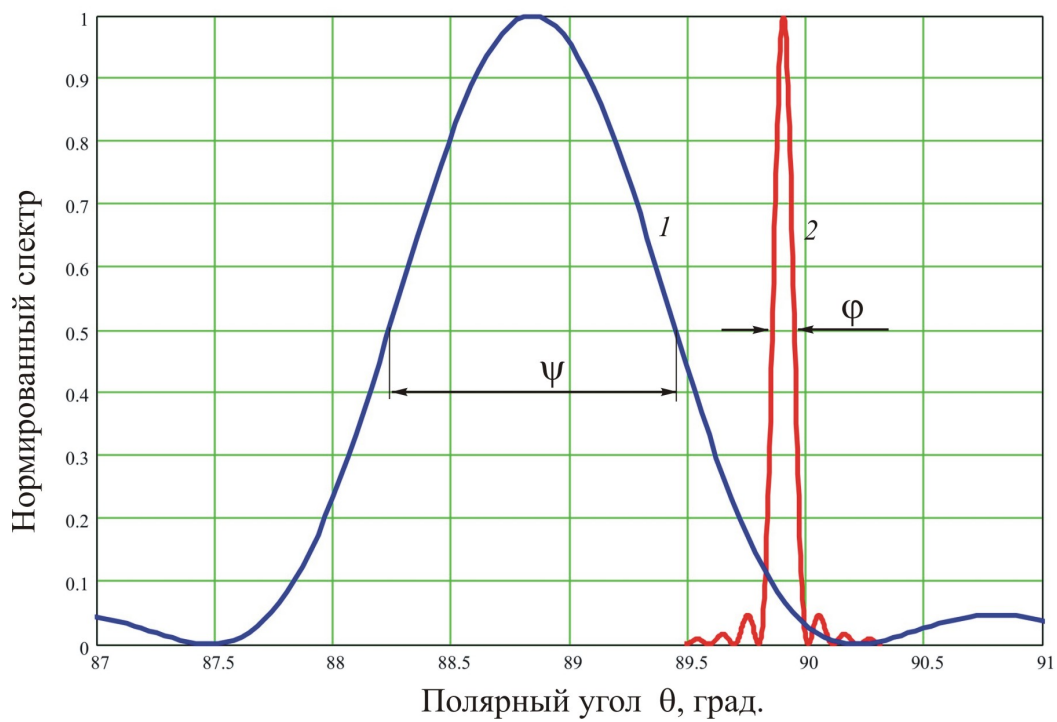


Рис. 7. Угловые спектры акустической мощности для  $\theta_0 = 89.9^\circ$

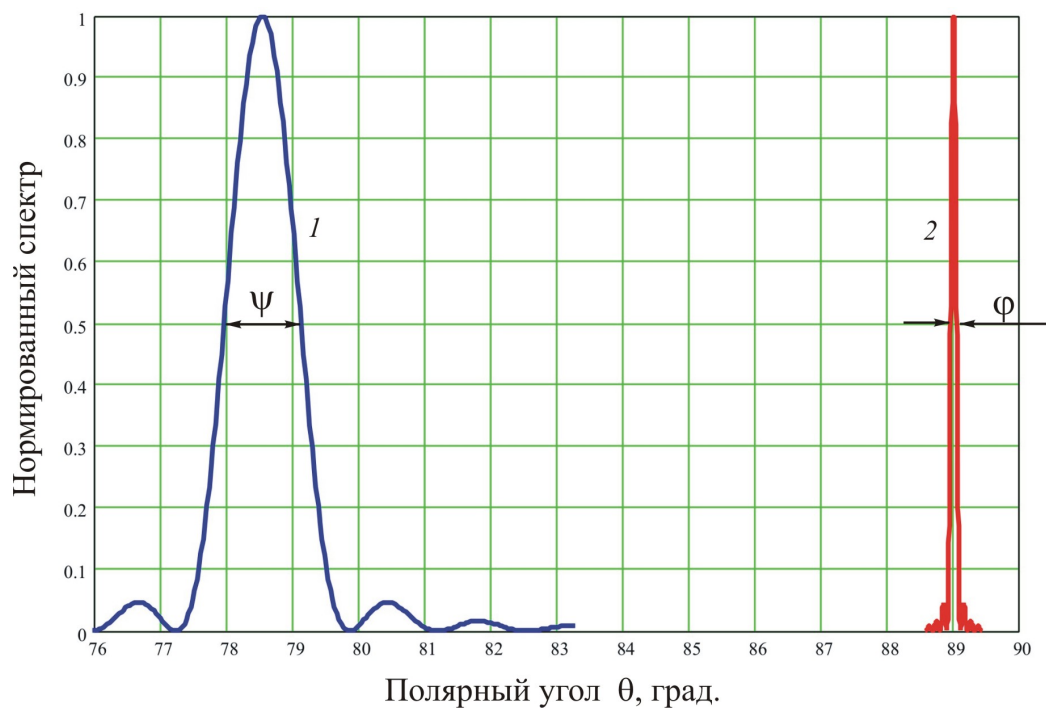


Рис. 8. Угловые спектры акустической мощности для  $\theta_0 = 89^\circ$

рис. 8 показаны угловые спектры для еще большего угла поворота акустического пучка:  $\theta_0 = 89^\circ$ . В этом случае угол сноса равен  $\chi = 10.5^\circ$ , угловая полуширина контуров –  $\varphi = 0.105^\circ$ ,  $\psi = 1.19^\circ$ , а уширение пучка –  $\kappa = 11.3$  раза.

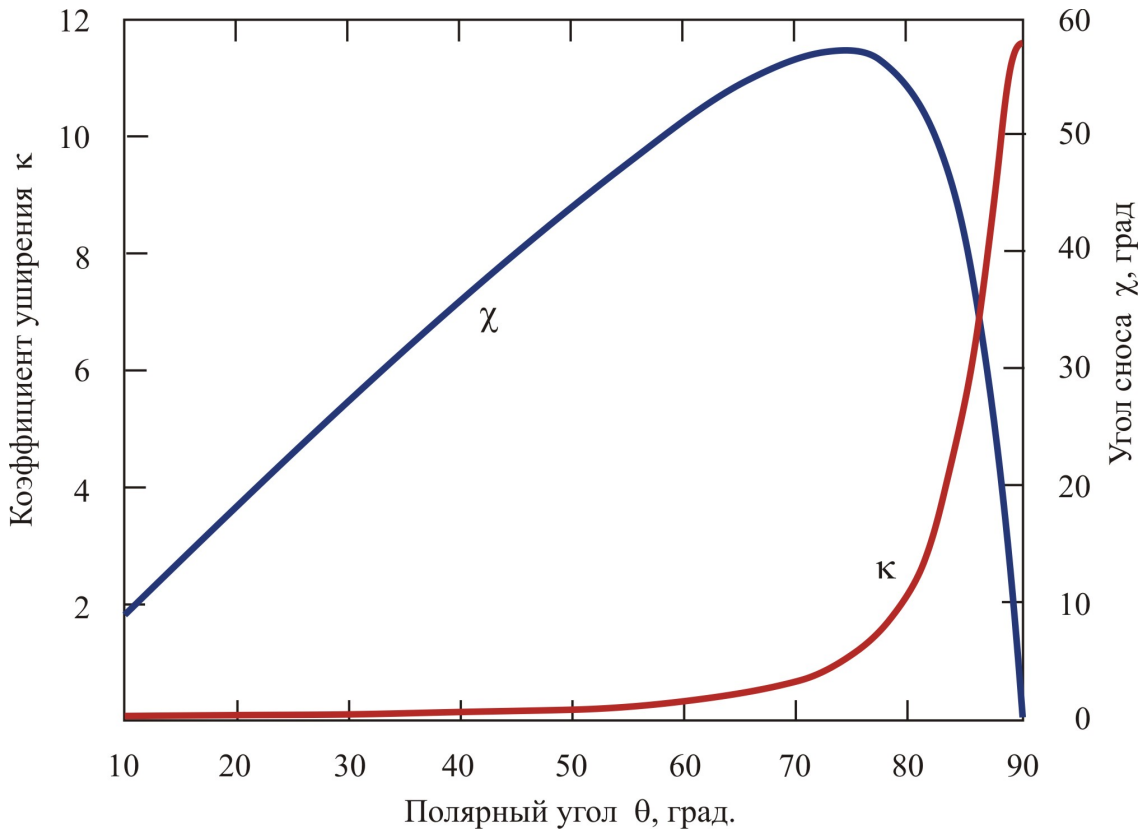


Рис. 9. Зависимость коэффициента уширения  $\kappa$  и угла сноса  $\chi$  от полярного угла  $\theta_0$

Аналогичные расчеты были выполнены в диапазоне углов  $\theta_0$  от  $90^\circ$  до  $0^\circ$ . Результаты представлены на рис. 9 в виде зависимости коэффициента уширения акустического пучка от угла  $\theta_0$ , задающего направление пучка относительно кристаллографических осей кристалла парателлурита. Для сравнения на этом же рисунке показана зависимость угла сноса  $\chi(\theta_0)$ . Видно, что при отходе от направления  $[110]$  в сторону оптической оси  $Z$  коэффициент уширения быстро уменьшается и при  $\theta_0 = 74^\circ$  достигает значения  $\kappa = 1$ . Это означает, что в этой точке акустическая анизотропия не сказывается на структуре пучка. Нетрудно заметить, что эта точка соответствует максимальному значению угла сноса. При  $\theta_0 < 74^\circ$  уширение пучка сменяется его

сужением:  $\kappa < 1$ . Таким образом, акустическая анизотропия может не только увеличивать расходимость пучка, но также и уменьшать расходимость, делая ее меньше дифракционной. Все определяется знаком производной  $d\chi/d\theta$ . Если  $d\chi/d\theta > 0$ , то  $\kappa > 1$  и происходит расширение углового спектра пучка. Если же  $d\chi/d\theta < 0$ , то  $\kappa < 1$  и угловой спектр сужается.

На рис. 10 область  $\theta_0 < 74^\circ$  показана в увеличенном масштабе. Можно, например, отметить, что при  $\theta_0 = 10^\circ$  коэффициент  $\kappa = 0.087$ . Это означает, что в этой точке расходимость пучка в 11.5 раз меньше дифракционной расходимости, рассчитанной по формуле (2). На рис. 11 представлено угловое распределение акустической мощности именно в этой точке. Можно отметить, что помимо сужения углового спектра акустическая анизотропия меняет также и структуру пучка: правый склон кривой более крутой, чем левый. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем меньше размер пьезопреобразователя.

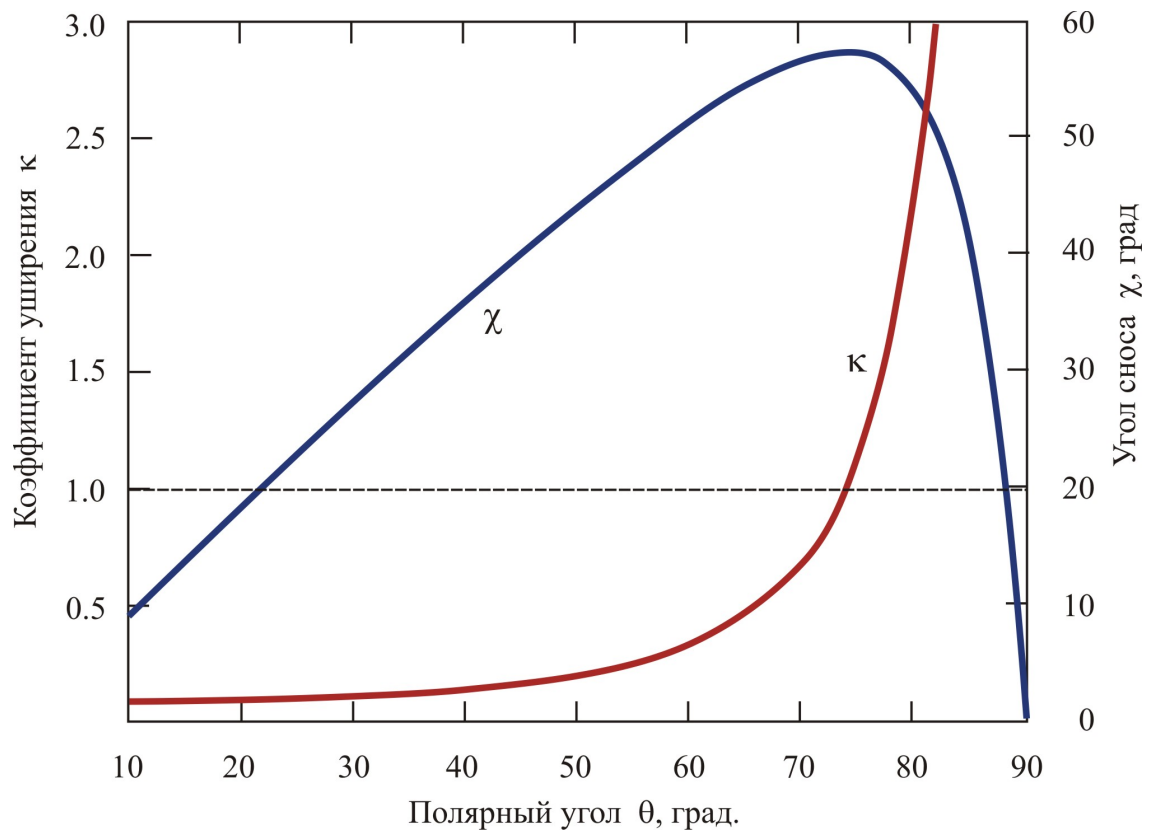


Рис. 10. Зависимость коэффициента уширения  $\kappa$  и угла сноса  $\chi$  от полярного угла  $\theta_0$

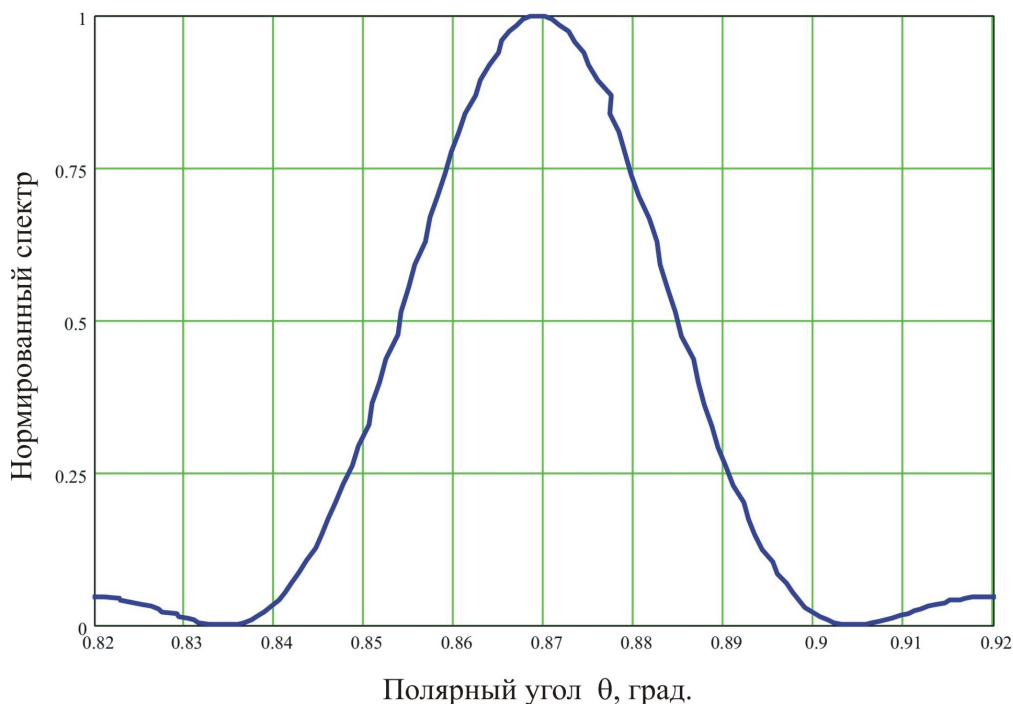


Рис. 11. Угловой спектр акустической мощности для  $\theta_0 = 10^\circ$

### Заключение

В курсовой работе проведено теоретическое исследование влияния акустической анизотропии на структуру акустического пучка. Показано, что помимо сноса пучка, который в АО кристаллах может достигать десятков градусов, могут наблюдаться эффекты дефокусировки и фокусировки пучка, обусловленные зависимостью угла сноса от направления распространения пучка относительно кристаллографических осей. Кроме того, при малой ширине пучка становится заметным также изменение формы углового распределения акустической энергии в пучке.

Численный расчет выполнен для кристаллографической плоскости  $(1\bar{1}0)$  кристалла парателлуриата. Это именная та плоскость, которая используется во многих АО устройствах, изготовленных из парателлуриата. Показано, что при изменении полярного угла распространения пучка  $\theta_0$  в диапазоне от  $90^\circ$  до  $0^\circ$  коэффициент уширения меняется от 11.6 до 0.087. При угле  $\theta_0 = 74^\circ$  коэффициент уширения достигает значения  $k = 1$ . Это означает, что в этой точке акустическая анизотропия не сказывается на структуре пучка. Диапазон углов  $\theta_0 < 74^\circ$ , где  $k < 1$ , полезно использовать при изготовлении многоканальных АО ячеек для уменьшения и даже исключения перекрестных помех между каналами.

### Список литературы

1. Л.Н.Магдич, В.Я.Молчанов. *Акустооптические устройства и их применение*. М., Сов. радио, 1978.
2. В.И.Балакший, В.Н.Парыгин, Л.Е.Чирков. *Физические основы акустооптики*. М., Радио и связь, 1985.
3. В.Н.Парыгин, В.И.Балакший. *Оптическая обработка информации*. М., изд. Моск. ун-та, 1987.
4. А.Корпел. *Акустооптика*. М., Мир, 1993.
5. В.И.Балакший, В.Н.Парыгин, Б.П.Филиппов. Угловое смещение акустического пучка, возбуждаемого клиновидным пьезопреобразователем. // *Акуст. журнал*, 1976, **22**, №4, с.596-598.
6. L.German and J.D.N.Cheeke. Electronic scanning in ultrasonic imaging using a wedge transducer. // *IEEE Trans.*, **UFFC-40**, 1993, pp.140-148.
7. M.A.Breazeale, G.Du, and D.Joharapurkar. Analysis of the ultrasonic beam produced by a wedge transducer. // *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1990, **88**, p.S167.
8. Y.Jayet, M.Perdrix, and R.Goutte. Effects on the damping of ultrasonic transducers due to a lack of parallelism in the piezoelectric element. // *Ultrasonics*, 1981, **19**, pp.179-183.
9. Y.Jayet, J.-C.Babloux, F.Lakestani, and M.Perdrix. Theoretical and experimental investigation of a piezoelectric transducer with a nonparallel-faced wear plate. // *IEEE Trans.*, 1985, **SU-32**, pp.835-839.
10. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Light diffraction in an inhomogeneous acoustic field. // *Molec. and Quant. Acoustics*, 2006, **27**, pp.7-16.
11. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Light diffraction in an inhomogeneous acoustic field excited by wedge-shaped and parabolic transducers. // *Eur. Phys. J., Special Topics*, 2008, **154**, pp.1-5.
12. V.I.Balakshy, B.B.Linde, A.N.Vostrikova. Acousto-optic interaction in a non-homogeneous acoustic field excited by a wedge-shaped transducer. // *Ultrasonics*, 2008, **48**, №5, pp.351-356.
13. V.B.Voloshinov, N.V.Polikarpova. Acousto-optic investigation of propagation and reflection of acoustic waves in paratellurite crystal. // *Appl. Opt.*, 2009, **48**, №7, pp.C55-C66.
14. V.B.Voloshinov, V.I.Balakshy, L.A.Kulakova, N.Gupta. Acousto-optic properties of tellurium that are useful in anisotropic diffraction. // *J. Opt. A: Pure & Appl. Opt.*, 2008, **10**, №9, p.095002(9pp).

15. Ф.И.Федоров. *Теория упругих волн в кристаллах*. - М.: Наука, 1965.
16. Э.Дьелесан, Д.Руайе. *Упругие волны в твердых телах*. - М.: Наука, 1982.
17. В.А.Красильников, В.В.Крылов. *Введение в физическую акустику*. - М.: Наука, 1984.